

Секция 8.
АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ТЕОРИИ И ПРАКТИКИ
ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

УДК 514

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЯВЛЯЕТСЯ САМЫМ
УДОБНЫМ МЕЖДУНАРОДНЫМ ЯЗЫКОМ ОБЩЕНИЯ

Т. А. Баздерова, В. К. Юрьева, Т. О. Баяновская,

Е. В. Минаев, Е. В. Полбенников

КузГТУ, филиал кузГТУ в г. Белово

Теория геометрическое моделирование уже почти полувека изучается в Кузбассе. Для успешного решения разнообразных технических задач с помощью современных средств вычислительной техники необходимо соответствующее программное обеспечение, которое, в свою очередь, практически невозможно без специальной разработки законов и правил выполнения изображений различного оборудования из всех отраслей производства. Развитие теории геометрического моделирования во многом определяет наличия эффективных математических моделей, которые можно использовать для формализации графических операций. При этом «физические связи и отношения между реальными объектами заменяются позиционными и метрическими отношениями геометрических образов. Описание условий реальной задачи в геометрических терминах является очень ответственным и самым сложным этапом решения задачи, требующим сложной цепи умозаключений и высокого уровня абстракции, в результате которого реальное событие облекается в простую геометрическую конструкцию» [11, стр. 35]. Важнейшей характеристикой геометрического пространства является его размерность. «Самый простой геометрический образ – точка. Под точкой понимается простейший элемент, занимающий положение в пространстве, но не имеющий измерений. Размерность точки равна нулю, Какие образы моделирует точка? Это объекты, размеры которых в данный момент не имеют значения. В одном случае точкой может моделироваться атом, молекула, а в другом случае – спутник, планета. Движение точки A образует линию (в частности прямую линию l). Так, например, движение самолета образует светящуюся траекторию. Для того чтобы определить положение точки на прямой линии, необходимо задать один параметр. Отсюда размерность линии равна единице» [11, стр. 22]. «Движение линии образует двумерную поверхность или плоскость. Для определения положения точки на поверхности необходимы два параметра. Движение плоскости образует трехмерное пространство» [11, стр. 22]. Этот ряд рассуждений может быть продолжен дальше до n -мерного пространства. Многомерное пространство используется для описания и моделирования таких явлений, которые

зависят от многих (параметров). «На пример, для описания кинематических явлений, т.е. для моделирования систем, изменяющих свое положение в пространстве и во времени, применяется четырехмерное пространство событий. Движущийся объект изображается мировой линией, каждой точке которой соответствует положение объекта в определенный момент времени. Рассмотрим пример на плоскости α движется объект со скоростью V » [11, стр. 10]. (рис. 1). Геометрическая модель представляет собой пространственную мировую линию, a , каждой точке которой соответствует положение объекта в определенный момент времени. Если скорость равномерная, то мировая линия прямая. Угол наклона мировой линии φ характеризует величину скорости, чем меньше угол, тем больше скорость. При $\varphi = 90^\circ$ объект неподвижен.

