РАЗДЕЛ 5. ОПЫТ ПРИМЕНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В ПРИКЛАДНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

УДК 51.74

В. И. Грибков, Д. А. Нерсисян
Кузбасский государственный технический университет
имени Т.Ф. Горбачёва, Кемерово, Россия

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В КОРАБЛЕСТРОЕНИИ ПО ТРУДАМ А.Н. КРЫЛОВА

Данная работа посвящена формированию представления о роли дифференциальных уравнений в естествознании и технике, в т.ч. в кораблестроении. Работа знакомит нас с биографией и основными трудами выдающегося русского учёного Алексея Николаевича Крылова. Здесь мы узнаём об основных параметрах, необходимых для составления уравнений, описывающих движение корабля: уравнение качки, и уравнения движения.

Ключевые слова: кораблестроение, гидрокомпас, уравнение качки корабля, теория умирения.

Биография учёного

Алексей Николаевич Крылов родился в семье артиллерийского офицера. Отец А.Н. Крылова получил образование за казённый счёт как сын ветерана, раненного под Бородино. В 1878 году Крылов поступил в Морское училище, которое окончил с отличием в 1884 году. После окончания училища А. Н. Крылов работал в компасной мастерской Гидрографического управления под руководством И.П. Колонги, где провёл своё первое научное исследование по девиации магнитных компасов. Теория магнитных гидрокомпасов прошла через всю его жизнь. Много позже, в 1938-1940 годах А. Н. Крылов опубликовал ряд работ, в которых дал полное изложение теории девиации магнитного компаса, исследовал вопросы теории гироскопических компасов, разработал теорию влияния качки корабля на показания компаса.

В 1941 году эти исследования были отмечены Сталинской премией. А. Н. Крылов предложил также новую систему дромоскопа, автоматически рассчитывающего девиацию компаса. В 1887 году А.Н. Крылов перешёл на франко-русский завод, а затем продолжил учёбу на кораблестроительном отделении Морской Академии. После окончания курса (в 1890 году) остался в Академии, где вёл практические занятия по математике, а впоследствии - курс теории корабля. По воспоминаниям самого А. Н. Крылова, с 1887 года его «главной специальностью стало кораблестроение, или, лучше сказать, приложение математики к разного рода вопросам морского дела». С этого началась преподавательская деятельность А.Н. Крылова, продолжавшаяся почти до самой его смерти. В 1890-е годы мировую известность приобрёл труд Крылова «Теория качки корабля», значительно расширивший теорию Фруда. Работа А. Н. Крылова была первым всеобъемлющим теоретическим трудом в этой области. В 1898 году А. Н. Крылов был награждён золотой медалью Британского общества корабельных инженеров, причём это был первый случай в истории, когда медали удостаивался иностранец. Продолжая эти работы, А. Н. Крылов создал теорию демпфирования (умирения) бортовой и килевой качки. Он первый предложил гироскопическое демпфирование (успокоение) бортовой качки, что сегодня является наиболее распространённым способом умирения бортовой качки.

Александр Николаевич Крылов - кораблестроитель, специалист в области механики, математик, академик АН СССР (1916; член-корреспондент с 1914), Герой Социалистического Труда (1943). Дата рождения - 3 (15) августа 1863 года. Место рождения - село Висяга Симбирской губернии (ныне село Крылово Порецкого р-на Чувашской Республики). Дата смерти - 26 октября 1945 года. Место смерти - Ленинград.

Уравнение качки корабля

Дифференциальные уравнения в кораблестроении используются для определения качки корабля. Составление дифференциального уравнения:

P - вес корабля; M - масса корабля; A - момент инерции корабля;

r_0 - метацентрический радиус корабля;

a_0 - расстояние центра тяжести от центра величины корабля;

p - вес модели; m - масса модели; α - момент инерции модели;

r_1 - метацентрический радиус корабля;

a - отстояние центра тяжести от центра величины модели;

θ - угол крена.

Пусть, масштаб модели равен k, тогда будет:

$M = k^2 \cdot m$; $A = k^5 \cdot \alpha$; $P = k^3$ p; $r_0 - a = k\,(r_1 - a_1)$.

Тогда для корабля мы имеем дифференциальное уравнение боковой качки:

$$A \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} + P \cdot (r_0 - a_0) \cdot \theta = k^5 \cdot \alpha \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} + k^3 \cdot p \cdot k \cdot (r_1 - a_1) \cdot \theta = 0.$$

Это дифференциальное уравнение второго порядка, которое можно упростить, сокращая наk^4:

$$k \cdot \alpha \cdot \frac{d^2\theta}{d \cdot t^2} + p \cdot (r_1 - a_1) \cdot \theta = 0.$$

Но для уравнения модели качки корабля получим

$$\alpha \cdot \frac{d^2\theta}{d \cdot t_1^2} + p \cdot (r_1 - a_1) \cdot \theta = 0.$$

После сравнения видим, что для подобия качки модели качке корабля необходимо, чтобы было $\frac{t}{t_1} = \sqrt{k}$.

