УДК 621.313

М.Ю. ПУСТОВЕТОВ, к.т.н., доцент, (ФГБОУ ВПО РГУПС)
г. Ростов-на-Дону

ОБ УЧЕТЕ НЕЛИНЕЙНОСТИ КРИВОЙ НАМАГНИЧИВАНИЯ НЕЛИНЕЙНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

С целью учета нелинейности кривой намагничивания при математическом моделировании электромагнитных устройств (электрических машин [1], трансформаторов [2], дросселей [3]) в дифференциальных уравнениях используются нелинейные коэффициенты, характеризующие зависимость величины индуктивности от тока (или потокосцепления). Иногда возникает вопрос о справедливости именно такого способа учета нелинейности кривой намагничивания.

Пусть имеется производная потокосцепления по времени:

$$\frac{d\Psi}{dt} = \frac{d\left(L(i(t)) \cdot i(t)\right)}{dt}. \qquad (1)$$

Весьма часто зависимость $L(i(t))$ определяется исключительно влиянием на магнитную проницаемость сердечников явления насыщения. Другие причины отсутствуют: для моделей трехфазной асинхронной электрической машины и трехфазного трансформатора рассматриваются симметричные в магнитном отношении конструкции, в асинхронной машине принимается гладкий воздушный зазор (не учитывается влияние зубчатости на форму поля в зазоре), принятая система координат модели асинхронной машины (например, неподвижная [4, 5]) обеспечивает отсутствие периодических коэффициентов (периодических изменений взаимной индуктивности фаз при вращении ротора), в случае дросселя подразумевается единственность и неподвижность сердечника (или его частей).

Параметр индуктивности зависит от модуля тока (или потокосцепления) и может быть выражен через сумму постоянной и переменной составляющих:

$$L(i(t)) = L_{\text{const}} + L_{\text{var}}(i(t)), \qquad (2)$$

поэтому

$$\frac{d\Psi}{dt} = \frac{d\left(L(i(t))\cdot i(t)\right)}{dt} = \frac{d\left(L_{\text{const}} + L_{\text{var}}(i(t))\cdot i(t)\right)}{dt} =$$

$$= L_{\text{const}}\frac{di(t)}{dt} + \frac{dL_{\text{var}}(i(t))\cdot i(t)}{dt} = L_{\text{const}}\frac{di(t)}{dt} + L_{\text{var}}(i(t))\frac{di(t)}{dt} + \qquad (3)$$

$$+ i(t)\frac{dL_{\text{var}}(i(t))}{dt} = L_{\text{const}}\frac{di(t)}{dt} + L_{\text{var}}(i(t))\frac{di(t)}{dt} + i(t)\frac{dL_{\text{var}}(i(t))}{di(t)}\cdot\frac{di(t)}{dt}.$$

Ввиду симметрии кривой намагничивания относительно нуля можно сделать вывод, что за период переменного тока (для простоты и наглядности рассмотрения представим установившийся режим электрической цепи) его модуль (модуль мгновенных значений) имеет два периода, которым соответствуют два периода изменения переменной составляющей индуктивности по закону, близкому к гармоническому. Отметим, что технической задачей в рассматриваемых устройствах является получение токов, как можно более близких к гармоническим. Если же речь идет о токе намагничивания асинхронных машин и трансформаторов, то благодаря фильтрующим свойствам индуктивностей вообще и большому значению главной индуктивности ток намагничивания практически синусоидален даже при прямоугольной или составленной из набора прямоугольных импульсов форме питающего напряжения [6].

Пример, характеризующий изменение тока и индуктивности дросселя с магнитным сердечником в переходном процессе включения под синусоидальное напряжение [3], приведен на рисунке.

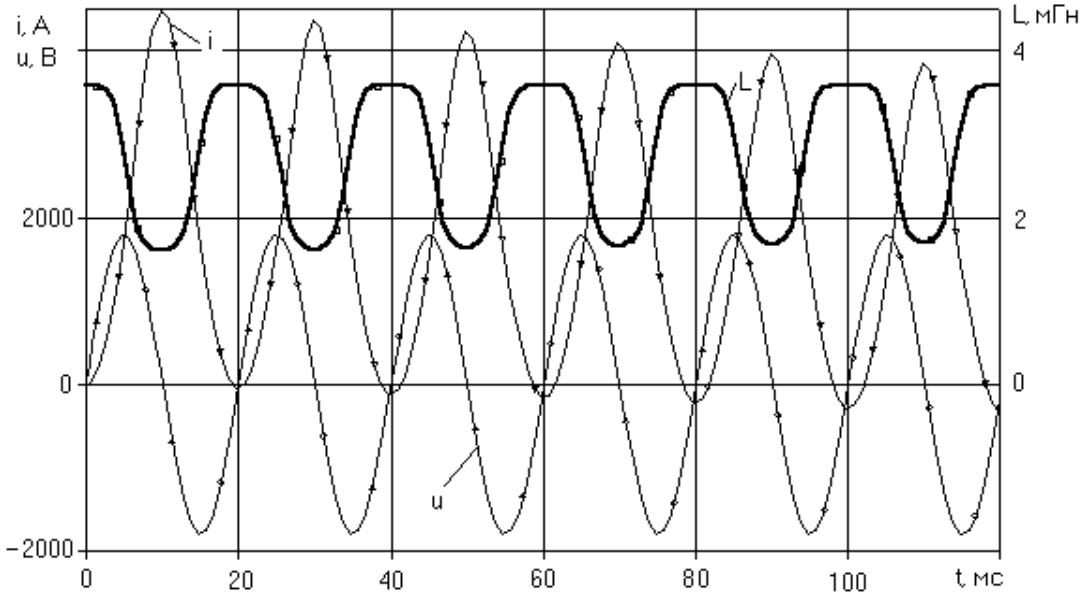

Рисунок - Результаты моделирования дросселя РС38
при подаче на зажимы синусоидального напряжения [3]