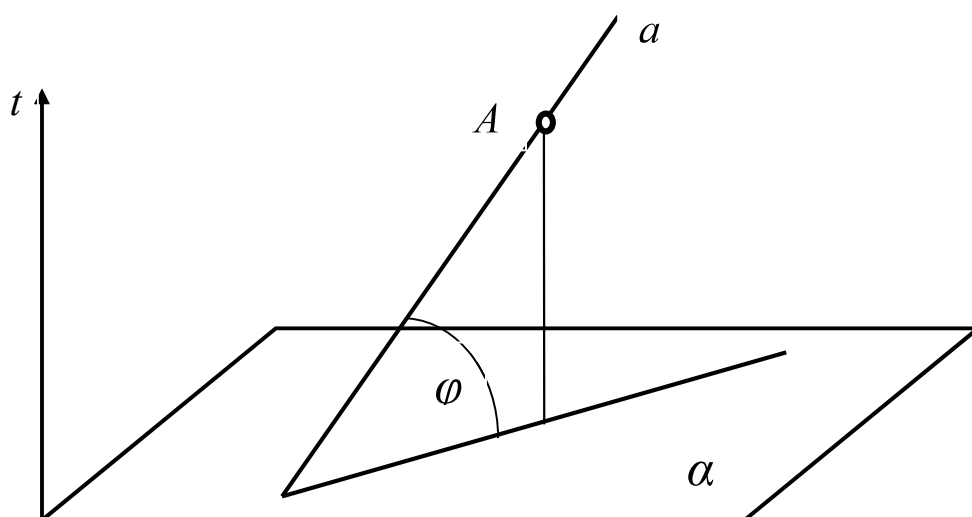


Рис. 1. Пространство событий для движущихся объектов на плоскости

«Чтобы определить размерность какого-либо множества геометрических образов, необходимо сопоставить его элементы с элементами другого множества, размерность которого уже известна. Так, например, пучок прямых (множество прямых, проходящих через одну точку на плоскости) и пучок плоскостей (множество плоскостей, проходящих через одну прямую) являются одномерными множествами, так как эти множества можно взаимно однозначно сопоставить с рядом точек на прямой линии» [11, стр. 26]; «размерность связки прямых линий (множества прямых, проходящих через одну точку в пространстве) равна двум, так как это множество можно

взаимно однозначно сопоставить с плоским полем точек» [11, стр. 26]. «Иногда для исчисления размерности используется термин число параметров. Таким образом, можно сказать, что размерность пространства определяется количеством независимых переменных (параметров, координат), необходимых для выделения одного элемента множества. Следует заметить, что любой геометрический элемент может рассматриваться пространством, и наоборот, любое пространство может являться элементом другого пространства. Заметим, что любое определение не является жестко фиксированным и носит относительный характер» [11, стр. 26]. Геометрический образ, внутри которого строится модель, назовем картиной. После того как задано исходное пространство, выбраны картина и модель, требуется установить конструктивную связь, позволяющую переходить от элементов первого множества к элементам второго и наоборот. Современная же «начертательная геометрия оперирует в проективном пространстве, которое отличается от изучаемого в школьном курсе евклидова пространства добавлением несобственных или бесконечно удаленных элементов» [11, стр. 26]. Аксиома Евклида о параллельности прямых в проективном пространстве теряет свое значение и заменяется другой: «две прямые, принадлежащие одной плоскости, в проективном пространстве всегда пересекаются в собственной или несобственной точке. Параллельные плоскости, пересекаются по несобственной прямой линии плоскости» [11, стр. 26]. Из сказанного следует, что в проективном пространстве «прямая линия дополняется одной бесконечно удаленной точкой, любая плоскость имеет несобственную прямую линию, несобственные точки и прямые линии заполняют несобственную плоскость в пространстве. Моделью несобственной прямой линии является линия горизонта, на которой сходятся прямые параллельные линии. В результате операции проецирования собственные точки или прямые линии могут моделироваться бесконечно-удаленными точками или прямыми линиями, и, наоборот, бесконечно-удаленные точки или прямые линии – собственными точками или прямыми линиями» [11, стр. 26]. «Геометрические модели классифицируют на предметные, расчетные и познавательные. Среди геометрических моделей можно выделить плоские и объемные модели. Предметные модели тесно связаны с визуальным наблюдением. Информация, получаемая с предметных моделей, включает в себя сведения о форме и размерах объекта, о его расположении относительно других. Чертежи машин, технических приспособлений и их деталей выполняют с соблюдением ряда условных обозначений, особых правил и определенного масштаба. Чертежи могут быть монтажными, общего вида, сборочными, табличными, габаритными, наружных видов, пооперационными и т.д. Чертежи также различают по отраслям производства: машиностроительные, приборостроительные, строительные, горно-геологические, топографические и т.п. Чертежи земной поверхности называются картами. Чертежи различают по методу изображений: ортогональный чертеж, аксонометрия,

