

УДК 519.688

И. Ю. ЧУРИКОВ, студент гр. ПМИМ-211 (КемГУ)
Научный руководитель С. Г. ГУТОВА, к. т. н., доцент (КемГУ)
г. Кемерово

ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ МУЛЬТИСИНУСОИДАЛЬНОГО СИГНАЛА

В прикладных исследованиях и при решении практических задач математического моделирования нередко возникает вопрос изучения характеристик работы различного рода динамических объектов, поэтому проблема идентификации их входных и выходных сигналов, в том числе, мультисинусоидальных, является актуальной задачей.

В то время как каждая периодическая функция может быть разложена в ряд Фурье, представляющий собой сумму гармонических колебаний, немаловажна эффективность способа, которым такое представление достигается. Так как ряд является по определению бесконечным, возникает проблема определения оптимального числа гармоник – такого их количества, которое обеспечит достаточную точность получаемой модели, но в то же время не будет излишне громоздким. Таким образом, выбор разложения является по сути задачей подбора.

Преимущество используемого и реализуемого в данной работе метода идентификации заключается в том, что число гармоник и все параметры сигнала – частоты, амплитуды, начальные фазы, постоянное смещение – определяются автоматически на основе его оцифрованных значений [1].

Модель мультисинусоидального сигнала имеет вид (1) и представляет собой смещение μ , сумму n гармоник с неизвестными круговыми частотами ω_i , амплитудами C_i и начальными фазами φ_i :

$$x(t) = \mu + \sum_{i=1}^n C_i \sin(\omega_i t + \varphi_i) \quad (1)$$

Оцифрованные значения сигнала с равномерным шагом дискретизации Δt для $i = \overline{1, n}$ определяются измерительной информацией вида (2):

$$x(k\Delta t) = \mu + \sum_{i=1}^n C_i \sin(\omega_i k\Delta t + \varphi_i) \quad (2)$$

Для написания логической части реализации алгоритма цифрового моделирования мультисинусоидального сигнала был выбран язык

программирования C++. Графический интерфейс приложения был разработан с использованием среды разработки Embarcadero C++Builder Community Edition [2] с использованием функционала встроенного набора компонентов для работы с графиками TeeChart и свободно распространяемой библиотеки GNU Scientific Library (GSL) для осуществления некоторых этапов расчётной части.

Входные данные добавляются в программу в формате табличного файла, оформленного с соблюдением некоторых требований: список оцифрованных с постоянным шагом дискретизации значений t и $x(t)$ соответственно, начиная с $t = 0$, находится в первых двух столбцах таблицы. В первой ячейке четвёртого столбца подсчитывается автоматически или указывается вручную количество используемых измерений.

В программе также предусмотрена возможность сгенерировать файл входных данных самостоятельно. Предварительно в главном окне программы понадобится задать количество гармоник и постоянное смещение сигнала, после чего по нажатию на кнопку «Продолжить ввод» откроется диалоговое окно, содержащее форму для ввода параметров каждой его гармонической составляющей и поле для выбора шага дискретизации. Помимо этого, перед сохранением данных в файл, можно будет визуализировать график как самого сигнала, так и его отсчётов.

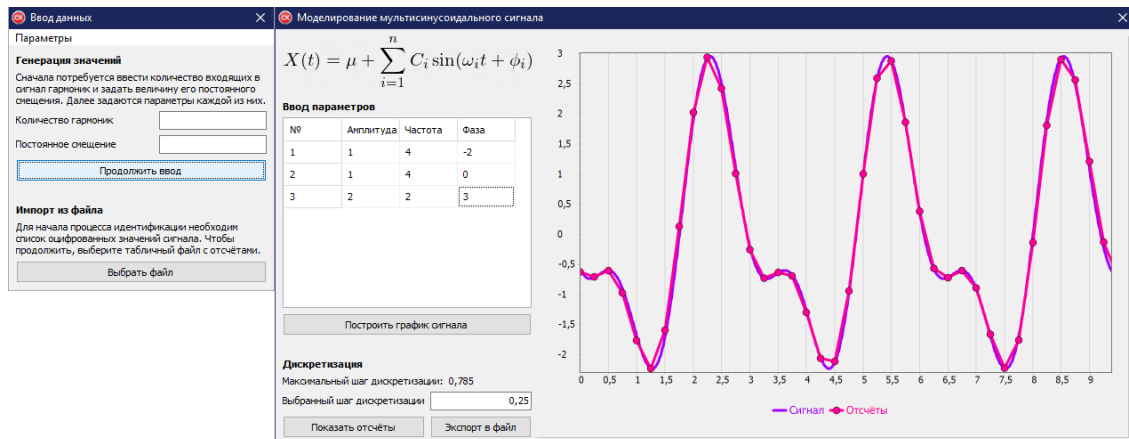


Рис. 1. Окна «Ввод данных» и «Моделирование мультисинусоидального сигнала»

Данные, которые вводит пользователь, не сохраняются в экспортируемый файл, и таким образом, используются лишь в ходе создания списка оцифрованных значений сигнала, и не используются ни на одном этапе вычислений модели.

