

ПРЕВОСХОДСТВО ГЕОМЕТРИИ НА «ПЛОЩАДИ»**Т. А. Баздерова, К.Е. Баздерова**

КузГТУ, филиал КузГТУ в г. Белово

школа № 69, г. Кемерово

Любая область человеческой деятельности: научная, производственная, бытовая – всегда связана с накоплением, переработкой и передачей информации о процессах и явлениях окружающего мира [1 – 4]. «Для переработки и передачи такой информации используются разнообразные средства: устная и письменная речь, математические знаки и символы, нотная запись, магнитные ленты, кино- и фотосъемка, электронные приборы и устройства, макеты, чертежи, рисунки и многое другое. Одну и ту же информацию можно передавать различными способами. Так, сообщая сведения о форме технической детали, можно использовать словесное описание, рисунок, чертеж, макет» [4, стр. 10]. «Если различные физические предметы, явления или процессы позволяют извлечь одну и ту же информацию, то принято говорить, что эти предметы, явления или процессы моделируют друг друга» [4, стр. 10]. Без моделирования невозможно получить или передать какую-либо информацию об окружающем нас мире, поэтому, изучение различных моделей и методов моделирования имеет очень важное практическое значение [4]. «Общее число типов моделей, применяемых в науке и технике, необозримо велико [4, стр. 11]. Это различные натурные модели (макеты), аналоговые модели различных типов и характера, всевозможные устройства, кибернетические модели (построенные на основе современной вычислительной техники) и многое другое [1 – 4]. Среди всего многообразия моделей очень большое и самое широкое распространение получили математические модели» [4, стр. 10]. «Под математическими моделями обычно понимаются различные математические конструкции (формулы, зависимости), пригодные для описания и воспроизведения взаимосвязей между параметрами моделируемого объекта» [4, стр. 11]. Ранее математика условно делилась на два направления: аналитическое, которое оперировало с количествами и числами, и геометрическое, опериравшее с формами и фигурами, т.е. использовало синтетические методы. Число и форма являлись основными понятиями математики, которые зародились в глубокой древности и постоянно расширялись и обогащались. Древними математиками и философами эти понятия рассматривались в тесной связи. Уже первые труды по математике содержали геометрические фигуры и численные отношения между ними, которые в дальнейшем стали записываться с помощью символов. Со временем теорией чисел стала заниматься арифметика и алгебра, а геометрическими формами – геометрия. Общим для обоих направлений математики было и остается использование обозначений величин и их отношений различными буквами и символами. Бурное развитие геометрии

послужило возникновению начертательной и проективной геометрий. Связующим звеном между геометрическими формами и числами является аналитическая геометрия. Плодотворным результатом совместной деятельности геометрии и анализа стало появление дифференциального, интегрального и вариационного исчислений [1 – 4]. Дальнейшее развитие математики также тесно связано с геометрией. Появление новых дисциплин в аналитике: теории множеств, математической логики, теории алгоритмов, информатики, кибернетики, программирования и т.д. – обязано влиянию геометрии. Так, например, дифференциальная геометрия, геометрия Лобачевского, многомерная геометрия, геометрия Риманова, четырехмерное пространство событий Г. Минковского, сферическая геометрия и др. значительно обогатили математические методы и позволили совершить научные открытия. К современным разделам математики, почти не связанным с геометрией, можно отнести абстрактную алгебру, математическую логику. А теория графов и проективная геометрия меньше всего тяготеют к теориям чисел [1 – 4]. При конструировании математических моделей использовались как аналитические, так и геометрические (или, как иногда говорят, синтетические) методы. В первом случае от условия поставленной задачи переходят к чисто количественному описанию и устанавливают зависимость между действующими числами, во втором случае от условия задачи переходят к геометрическому (пространственному) описанию и устанавливают зависимость между действующими геометрическими образами (фигурами). На практике было очень полезно совместное использование тех и других методов [1 – 4].

Анализ и систематизация численно знаковой информации, используемой в век кибернетики и автоматизации, позволяет увидеть общие тенденции исчезновения синтетических методов геометрического моделирования. В настоящее время от условия реальной поставленной задачи, как правило, переходят к чисто количественному описанию и устанавливают зависимость между действующими числами, с помощью различных символов, формул, записей и т. п. При этом всё реже и реже используются синтетические геометрические модели. Вероятно, это связано с использованием современной вычислительной техники, имеющей ограниченные возможности использования геометрического моделирования. Большей частью это также происходит по причине «геометрической безграмотности». Изучение геометрии в школе начинается с планиметрии, в том числе с изучения свойств плоских фигур. «*Геогения* [*Геогенія*] ж. греч. землесловие, наука о происхождении, образовании, рождении земли. *Геогенический*, к науке относящийся. *Геогнозия* ж. наука, исследующая напластование, состав и свойства твердой земной коры. *Геогностический*, изучающий геогнозию, сведущий в сей науке. *Геогностический*, относящийся к геогнозии. *География* ж. греч. землеведение, землеописание. *Географ* м. *землеописатель*, землевед. *Географический*, относящийся к географии, *землеописательный*. *Геодезия* ж.