перспектива, проекции с числовыми отметками, аффинные проекции, стереографические проекции, кинеперспектива и т.п.» [11, стр. 31]. К предметным моделям относятся чертежи, карты, фотографии, макеты, телевизионные изображения и т.п. Предметные модели тесно связаны с визуальным наблюдением. Среди предметных «геометрических моделей можно выделить плоские и объемные модели. Предметные модели существенно различаются по способу исполнения: чертежи, рисунки, картины, фотографии, киноленты, рентгенограммы, макеты, модели, скульптуры» [11, стр. 31]. и т. п. В зависимости от стадии проектирования чертежи различают на чертежи технического предложения, эскизного и технического проектов, рабочие чертежи. Чертежи также различают на подлинники, оригиналы и копии. «Графические построения могут служить для получения численных решений различных задач» [11, стр. 31], так как графически можно выполнять алгебраические действия (складывать, вычитать, умножать, делить), дифференцировать, интегрировать и решать уравнения [11]. «При вычислении алгебраических выражений числа изображаются направленными отрезками. Для нахождения разности или суммы чисел, соответствующие им отрезки, откладываются на прямой линии. Умножение и деление осуществляется построением пропорциональных отрезков, которые отсекаются на сторонах угла прямыми параллельными линиями. Комбинация действий умножения и сложения позволяет вычислять суммы произведений и взвешенное среднее. Графическое возведение в целую степень заключается в последовательном повторении умножения. Графическим решением уравнений является значение абсциссы точки, пересечения кривых» [11, стр. 32] линий. «Графически можно вычислять определенный интеграл, строить график производной, т.е. дифференцировать и интегрировать, а также решать уравнения. Геометрические модели для графических вычислений необходимо отличать от номограмм и расчетных геометрических моделей (РГМ). Графические вычисления требуют каждый раз последовательности построений. Номограммы и РГМ представляют собой геометрические изображения функциональных зависимостей и не требуют для нахождения численных значений новых построений. Номограммы и РГМ используются для вычислений и исследований функциональных зависимостей. Вычисления на РГМ и номограммах заменяется считыванием ответов с помощью элементарных операций, указанных в ключе номограммы. Основными элементами номограмм являются шкалы и бинарные поля. Номограммы подразделяются на элементарные и составные номограммы. Номограммы также различают по операции в ключе. Принципиальное различие РГМ и номограммы состоит в том, что для построения РГМ используются геометрические методы, а для построения номограмм – аналитические методы» [11, стр. 32]. Номография – переход от аналитической машины к геометрической машине. К познавательным моделям относятся графики функций, диаграммы и графы. Графическая модель зависимости одних переменных величин от других

называется графиком функций. Графики функций можно строить по заданной его части или по графику другой функции, используя геометрические преобразования. Графическое изображение, наглядно показывающее соотношение каких-либо величин, является диаграммой. Столбчатая диаграмма, представляющая собой совокупность смежных прямоугольников, построенных на одной прямой и представляющих распределение каких-либо величин по количественному признаку, называется гистограммой. «Геометрические модели, изображающие отношения между элементами множества называются графами. Графы – модели порядка и образа действия» [11, стр. 32]. «Особое значение имеют теоретические геометрические модели. В аналитической геометрии геометрические образы исследуются средствами алгебры на основе метода координат. В проективной геометрии изучаются проективные преобразования и неизменные свойства фигур, независимые от них. В начертательной геометрии изучаются пространственные фигуры и методы решения пространственных задач при помощи построения их изображений на плоскости. Свойства плоских фигур рассматриваются в планиметрии, а свойства пространственных фигур – в стереометрии. В сферической тригонометрии изучаются зависимости между углами и сторонами сферических треугольников. Теория фотограмметрии и стерео- и фотограмметрии позволяет определять формы, размеры и положения объектов по их фотографическим изображениям в военном деле, космических исследованиях, геодезии и картографии. Современная топология изучает непрерывные свойства фигур и их взаимного расположения. Фрактальная геометрия (введена в науку в 1975 Б. Мандельбротом), изучающая общие закономерности процессов и структур в природе, благодаря современным компьютерным технологиям стала одним из самых плодотворных и прекрасных открытий в математике. Фракталы пользовались бы еще большей популярностью, если бы опирались на достижения современной теории начертательной геометрии» [11, стр. 32]. «Построенная по методу двух изображений плоская модель трехмерного пространства вполне однозначно или, как говорят, изоморфно сопоставляет элементы трехмерного пространства с их моделью. Это позволяет решить на плоскостях практически любую задачу, которая может возникнуть в пространстве. Но иногда по некоторым практическим соображениям, бывает целесообразно дополнить такую модель дополнительным изображением объекта моделирования. Теоретической основой для получения дополнительной проекции служит геометрический алгоритм, предложенный немецким ученым Гауком» [11, стр. 36].