При таком соотношении наклонения корабля и его модели в соответствующие моменты времени будут между собою равны.

Это соотношение между временем и необходимо принять для перехода от качки модели к качке корабля, если не принимать во внимание сопротивление воды.

Если же принять во внимание сопротивление воды, то в дифференциальном уравнении необходимо ещё прибавить члены, выражающие сопротивление воды. Обыкновенно его считают пропорциональным некоторой степени n скорости движущегося в воде тела; поэтому прибавочный член будет вида: $N \cdot v^n$.

Таким образом, механическое подобие качки корабля и модели, когда сопротивление воды пропорционально поверхности корабля, возможно только, когда оно пропорционально второй степени скорости ($N \cdot v^2$). В точности это условие в действительности не имеет места, но, так как сопротивление воды близко к пропорциональности второй степени скорости и поверхности, то можно считать, что закон подобия практически применим, особенно при боковых килях, ибо в этом случае опыты показывали, что сопротивление ближе всего пропорционально второй степени скорости.

Уравнение движения корабля

Уравнение движения корабля делится на два типа: уравнения движения центра тяжести корабля, уравнения вращательного движения относительно центра тяжести.

Первую группу составляют уравнения:

$$M\frac{d^2\xi_0}{dt^2} = \sum(\Xi),\ M\frac{d^2r_0}{dt^2} = \sum(H),\ M\frac{d^2\zeta_0}{dt^2} = \sum(Z).$$

Где M есть масса корабля; Ξ, H, Z суть проекции сил, действующих на корабль на оси $O\xi$, , $O\zeta$.

Эти силы суть: вес корабля P, плавучесть Q, сопротивление воды колебаниям корабля R.

Проекция этих сил на указанные оси суть:

для силы P $\quad \Xi_1 = 0;\ H_1 = 0;\ Z_1 = P;$

для силы Q $\quad \Xi_2 = 0;\ H_2 = 0;\ Z_2 = -Q;$

для силы R $\quad \Xi_3 = R_\xi;\ H_3 = R_r;\ Z_3 = R.$

И тогда исходные уравнения примут вид:

$$M\frac{d^2\xi_0}{dt^2} = R_\xi,\ M\frac{d^2r_0}{dt^2} = R_r,\ M\frac{d^2\zeta_0}{dt^2} = P - Q - P_\zeta.$$

Пусть HH есть горизонт воды и AB грузовая ватерлиния корабля при прямом положении его равновесия, тогда центр тяжести корабля G находится в точке O и оси корабля совпадают с принятыми абсолютными осями в пространстве.

Предположим теперь, что корабль занял положение, определяемое значениями: $\xi_0 = 0$; $r_0 = 0$; $\zeta_0 = OG$. Тогда оси корабля xGy на расстояние h - на сколько центр тяжести корабля G отстоит от его грузовой AB. (рис. 1).

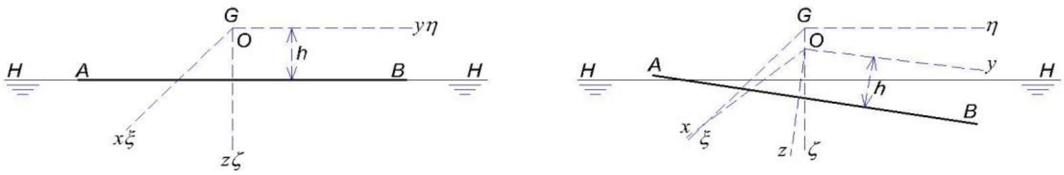

Рис. 1.

Когда же корабль занимает положение, указанное на рис. 1, то уравнение плоскости HH есть $\zeta = h$ и, чтобы перейти к относительным координатам, стоит только заменить ζ его величиной: $\zeta = \zeta_0 + a_2x + b_2y + c_2z$ и у нас будет $a_2x + b_2y + c_2z = h - \zeta_0$. Это уравнение и представляет уравнение плоскости действующей грузовой HH.