высшее землемерие; прикладная тригонометрия; замлемерная математика; наука о съемке и вычислении земель. Геодезический, к геодезии относящийся. *Геодезист* или *геодез* м. изучающий науку эту, или применяющий ее к делу; межевщик, съемщик, землемер, планщик. Геология ж. греч. соединение геогении и геогнозии; наука об изменениях, переворотах и состоянии земной толщи. Геометрия ж. греч. часть математики; наука о протяжении, о пространстве; наука о линиях, о плоскостях, о телах; три части эти называются линио(лонги)метрия, планиметрия, стереометрия. Геометр, сведущий в науке этой, или вообще математик. *Геометрический* (*Геометричный*, *относящийся к геометрии*. Геометральный, о плане, чертеже: снятый в прямом положении, отвесным наносом (проекцией), противопл. косой, перспективный, проекционный, начертательный. Геометральность ж. свойство, состояние *геометрального*, прямой или отвесный нанос на бумагу [5, с. 313]». Происхождение термина «Геометрия», что буквально означает «землемерие» [7, с. 143]». «Геометрия в первоначальном значении есть наука о фигурах, взаимном расположении и размерах их частей, а также о преобразованиях фигур [7, с. 143]». «*Планиметрия* – (от лат. *planum* – плоскость и греч. «*metreo*» – измеряю – часть элементарной геометрии, в которой изучаются свойства фигур, лежащих в плоскости, часть курса геометрии, который изучается в средней школе [7, с. 458]». «Плоскость, простейшая поверхность. Понятие подобно точке и прямой [8, с. 1010]». «*Плоскость* – одно из основных понятий геометрии. При систематическом изложении геометрии понятие «Плоскость» обычно принимается за одно из исходных понятий, которое лишь косвенным образом определяется аксиомами геометрии. Некоторые характеристические свойства плоскости: 1) плоскость есть поверхность, содержащая полностью каждую прямую, соединяющую любые её точки; 2) плоскость есть множество точек, равноотстоящих от двух заданных точек. [7, с. 458]». «*План* (от лат. *planum* – плоскость), 1) чертёж, изображающий в условных знаках на плоскости (в масштабе 1:10000 и крупнее) часть земной поверхности (топографическая плоскость. плоскость П.). 2) Горизонтальный разрез или вид сверху какого-либо сооружения или предмета (см., напр., план в архитектуре). 3) То же, что горизонтальная проекция (см. начертательная геометрия). 4) Заранее намеченный порядок, последовательность осуществления какой-либо программы, выполнения работы, проведения мероприятий. 5) Замысел, проект, основные черты... 5) ... 6) ... 7) ... [8, с. 1006]». В то время на страницах энциклопедических словарей ещё существуют чисто геометрические понятия и их понимание. В дальнейшем они сильно утрачиваются и просто исчезают со страниц книг и журналов. Так, на пример, в конце прошлого тысячелетия, на страницах реферативных журналов по математике (900 и более страниц) было по две или три статьи, посвященных синтетической (образной) геометрии, или вовсе ничего не было.

В настоящее время мы сталкиваемся с парадоксально абсурдной ситуацией, когда стараются подменить фундаментальные геометрические