«Задачи классической начертательной геометрии можно условно разделить на позиционные, метрические и конструктивные задачи. Задачи, связанные с выявлением взаимного положения геометрических образов относительно друг друга, называются позиционными. Открытые позиционные задачи в исходном пространстве, когда кроме задания пересекающихся образов не требуется никаких построений, становятся закрытыми на плоской

модели, так как алгоритмы их решения распадаются из-за невозможности выделения геометрических образов. В пространстве прямая линия и плоскость всегда имеют пересечение в собственной или несобственной точке (прямая параллельна плоскости). На модели плоскость задается гомологией. На эпюре Монжа плоскость задается родственным соответствием и для решения задачи необходимо реализовать алгоритм построения соответственных элементов в заданном преобразовании. Решение задачи на пересечение двух плоскостей сводится к определению линии, которая одинаково преобразуется в двух заданных родственных соответствиях. Позиционные задачи на пересечение геометрических образов, занимающих проецирующее положение, значительно упрощаются в связи вырожденностью их проекций и поэтому играют особую роль. Как известно, одна проекция проецирующего образа обладает собирательным свойством, все точки прямой линии вырождаются в одну точку, а все точки и линии плоскости вырождаются в одну прямую линию, поэтому позиционная задача на пересечение сводится к определению недостающей проекции искомой точки или линии. Учитывая простоту решения позиционных задач на пересечение геометрических образов, когда хотя бы один из них занимает проецирующее положение, можно решать позиционные задачи общего вида с помощью методов преобразования чертежа для преобразования одного из образов в проецирующее положение. Имеет место факт: различные пространственные алгоритмы на плоскости моделируются одним и тем же алгоритмом. Это можно объяснить тем, что в пространстве существует алгоритмов на порядок больше, чем на плоскости. Для решения позиционных задач используются различные методы: метод сфер, метод секущих плоскостей, преобразования чертежа. Операция проектирования может рассматриваться как способ образования и задания поверхностей. Существует большой круг задач, связанных с измерением длин отрезков, величин углов, площадей фигур и т. д. Как правило, эти характеристики выражаются числом (две точки определяют число, характеризующее расстояние между ними; две прямые определяют число, характеризующее величину образованного ими угла и т. д.), для определения которого используются различные эталоны или шкалы. Примером таких эталонов являются обычная линейка и транспортир. Для того чтобы определить длину отрезка, надо сравнить его с эталоном, например, линейкой. А как приложить линейку к прямой линии общего положения на чертеже? Масштаб линейки в проекциях будет искажаться, причем для каждого положения прямой будет свой масштаб искажения. Для решения метрических задач на чертеже необходимо задать опорные элементы (несобственную плоскость, абсолютную полярность, масштабный отрезок), используя которые можно построить любую шкалу. Для решения метрических задач на эпюре Монжа используют преобразования чертежа так, чтобы искомые образы не искажались хотя бы в одной проекции. Таким образом, под метрическими задачами будем понимать преобразования отрезков, углов и