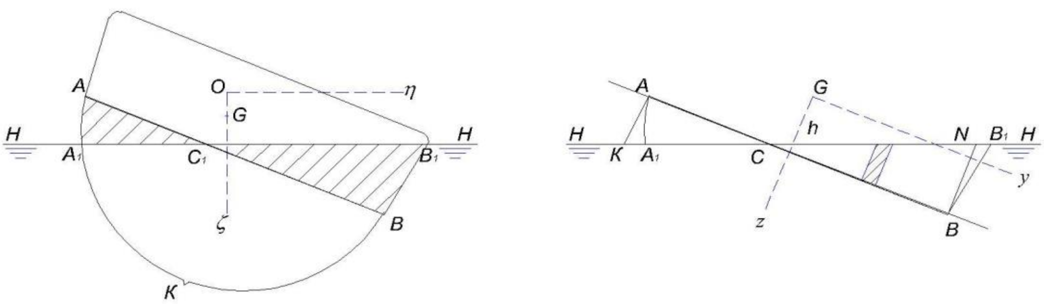

Рис. 2.

Составим теперь уравнения вращательного движения корабля. Так как в общем случае принятые нами оси координат G_x, G_y, G_z могут и не быть главными осями инерции, то надо воспользоваться уравнениями:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dT}{\partial_r}\right) - q\frac{\partial T}{\partial_p} + p\frac{\partial T}{\partial_q} = \sum(xY - yX),$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dT}{\partial_q}\right) - p\frac{\partial T}{\partial_r} + r\frac{\partial T}{\partial_p} = \sum(zX - xZ),$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dT}{\partial_p}\right) - r\frac{\partial T}{\partial_q} + q\frac{\partial T}{\partial_r} = \sum(yZ - zY),$$

где $2T = Ap^2 + Bq^2 + Cr^2 - 2Drq - 2Erp - 2Fpq$ и Т есть живая сила вращательного движения корабля.

$A = \sum m(y^2 + z^2)$ =момент инерции корабля относительно оси G_x;

$B = \sum m(x^2 + z^2)$ =момент инерции корабля относительно оси G_y;

$C = \sum m(x^2 + y^2)$ =момент инерции корабля относительно оси G_z.

Величины же D, E, F суть следующие центробежные моменты:

$$D = \sum mzy;\ E = \sum mzx;\ F = \sum mxy.$$

Так как диаметральная плоскость корабля, принятая нами за плоскость zx, есть плоскость симметрии не только относительно формы корабля, но и его нагрузки, то, очевидно, будет: $D = \sum mzy = 0 и F = \sum mxy = 0$, и, как следствие, получим $\frac{\partial T}{\partial r} = Cr - Ep, \frac{\partial T}{\partial q} = Bq, \frac{\partial T}{\partial p} = Ap - Er$.

Окончательный вид уравнений следующий:

$$C\frac{dr}{dt} - E\frac{dp}{dt} + (B - A)pq + Eqr = \sum(Yx - Xy),$$

$$B\frac{dq}{dt} + (A - C)pr + E(p^2 - r^2) = \sum(Xz - Zx),$$

$$A\frac{dp}{dt} - E\frac{dr}{dt} + (C - B)qr - Epq = \sum(Zy - Yz)/$$

Интегрируя и убирая коэффициенты второго порядка получим уравнение вращательного движения корабля $C_{\phi}^{''} - E\theta_1^{''} = 0$.

Заключение

Таким образом, можно понять, что без успехов Алексея Николаевича Крылова в области дифференциальных уравнений, было бы проблематично определить боковую качку корабля, а так же вывести уравнения движения корабля относительно центра и уравнения движения корабля вращательного движения. Дифференциальные уравнения играют очень важную роль в кораблестроении.

Библиографический список

Крылов А. Н. Собрание трудов академика А. Н. Крылова, т. XI // А. Н. Крылов. - Москва: Издательство академии наук СССР, 1951 - 162с.

Крылов А. Н. Собрание трудов академика А. Н. Крылова, т. X / А. Н. Крылов. - Москва: Издательство академии наук СССР, 1951 – 20 с.

Крылов А. Н. [Электронный ресурс]: Материал из Википедии // Википедия, свободная энциклопедия. - Режим доступа: http://ru.wikipedia.org/?oldid=91409715.

V. A. Gribkov, D. A. Nersisyan
T.F. Gorbachev Kuzbass State Technical University, Kemerovo, Russia

DIFFERENTIAL EQUATIONS IN SHIPBUILDING FOR THE WORKS OF A. N. KRYLOV

This work is devoted to the formation of ideas about the role of differential equations in science and technology, including in shipbuilding. The work introduces us to the biography and main works of the outstanding Russian scientist Alexei Nikolaevich Krylov. Here we learn about the basic parameters necessary for the equations describing the motion of the ship: the equation of pitching, and the equations of motion.

Key words: shipbuilding, gyro, the equation for the pitching of the ship, the theory of dying.