Если принять, что законы изменения тока (модуля тока) и зависящей от него переменной составляющей индуктивности одинаковы (гармонические), то

$$\frac{dL_{\text{var}}(i(t))}{di(t)} = \text{const} = C_1. \tag{4}$$

Тогда

$$\begin{aligned}
&\frac{d\Psi}{dt} = L_{\text{const}}\frac{di(t)}{dt} + L_{\text{var}}(i(t))\frac{di(t)}{dt} + i(t)\frac{dL_{\text{var}}(i(t))}{di(t)}\cdot\frac{di(t)}{dt} = \\
&= L_{\text{const}}\frac{di(t)}{dt} + L_{\text{var}}(i(t))\frac{di(t)}{dt} + i(t)\cdot C_1\cdot\frac{di(t)}{dt} = \\
&= \left(L_{\text{const}} + L_{\text{var}}(i(t)) + i(t)\cdot C_1\right)\frac{di(t)}{dt}.
\end{aligned} \tag{5}$$

Таким образом, множитель перед производной тока по времени вполне справедливо трактовать как нелинейный коэффициент, то есть как индуктивность, нелинейно зависимую от тока (или потокосцепления). Это приведет к записи, традиционно используемой в работах, связанных с моделированием асинхронных машин, трансформаторов и дросселей:

$$\frac{d\Psi}{dt} = \frac{d\left(L(i(t))\cdot i(t)\right)}{dt} = L(i(t))\frac{di(t)}{dt}. \tag{6}$$

Частным случаем рассмотрения является запись в математических моделях асинхронных машин производной потокосцепления с учетом главной индуктивности

$$\frac{d\Psi}{dt} = \frac{d\left(L(\Psi(t))\cdot i(t)\right)}{dt}, \tag{7}$$

где главная индуктивность является функцией модуля мгновенного значения амплитуды изображающего вектора потокосцепления, который определяется как [1]

$$\Psi = \sqrt{\Psi_x^2 + \Psi_y^2}, \tag{8}$$

т.е. с использованием проекций на ортогональные оси. Нужно отметить, что выраженное таким образом потокосцепление при условии симметрии машины и ее питания изменяется значительно медленнее, чем питающее напряжение или ток. В этом случае в (3) можно пренебречь составляющей $i(t)\frac{dL_{\text{var}}(\Psi(t))}{dt}$ за малостью множителя $\frac{dL_{\text{var}}(\Psi(t))}{dt}$ (он стремится к нулю).

Но при несимметричной системе питающих напряжений появятся уже «быстрые» периодические изменения Ψ от времени, которые будут накладываться на «медленную» составляющую.

Поэтому, первый способ пояснения (выражение (5)) является более универсальным.

Список литературы:

1. Соколовский, Г. Г. Электроприводы переменного тока с частотным регулированием : учебник для студ. высш. учеб. заведений [Текст] / Г.Г. Соколовский. – М.: Издательский центр «Академия», 2006. – 272 с.
2. Пустоветов, М.Ю. Компьютерное моделирование асинхронных двигателей и трансформаторов. Примеры взаимодействия с силовыми электронными преобразователями [Текст]/ М.Ю. Пустоветов, К.П. Солтус, И.В. Синявский // – Saarbrucken : Германия : LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013. – 209 с.
3. Пустоветов, М.Ю. Компьютерная модель дросселя [Текст] / М.Ю. Пустоветов, И.В. Пехотский, С.Ю. Пустоветова // Вестник ВЭлНИИ. – 2005. - №1 (48). – С. 95 – 101.
4. Копылов, И. П. Математическое моделирование электрических машин: учеб. для вузов по спец. «Электромеханика» [Текст] / И. П. Копылов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. шк., 1994. – 318 с.
5. Сипайлов, Г. А. Математическое моделирование электрических машин (АВМ): учебное пособие для студентов вузов [Текст] / Г. А. Сипайлов, А.В. Лоос. – М. : Высш. школа, 1980. – 176 с.
6. Бочаров, В.И. Тяговые электродвигатели электровозов [Текст]/ В.И. Бочаров, В.И. Захаров, Л.Ф. Коломийцев, Г.И. Колпахчьян, М.А. Комаровский, В.Г. Наймушин, В.И. Седов, И.И. Талья, В.Г. Щербаков, В.П. Янов; под ред. В.Г. Щербакова. – Новочеркасск: Агентство Наутилус, 1998. – 672 с.