плоских фигур в положения, когда они изображаются в натуральную величину. При этом можно использовать различные способы. Существует общая схема решения основных метрических задач на измерение расстояния и углов. Наибольший интерес представляют конструктивные задачи, решение которых опирается на теорию решения позиционных и метрических задач. Под конструктивными задачами понимаются задачи, связанные с построением геометрических образов, отвечающих определенным теоремам начертательной геометрии. Конструктивные задачи целесообразно решать в такой последовательности: анализ задачи, ее исследование, составление пространственного плана (алгоритма) решения и доказательство правильности решения. Целью анализа является разбиение задачи путем логических рассуждений на составные части (множества) и установление связи между заданными и искомыми величинами. В технических дисциплинах используются статические геометрические модели, которые помогают сформировать представления об определенных предметах, их конструктивных особенностях, о входящих в их состав элементах, и динамические или функциональные геометрические модели, которые позволяют демонстрировать кинематику, функциональные связи или же технические и технологические процессы. Очень часто геометрические модели позволяют проследить ход таких явлений, которые обычному наблюдению не поддаются и могут быть представлены на основании имеющихся знаний. Изображения позволяют не только представить устройство определенных машин, приборов и оборудования, но одновременно охарактеризовать их технологические особенности и функциональные параметры. Чертежи дают не только геометрическую информацию о форме деталей узла. По нему понимается принцип работы узла, перемещение деталей относительно друг друга, преобразование движений, возникновение усилий, напряжений, преобразование энергии в механическую работу и т.п. В техническом вузе чертежи и схемы имеют место во всех изучаемых общетехнических и специальных дисциплинах (теоретическая механика, сопротивление материалов, конструкционные материалы, электромеханика, гидравлика, технология машиностроения, станки и инструменты, теория машин и механизмов, детали машин, машины и оборудование и др.). Для передачи различной информации чертежи дополняют различными знаками и символами, а для их словесного описания используются новые понятия, в основу формирования которых положены фундаментальные понятия физики, химии и математики. В процессе изучения теоретической механики и сопротивления материалов появляются качественно новые виды наглядности: схематичный вид конструкции, расчетная схема, эпюра. Эпюра – это разновидность графика, на котором показаны величина и знак различных внутренних силовых факторов, действующих в любой точке конструкции (продольных и поперечных сил, крутящих и изгибающих моментов, напряжений и т. д.). В курсе сопротивления материалов в процессе решения любой расчетной задачи требуется неоднократное перекодирование

данных путём использования различных по своим функциям и уровням абстракции изображений. Схематичный вид, как первая абстракция от реальной конструкции, позволяет сформулировать задачу, выделить её условия и требования. Расчетная схема условно передаёт особенности конструкции, её геометрические характеристики и метрические соотношения, пространственное положение и направление действующих силовых факторов и реакций опор, точки характерных сечений. На её основе создаётся модель решения задачи, и она служит наглядной опорой в процессе реализации стратегии на разных этапах решения (при построении эпюры моментов, напряжений, углов закручивания и других факторов). В дальнейшем при изучении технических дисциплин идёт усложнение структуры используемых геометрических образов с широким использованием условно-графических изображений, знаковых моделей и их различных сочетан» [11, стр. 36 – 39]. Особенно интересным является использование геометрических моделей для проведения аналогий между геометрическими законами и реальными объектами для анализа сущности явления и оценки теоретического и практического значения математических рассуждений и анализа сущности математического формализма. «Отметим, общепринятые средства передачи приобретаемого опыта, знаний и восприятия (речь, письменность, живопись и т. д.) являются заведомо гомоморфной проекционной моделью реальной действительности. Понятия о проекционном схематизме и операции проектирования относятся к начертательной геометрии и имеют своё обобщение в теории геометрического моделирования» [11, стр. 33]. Проекционные геометрические модели, получаемые в результате операции проецирования, могут быть совершенными, несовершенными (различной степени несовершенства) и распавшимися. «С геометрической точки зрения, любой объект может иметь множество проекций, различающихся как положением центра проектирования и картины, так и их размерностью, т.е. реальные явления природы и общественных отношений допускают различные описания, отличающиеся друг от друга степенью достоверности и совершенства. Основой научного исследования и источником всякой научной теории является наблюдение и эксперимент, который всегда имеет целью выявления некоторой закономерности» [11, стр. 33]. Все эти обстоятельства послужили основанием для использования аналогий между различными видами проекционных геометрических моделей, полученных при гомоморфном моделировании, и моделями, возникающими в результате исследования» [11, стр. 34].