Первым этапом вычисления является задача оценки количества гармоник в сигнале, и для её решения строится идентифицирующая матрица, общий вид которой представлен далее (табл. 1).

Отсчёты сигнала (2) вносятся во вторую строку данной матрицы, начиная с $x(0)$, однако в частном случае $x(0) = 0$ – что происходит при отсутствии постоянного смещения сигнала и начальных фаз у всех его гармоник – все элементы второй строки смещаются на один шаг влево, то есть оцифрованные значения сигнала (1) записываются начиная с $x(t)$.

Далее идентифицирующая матрица заполняется с использованием рекуррентного соотношения (3):

$$\alpha_{lk} = \frac{\alpha_{l-2,k+1}}{\alpha_{l-2,1}} - \frac{\alpha_{l-1,k+1}}{\alpha_{l-1,1}} \quad (3)$$

Табл. 1. Идентифицирующая матрица

1	0	...	0	...
$x(0)$	$x(\Delta t)$...	$x(n\Delta t)$...
α_{31}	α_{32}	...	α_{3k}	...
α_{41}	α_{42}	...	α_{4k}	...
...
0	0	...	0	...

Точкой останова для заполнения идентифицирующей матрицы служит появление в ней нулевой строки, номер m которой идентифицирует число гармоник сигнала (2) и характеризует присутствие (или отсутствие) в нём смещения μ .

Если величина $(m - 4)$ кратна четырём, это означает, что в идентифицируемом сигнале присутствует смещение ($\mu \neq 0$), и что сигнал содержит следующее $(m - 4) / 4$ гармоник. Аналогично, если четырём кратна величина $(m - 2)$, смещение в сигнале отсутствует ($\mu = 0$), а количество гармоник находится равно $(m - 2) / 4$. В случае, когда ни одна из этих величин не кратна четырём, идентифицируемый сигнал невозможно представить в виде (2).

На основе первого столбца идентифицирующей матрицы строится конечная непрерывная дробь (4), которая служит приближением дискретной передаточной функции (ДПФ) искомого сигнала:

$$G(z) = \frac{k}{1 + \frac{\alpha_{31}z^{-1}}{1 + \frac{\alpha_{41}z^{-1}}{1 + \ddots}}} \quad (4)$$

где $k = x(0)$, за исключением частного случая $x(0) = 0$, так как в связи со сдвигом второй строки на один элемент влево $k = x(\Delta t)z^{-1}$.

Сворачивание дроби (4) позволяет осуществить переход к дробно-рациональному выражению. Приравнивая его знаменатель получается

характеристическое уравнение ДПФ, решением которого являются комплексно-сопряжённые корни.

На основе соответствия соответствия z - и s -плоскостей, круговые частоты ω_i для сигнала (2) определяются согласно (5):

$$\omega_i = \frac{\arg(z_i)}{\Delta t} \quad (5)$$

где $z_i = u \pm jv$ – полюса дискретной передаточной функции (4). Кроме того, дополнительный полюс $1 + 0j$ характеризует наличие смещения μ в (2).

Отсутствие комплексно-сопряжённых полюсов у ДПФ сигнала или наличие дополнительных действительных полюсов (помимо $1 + 0j$) означает, что сигнал не является мультисинусоидальным.

Для нахождения амплитуд C_i гармоник сигнала (2), запишем его в виде (6), где $A_i = C_i \cos \varphi_i$ и $B_i = C_i \sin \varphi_i$:

$$x(k\Delta t) = \mu + \sum_{i=1}^n (A_i \sin(\omega_i k\Delta t) + B_i \cos(\omega_i k\Delta t)) \quad (6)$$

Чтобы определить значения постоянного смещения μ и коэффициентов A_i и B_i , требуется решить систему (7), состоящую в общем виде из $2n + 1$ линейных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu + \sum_{i=1}^n B_i = x(0) \\ \mu + \sum_{i=1}^n (A_i \sin(\omega_i \Delta t) + B_i \cos(\omega_i \Delta t)) = x(\Delta t) \\ \dots \\ \mu + \sum_{i=1}^n (A_i \sin(2n\omega_i \Delta t) + B_i \cos(2n\omega_i \Delta t)) = x(2n\Delta t) \end{array} \right. \quad (7)$$

В случае отсутствия постоянного смещения ДПФ будет обладать только комплексными полюсами, которые используются для нахождения частот сигнала (2) согласно (5). Для нахождения остальных его параметров будет использоваться аналогичная система линейных уравнений, имеющая порядок $2n$ и не содержащая переменной μ .

