

**УДК 534.1; 622**

П.В. Легаев, аспирант

(Сибирский федеральный университет, РФ, г. Красноярск)

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ПОРШНЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО СКВАЖИННОГО ГЕНЕРАТОРА**

Известные устройства виброволнового воздействия на пласт клапанного типа [1, 2], имеют корпус и поршень, поджатый пружиной. Они обеспечивают приложение сил переменного направления на частицы кольматанта в условиях депрессии-репрессии с преобладанием величины депрессии над репрессией. Это способствует движению твердых частиц по фильтрационным каналам в скважину, очистке от них призабойной зоны пласта (ПЗП), изменению структуры порового пространства и реологии жидкости при интенсивном виброволновом воздействии [3] и, как следствие, увеличению проницаемости ПЗП и производительности скважин.

Компоновка инструмента для осуществления виброволнового воздействия на пласт обычно состоит из пакера, циркуляционного клапана и гидродинамического генератора [4]. Циркуляционный клапан обеспечивает заполнение колонны НКТ при ее опускании и возможность выхода жидкости в скважину при подъеме колонны, гидродинамический генератор создает колебания давления за счет энергии насоса расположенного на поверхности. Для уменьшения давления на пласт используются аэрированные промывочные жидкости или свабирование [5]. После включения промывки, работающий инструмент медленно поднимают с помощью лебедки, до верхней границы обрабатываемого объекта пласта. Затем процесс повторяют.

Так как колебания давления возбуждаются непосредственно внутри самих устройств, то генераторы быстро выходят из строя либо из-за поломок подвижных механических узлов, либо из-за существенного кавитационного износа, а увеличение мощности генерации сопровождается снижением надежности и ограничивается размерами скважины. Вдобавок, как правило, у генераторов отсутствует возможность регулирования частоты колебаний. Общим недостатком гидродинамических генераторов является невысокая надежность. В то же время мнение о том, что волновое воздействие на прискважинные и удаленные зоны пластов является перспективным, не подлежит сомнению [6, С. 84] и, по мнению некоторых специалистов, волновые технологии уже в недалёком будущем могут стать безальтернативными [7, С. 61]. Расчетная схема клапана генератора приведена на рисунке 1.

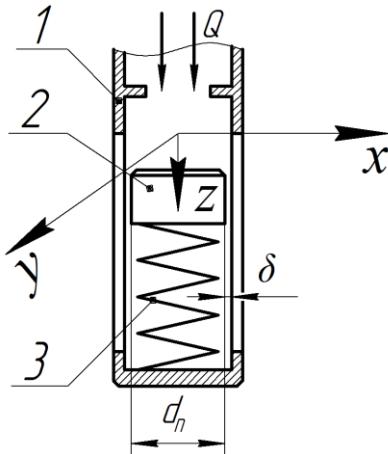


Рис. 1. Расчетная схема клапана генератора: 1 – корпус клапана; 2 – поршень; 3 – пружина; x, y, z – система координат;  $Q$  – количество жидкости, проходящей через клапан в единицу времени;  $\delta$  – зазор между поршнем и клапаном;  $d_n$  – диаметр поршня

Уравнение равновесия, действующих на поршень сил, запишется:

$$F_{\text{ин}} + F_{\text{тр}} + F_{\text{пр}} = F_{\Delta p} + F_v + G, \quad (1)$$

где  $F_{\text{ин}}$  – сила инерции поршня;  $F_{\text{тр}}$  – сила трения поршня о стенки корпуса;  $F_{\text{пр}}$  – сила действия пружины;  $F_{\Delta p}$  – сила, возникающая от периодического перепада давления  $\Delta p$  в клапане;  $F_v$  – сила скоростного напора жидкости;  $G$  – вес поршня.

После подстановки значений сил получим общее уравнение равновесия действующих на поршень сил.

$$\begin{aligned} m \cdot \frac{d^2 z}{dt^2} + \pi \cdot d_n \cdot \Delta L \left( \tau_0 + \frac{\mu}{\delta} \cdot \frac{dz}{dt} \right) + c \cdot (h_0 + z) = \\ (p_1 \cdot \cos \omega t + p_0) \cdot \frac{\pi \cdot d_n^2}{4} + \rho \cdot Q \cdot \left( v_0 - \frac{dz}{dt} \right) + m \cdot g \end{aligned} \quad (2)$$

Для приведения данного уравнения к дифференциальному виду и нахождения его решений необходимо выполнить перенос слагаемых. После преобразований получаем дифференциальное уравнение описывающее движение поршня.

$$\begin{aligned} m \cdot \frac{d^2 z}{dt^2} + \left( \rho \cdot Q + \pi \cdot d_n \cdot \Delta L \cdot \frac{\mu}{\delta} \right) \cdot \frac{dz}{dt} + c \cdot z = \\ p_1 \cdot \frac{\pi \cdot d_n^2}{4} \cdot \cos \omega t + p_0 \cdot \frac{\pi \cdot d_n^2}{4} + \rho \cdot Q \cdot v_0 + m \cdot g - c \cdot h_0 - \pi \cdot d_n \cdot \Delta L \cdot \tau_0 \end{aligned} \quad (3)$$

Процесс движения поршня гидродинамического скважинного генератора зависит от параметров колебательной системы, которые записаны в левой части уравнения и возмущающего воздействия, записанного в правой части уравнения. К параметрам колебательной

**Всероссийская научно-практическая школа**  
**Роль молодых ученых в инновационном развитии регионов**

системы относятся масса поршня, жёсткость пружины и коэффициент вязкого трения между поршнем и корпусом генератора. Возмущающее воздействие характеризуется давлением, скоростью и частотой пульсирующего потока, а также его реологическими свойствами.