В отличие от традиционных языков общения (русский, китайский, английский, немецкий, итальянский, португальский, испанский, индийский, греческий и т.д.), геометрический язык общения единый для всех народов, также как звук или музыка (но не музыкальная грамота). Геометрический язык общения – самый удобный, потому-то не допускает разночтений, противоречивых толкований, даёт возможность избежать

конфликтов. Методы геометрического моделирования позволяют развивать творческую грань личности, так как основаны на анализе, исследовании и доказательстве правильности решения задач. Главным для инженера является овладение геометрическим языком общения, так как решение современных инженерных задач связано с анализом и оценкой реальной ситуации, определением принципиальных возможностей использования существующих научно-технических идей и технологий, разработкой новых моделей и этапов решения, выбором оптимального варианта решения и управления. А опосредованный характер управления автоматически действующими техническими объектами и технологическими процессами, осуществляемыми через приборные панели, пульта управления и сигнализирующие устройства, не возможен без хорошо развитого пространственного геометрического мышления. Благодаря этому Кузбасс сейчас играет авангардную роль в историческом процессе, как ведущий промышленный регион.

Список литературы

1. Баздерова Т.А. Гомоморфное проекционное моделирование алгоритмов. Автореферат. дисс. ... канд. техн. наук. ЛИСИ, – Л., 1980. – 23 с.
2. Баздерова Т.А. Гомоморфное проекционное моделирование геометрических алгоритмов. Дисс. ... канд. техн. наук. – Л., 1980. – 253 с.
3. Баздерова Т.А. Новые аспекты начертательной геометрии. Текст лекций. КузПИ. – Кемерово. 1986. – 59 с.
4. Баздерова Т, А., Новоселова В. П. Черчение (материалы для самосовершенствования и подготовки к аттестации. Департамент образования администрации. Кемерово, ОблИУУ /Под общей редакцией: Бублик Н.В., Панина Т.С./Рецензент: Касаткина Н.Э. 1994. – 12 с.
5. Баздерова Т.А. Конструирование (моделирование) формы деталей. Методические указания по черчению для гимназистов старших классов. Кузбас. госуд. техн. ун-т, – Кемерово, 1995. – 30 с.
6. Баздерова Т.А., Новоселова В.П. Вопросы подготовки педагогических кадров по черчению. Повышение квалификации и переподготовка кадров как фактор развития общеобразовательной школы: Материалы Всероссийской научно-практической конференции (18 – 19 декабря 1996 г.). ОблИУУ, – Кемерово, 1996. – С. 142 – 147.
7. Баздерова Т.А. Рабочая программа по геометрическому моделированию, начертательной геометрии, инженерной графике и черчению (для учащихся 8, 9, 10, 11 классов). Кузбас. госуд. техн. ун-т, – Кемерово, 1997. – 8 с.

8. Баздерова Т.А. Формирование культурной личности – закон для системы народного образования. Социально-педагогические аспекты формирования культурной личности в условиях Кузбасского региона: Научно-практ. конф. (18 – 21 марта 1997 г.). ОбЛИУУ, – Кемерово, 1997. – С. 251 – 255.
9. Теория и практика преподавания черчения / Учебная программа факультета профессиональной переподготовки КРИПКиПРО. - Кемерово: КРИПКиПРО, 2004. – 16 с.
10. Баздерова Т.А. Геометрия приближает разум к истине. В кн.: Годы и судьбы. КГИ – КузПИ – КузГТУ / Ред. колл. В.И. Нестеров (гл. ред.), П.Т. Петрик, И.М. Черноброд: ГУ КузГТУ. – Кемерово, 2005. – 354 с. – С. 185 – 199.
11. Баздерова Т.А. Начертательная геометрия: учеб. пособие / Филиал КузГТУ в г. Белово. – Кемерово, 2012. – 135 с.
12. Баздерова Т.А. Инженерная и компьютерная графика: учеб. пособие / Филиал КузГТУ в г. Белово. – Кемерово, 2012. – 104 с.
13. Баздерова Т.А. Гомоморфные геометрические модели и алгоритмы: монография / Филиал КузГТУ в г. Белово. – Белово, 2014. – 176 с.
14. Баздерова Т.А. Формирование геометрической культуры в условиях современного образования: монография / Филиал КузГТУ в г. Белово. – Белово, 2014. – 73 с.
15. Баздерова Т.А. Формирование творческих способностей студентов технических вузов: монография / Филиал КузГТУ в г. Белово. Кемерово, 2016. – 70 с.