понятия их количественными заменителями. Рассмотрим это на примере геометрического понятия **площади**. Посмотрим на толкование этого термина в энциклопедических словарях. «Площадь (женский род) – ровное место. *Европейская Россия одна площадь, особенно южная. Гора будто срезана, вершина площадью. Лес на площади растет, на плоскости, а не в горах. Площадь в городах или селениях, незастроенный простор, шире улиц, майдан. Площадь торговая, базарная, сенная, дровяная, конная. Памятник Петру на Исаакиевской площади. Площадь в лесу, чисть, прогалина. Площадь в горах, плоскогорье. Площадь в острове, лесная, охотн. сплошной лес. //Площадь, орл. Сплошной кустарник или заросли, кустовой сплошняк. Дьяк у места, что кот у места, а как дьяк на площади, так Господи пощади! О торговой казни. Доходы с площади, с лавок и с весов, а встарь и с возов, и с товаров. Топтать площадь, шататься без дела. //Геометрически ограниченная чертами плоскость или поверхность. Площадь треугольника равна основанию, помноженному на половину высоты. **Площадка**, площадочка, уменьшительное. Собачья площадка, в Москве, где торговали собаками. Возвышенное, плоское и ровное место. Лобное место, лобная площадка, в Москве, откуда читались народу грамоты и указы. Площадка на лестнице, у подъезда. //Старинное. плошка, латка, ендова. //архитектурное. плашка, огниво, кресало, кресиво; Пензенское. название красной вишни, в отличие от черной, называемой владимирскою (Наум.). **Площадной, площадковый, площадочный**, ко площади, площадке относящийся. Площадные лавочки, торгоши. Площадной шут, балаганный, грубый, пошлый. Вообще, все пошлое, непристойное, что говорится площадными торговками, в черном народе. Площадная брань. Площадные шутки, остроты. Площадная речь, что виноватого надо сечь. Площадной дьячок, подьячий, писчик, стар. приказные служители, стоявшие на площадях, для писания челобитен, частных сделок, писем; народный писец. Речи ее почти всегда **площадноваты**. **Площадчатый**, из площадок составленный. **Площадник, Площадница**, площадной, пошлый и грубый человек. **Площить** что, пластить, плющить, раскатывать в лист или в тесьму. Площить бить. биться, стрд. **Площение** ср. дейст. по гл. **Площильный стан**, или **площильня** ж. **Площильщик** и **волощильщик**, кто тянет проволоку и площит ее. **Площица** ж. *плоскуша*, тельная вошь, которая впивается [6, с.372 – 373]. Далее в словарях уже полностью забывается о сути это понятия и речь идет только о том, как посчитать эту площадь. «**Площадь** – одна из основных величин, связанных с геометрическими фигурами. В простейших случаях измеряется числом заполняющих плоскую фигуру единичных квадратов, т. е. квадратов со стороной, равной единице длины. Вычисление площади было уже в древности одной из важнейших практических задач геометрии (разбивка земельных участков). За несколько столетий до нашей эры греческие ученые располагали точными правилами вычисления площади, которые в «Началах» Евклида облечены в форму теорем. При этом площади многоугольников определялись теми же приёмами разложения и дополнения*

фигур, какие сохранились в школьном преподавании. Для вычисления площади фигур с криволинейным контуром применялся предельный переход в форме исчерпывания метода. [7, с. 459]. «Площадь, открытое, обрамленное какими-либо зданиями или зелеными насаждениями пространство, входящее в систему других гор. пространств, нередко играет важную градостроительную роль. Среди наиболее известных площадь – Красная площадь. в Москве, Дворцовая площадь. в Ленинграде, площадь. де Голля (бывшее название площадь Звезды) в Париже. [8, с. 1012]. «Площадью называется величина, характеризующая размер геометрической фигуры. Определение площадей геометрических фигур – одна из древнейших практических задач. Правильный подход к их решению был найден не сразу. Древние вавилоняне полагали, например, что площадь всякого четырехугольника равна произведению полу сумм противоположных сторон. Формула явно неверна: из нее вытекает, в частности, что площади всех ромбов с равными сторонами одинаковы. Между тем очевидно, что у таких ромбов площади зависят от углов при вершинах. Но уже древние греки умели правильно находить площади многоугольников. Когда каменщики определяют площадь прямоугольной стены дома, они перемножают высоту и ширину стены. Таково принятое в геометрии определение: площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон. Обе эти стороны должны быть выражены в одних и тех же линейных единицах. Их произведение и составит площадь прямоугольника, выраженную в соответствующий квадратных единицах. Скажем, если высота и ширина стены измерены в дециметрах, то произведение обоих измерений будет выражено в квадратных дециметрах. И если площадь каждой облицовочной плитки составляет квадратный дециметр, то полученное произведение укажет число плиток, нужное для облицовки. Это вытекает из утверждения, положенного в основу измерения площадей: площадь фигуры, составленной из непересекающихся фигур, равна сумме их площадей...» [9, с. 238 – 240].

Как видим, из просмотра статей, приведенных из указанных энциклопедических словарей, первоначальное понятие площади, приведенное у Даля, постепенно подменяется числом или различными формулами для её определения. В настоящее время в школьном курсе геометрии [10 – 12]. совсем не осталось места для синтетической геометрии. Современные курсы геометрии правильно называть аналитической геометрией и тригонометрией. Даже чисто геометрическое понятие «*Площадь*» (всевозможные треугольники, четырёхугольники, параллелограммы, ромбы, квадраты, круги и их части и любые плоские фигуры, имеющие различную форму) подменено «*n*» количеством квадратиков (в мм², дм², м². км² и т.п.). Конечно, знать численное значение площади какой-то страны может быть очень важно и интересно, но прежде всего, наверное, нужно знать где она находится и как она выглядит её территория. Также, прежде чем строить какую-либо площадь (театральную. городскую, под строительство нового промышленного