На основании полученных в ходе решения (7) коэффициентов A_i и B_i , определяются амплитуды C_i и начальные фазы φ_i согласно (8):

$$C_i = \sqrt{A_i^2 + B_i^2}, \quad \varphi_i = \arctg \frac{B_i}{A_i}. \quad (8)$$

Результатом работы программы является формула сигнала в виде (1) и построенный на её основе непрерывный график мультисинусоидального сигнала. Совпадение характеристик исходного и восстановленных сигналов с допустимой погрешностью позволяет сделать вывод о том, что структура сигнала восстановлена верно.

Шаг дискретизации выбирается эмпирически, поэтому для проверки соответствия исходной и восстановленной модели потребуется провести его вариацию. В случае, если полученные восстановленные модели совпадают, результаты вычислений считаются достоверными [3]. Возможность осуществить вариацию шага дискретизации путём децимации предоставляется пользователю в диалоговом окне «Результаты идентификации» (рис. 2), однако стоит заметить, что принадлежность новой его величины полосе допустимых шагов дискретизации не гарантируется.

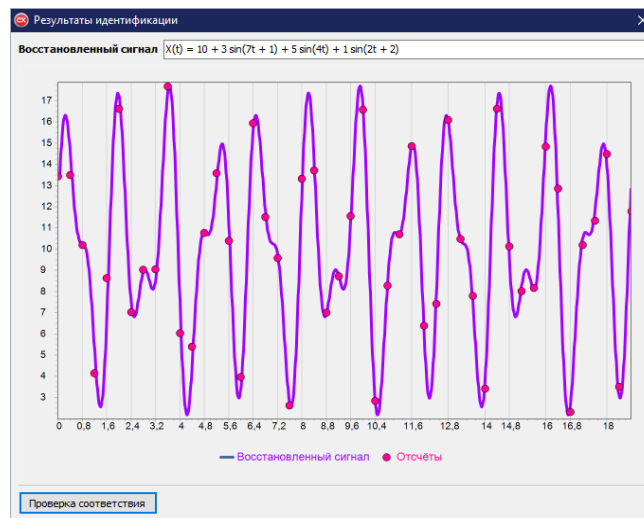


Рис. 2. Окно «Результаты идентификации»

В ходе работы был использован метод структурно-параметрической идентификации модели мультисинусоидального сигнала на основе аппарата непрерывных дробей, и была подготовлена его программная реализация. Разработанная автоматизированная информационная система в виде программы для ЭВМ «Идентификация мультисинусоидального сигнала на основе аппарата непрерывных дробей» имеет государственную регистрацию [4] и может при решении задач, связанных с анализом сигналов при проектировании и исследовании различных цифровых систем.

Список литературы:

1. Novoseltseva M. A., Gutova S. G., Kazakevich I. A. Structural and Parametric Identification of a Multisinusoidal Signal Model by Using Continued Fractions // 2018 International Russian Automation Conference (RusAutoCon) – IEEE, 2018. – С. 1–5.
2. C++ Builder: Community Edition – Embarcadero [Электронный ресурс]. // <https://www.embarcadero.com/products/cbuilder/starter>. (Дата обращения: 22.10.2021).

-
3. Novoseltseva M. A., Gutova S. G., Kagan E. S. The Influence of Discretization Step on the Accuracy of the Structural-Parametric Identification of Multisinusoidal Signals // 2020 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon) – IEEE, 2020. – С. 1–5.
 4. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2021660601 Российская Федерация. Идентификация мультисинусоидального сигнала на основе аппарата непрерывных дробей: № 2021619994 : заявл. 29.06.2021 : опубл. 29.06.2021 / И. Ю. Чуриков, С. Г. Гутова, М. А. Новосельцева; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кемеровский государственный университет».

Информация об авторах:

Чуриков Илья Юрьевич, студент гр. ПМИМ-211, КемГУ, 650000, г. Кемерово, ул. Красная, д. 6, ilyasfw@icloud.com

Гутова Светлана Геннадьевна, к. т. н., доцент, КемГУ, 650000, г. Кемерово, ул. Красная, д. 6, gsg1967@mail.ru