Отметим, что для ньютоновской жидкости  $\tau_0$  в уравнении (3) следует считать равным нулю. Для решения дифференциального уравнения (3) введем обозначения и после их подстановки в уравнение (3) оно приобретает вид типичного линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, описывающего движение поршня под действием внешней силы:

$$A \cdot \frac{d^2 z}{dt^2} + B \cdot \frac{dz}{dt} + C \cdot z = F_0 \cdot \cos \omega t + D \quad (4)$$

Как известно [8], общее решение данного уравнения определяется как сумма общего решения соответствующего ему однородного уравнения

$$A \cdot \frac{d^2 z}{dt^2} + B \cdot \frac{dz}{dt} + C \cdot z = 0 \quad (5)$$

и частного решения уравнения (4). Если  $z_0$  – общее решение однородного уравнения (5), а  $z_1$  – частное решение уравнения (4), то общее решение уравнения (4) запишется:

$$z = z_0 + z_1 \quad (6)$$

Для нахождения общего решения  $z_0$  однородного уравнения (5) необходимо найти корни соответствующего ему характеристического уравнения

$$A \cdot \lambda^2 + B \cdot \lambda + C = 0 \quad (7)$$

здесь возможны три случая [9]:

1)  $B^2 - 4AC > 0$ . В этом случае корни  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  действительны, различны и оба отрицательны, а общее решение однородного уравнения (5) запишется

$$z_0 = c_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + c_2 \cdot e^{\lambda_2 t} \quad (8)$$

2)  $B^2 - 4AC = 0$ . В этом случае корни  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  действительны, равны и отрицательны, таким образом, имеется один двойной корень  $\lambda = \lambda_1 = \lambda_2$ , а общее решение однородного уравнения (5) запишется

$$z_0 = e^{\lambda t} \cdot (c_1 \cdot t + c_2) \quad (9)$$

3)  $B^2 - 4AC < 0$ . В этом случае корни  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  комплексные и равны  $\lambda_{1,2} = \alpha \pm i\beta$ , где вещественная часть  $\alpha = -\frac{B}{2A}$ , мнимая  $\beta = \frac{\sqrt{4AC - B^2}}{2A}$ , а решение однородного уравнения (5) запишется

$$z_0 = e^{\alpha t} \cdot (c_1 \cdot \cos \beta t + c_2 \cdot \sin \beta t) \quad (10)$$

В первых двух случаях уравнения (8) и (9) описывают затухающий процесс, не имеющий колебательного характера: при возрастании времени  $t$  отклонение  $z_0$  от точки покоя асимптотически приближается к нулю. Действие трения в этих случаях настолько велико, что упругая сила не может его преодолеть и не в состоянии вызвать колебательное движение.

Таким образом, предположим, что трение в системе не очень велико и решением однородного дифференциального уравнения (5) является уравнение (10), тогда общее решение уравнения (4) запишется

$$z(t) = e^{\alpha t} \cdot (c_1 \cdot \cos \beta t + c_2 \cdot \sin \beta t) + \frac{F_0}{\sqrt{(C - A \cdot \omega^2)^2 + (B \cdot \omega)^2}} \cdot \cos \left( \omega t + \arctg \frac{B \cdot \omega}{C - A \cdot \omega^2} \right) + \frac{D}{C}, \quad (13)$$

где  $c_1$  и  $c_2$  находятся путем задания начальных условий (перемещения и скорости в начальный момент времени). Для этого необходимо найти значение функции (13), а также её производной функции при  $t=0$  и, решив получившуюся систему уравнений, определить искомые значения  $c_1$  и  $c_2$ .

Использование полученного уравнения (13) поможет конструкторам сократить затраты времени и материальных средств на проектирование гидродинамических скважинных генераторов.

#### Список литературы

1. Валиуллин А.В., Максутов Р.А., Добросок Б.Е. и др. Некоторые особенности технологии виброобработки продуктивного пласта // РНТС Сер. «Нефтепромысловое дело». 1973. № 11. С. 13-16.
2. Вставной забойный пульсатор: пат. Рос. Федерации. № 2001255 ; заявл. 17.09.1990 ; опубл. 15.10.1993 , Бюл. № 37-38, 3 с.
3. Гадиев С.М. Использование вибрации в добыче нефти. М.: Недра, 1977. 154 с.
4. Устройство для обработки скважин: пат. Рос. Федерации. № 2196886; заявл. 30.10.2000; опубл. 20.01.2003 , Бюл. № 2 (ч. III). 5 с.
5. Валовский В.М., Валовский К.В. Техника и технология свабирования скважин. М.: ОАО «ВНИИОЭНГ», 2003. 396 с.
6. Мордвинов А.А. Освоение эксплуатационных скважин: учеб. пособие для вузов – изд. 2-е, перераб. и доп. Ухта: УГТУ, 2008. 139 с.
7. Дыбленко В.П. Волновые методы воздействия на нефтяные пласты с трудноизвлекаемыми запасами. Обзор и классификация. М.: ОАО «ВНИИОЭНГ», 2008. 80 с.

***Всероссийская научно-практическая школа  
Роль молодых ученых в инновационном развитии регионов***

8. Гусак А.А., Гусак Г.М., Бричикова Е.А. Справочник по высшей математике. Мн.: ТетраСистемс, 1999. 640 с.
9. Курант Р. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М.: «Наука», 1967. 704 с.
10. Стрелков С.П. Введение в теорию колебаний. М.: «Наука», 1964. 440 с.