предприятия и т. д.) необходимо прежде всего знать её будущую форму и расположение, а затем уже подсчитывать: сколько это будет квадратных метров или километров (для определения необходимого количества материалов, техники, предстоящих работ и т.п.). В современной школе определение площади предлагается делать чисто аналитически по различным формулам, без графического решения задачи (т. е. графического построения, а значит без понимания сути задачи). Так, в примере №133 [12, с. 39] дан треугольник: 1) с углом в 60° и двумя сторонами 7 см и 8 см. 2) с углом в 150° и двумя сторонами 10 см и 6 см, надо определить их площади. При этом, детям уже не требуется строить заданные треугольники, нужно только подобрать соответствующие формулы. И дети, просто ничего не понимая (что они делают и зачем) зазубривают предложенные формулы. Графическое решение задачи (построение треугольников) и есть площадь, а численное значение площади в квадратных сантиметрах можно легко подсчитать по рисунку самыми различными способами. В учебнике [12], практически вообще нет рисунков, только один рисунок на обложке и несколько рисунков, как иллюстрация некоторого материала. Было бы на много лучше, если бы дети построили эти площади (треугольники), сравнили их. Конечно, знание пяти формул, по которым это можно определить площадь треугольника, это очень хорошо, но только после того как дети будут знать, что такое треугольник и какие они бывают. Умея строить треугольники и графически решая задачи, можно вывести ещё множество формул. Дети в школе изучают и площадь сферы, а как бы было превосходно, если бы они знали свойства этой замечательной поверхности (что у неё бесчисленное количество осей, вокруг которых она может вращаться, что любое сечение этой поверхности есть круг и т. д.). Проблема состоит в том, что надо делать геометрические построения. «Геометрические построения – решение некоторых геометрических задач при помощи различных инструментов (линейки, циркуля и др.), которые предполагаются абсолютно точными. В зависимости от выбора инструментов определяется цикл задач, которые могут быть разрешены этими средствами. Основным выбором инструментов или... [7, с. 142]. В математическом энциклопедическом словаре (1988 год издания) под геометрическими построениями подразумеваются уже очень примитивные вещи без понимания их сути. В дальнейшем об этом в литературе просто не упоминается, как будто никто и никогда не умел выполнять никаких построений. Это связано с возможностями современной вычислительной техники, что является темой следующего обсуждения.

Список литературы

1. Баздерова Т.А. Новые аспекты начертательной геометрии. Текст лекций. КузПИ. – Кемерово. 1986. – 59 с.
2. Баздерова Т.А. Начертательная геометрия: учеб. пособие / Филиал КузГТУ в г. Белово. – Кемерово, 2012. – 135 с.

3. Баздерова Т.А. Инженерная и компьютерная графика: учеб. пособие / Филиал КузГТУ в г. Белово. – Кемерово, 2012. – 104 с.
4. Баздерова Т.А. Гомоморфные геометрические модели и алгоритмы: монография / Филиал КузГТУ в г. Белово. – Белово, 2014. – 176 с.
5. Даль В. И. Толковый словарь живого великорусского языка: В двенадцати томах. Том 2. Вар-Гор. –М.: Мир книги, 2003. – 368 с.
6. Даль В. И. Толковый словарь живого великорусского языка: В двенадцати томах. Том 8. Вар-Гор. –М.: Мир книги, 2003. – 416 с.
7. Математический энциклопедический словарь. /Гл. ред. Ю. В. Прохоров; Ред. Кол.: С. И. Адян, Н. С. Бахвалов, В. И. Битюцков, А. П. Ершов, Л. Д. Кудрявцев, А. Л. Онищик, А. П. Юшкевич. – М.: Сов. энциклопедия, 1988. – 847 с., ил.
8. Советский энциклопедический словарь/Гл. ред. А. М. Прохоров. – 3-е изд. – М.: Сов. Энциклопедия, 1985. – 1600 с., ил.
9. Энциклопедический словарь юного математика/Сост. А. П. Савин. – М.: Педагогика, 1989. – 352 с.: ил.
10. Мерзляк А. Г. Геометрия. 7 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский М. С., Якир. М.: Вентана-Граф. 2013. – 192 с.: ил.
11. Мерзляк А. Г. Геометрия. 8 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский М. С. Якир. М.: Вентана-Граф. 2013. – 208 с.: ил.
12. Мерзляк А. Г. Геометрия: 9 класс: учебник/ А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир; под редакцией В. Б. Полонского. – М.: Просвещение, 2021 – 256 с.: ил.