УДК 622.831

Данин Никита Андреевич, студент гр. ЦСб-251, II курс
(КузГТУ, г. Кемерово)
Борзов Михаил Леонидович, студент гр. ЦСб-251, II курс
(КузГТУ, г. Кемерово)
Научный руководитель – Елкин Иван Сергеевич, доцент, к.т.н.
(КузГТУ, г. Кемерово)

Danin Nikita Andreevich, student, 2nd year
(KuSTU, Kemerovo)
Borzov Mikhail Leonidovich, student, 2nd year
(KuSTU, Kemerovo)
Scientific Supervisor – Elkin Ivan Sergeevich, associate professor, Ph.D.
(KuSTU, Kemerovo)

ЭНТРОПИЯ КАК СВЯЗУЮЩЕЕ ЗВЕНО МЕЖДУ ЭНЕРГИЕЙ И ИНФОРМАЦИЕЙ

ENTROPY AS A CONNECTING LINK BETWEEN ENERGY AND INFORMATION

Аннотация. Приведено исследование связи между энергией и информацией на основе обзора литературных источников. Дается количественное значение информации. Делается заключение, что информация является ресурсом, в отличие от того понимания, которое было представлено в XIX веке в физике. Современные исследования распространяют идею информационного поля на квантовую термодинамику и на физику чёрных дыр.

Ключевые слова. Информация, энтропия, энергия, термодинамика, материя, квантовая термодинамика

В физике XIX века энергия описывалась как способность системы совершать работу, а главным её свойством считалось сохранение. Информацию к физическим величинам не относили. Она казалась принадлежностью языка и сознания, но не материи. Это представление изменяется в середине XX века, когда К. Шеннон дает информации строгую количественную меру [1], а Р. Ландауэр показал, что обработка информации ограничена законами термодинамики [2].

Главный результат, связывающий эти два понятия, – принцип Ландауэра (1961): стирание одного бита при температуре T неизбежно сопровождается выделением теплоты не менее $kT\ln 2$, где k – постоянная Больцмана [2]. В работе мы прослеживаем эту связь через понятие энтропии, выводим принцип Ландауэра, разбираем, как он разрешает

парадокс демона Максвелла, и кратко обозначаем два современных направления – квантовую информацию и информационный парадокс чёрных дыр.

Понятие энтропии ввёл в 1865 году Р. Клаузиус как меру необратимого рассеяния энергии. Второй закон термодинамики утверждает, что энтропия изолированной системы не убывает. Статистическое истолкование этого закона предложил Л. Больцман [3]:

$$S = k \ln W,$$

где S – энтропия, W – число микросостояний, реализующих данное макросостояние.

Чем больше способов распределить частицы при заданной полной энергии, тем выше энтропия и тем меньшая часть внутренней энергии может быть превращена в работу [3].

В 1948 году К. Шеннон, решая задачи теории связи, вводит меру неопределённости источника сообщений [1]. Если символы источника появляются с вероятностями $p_1, p_2, \ldots, p_n$, то

$$H = -\Sigma\, p_i \log 2 p_i \ .$$

Логарифм по основанию 2 означает, что H измеряется в битах. Для подбрасывания честной монеты $H = 1$ бит; если исход известен заранее ($p = 1$), то $H = 0$. Иными словами, H показывает, сколько неопределённости снимает получение сообщения.

Если микросостояния имеют вероятности p_i, то энтропия системы выражается формулой Гиббса $S = -k\,\Sigma\, p_i \ln p_i$. При равновероятных состояниях ($p_i = 1/W$) она переходит в формулу Больцмана. С точностью до множителя k и основания логарифма это выражение совпадает с шенноновским: $S = k \ln 2\, H$, если H взято в битах.

Совпадение формул, однако, не означает тождества величин. Физическая энтропия измеряется в Дж/К и входит в тепловые балансы, тогда как H безразмерна и характеризует источник сообщений [4, 5]. Мостом между ними служит принцип Ландауэра: одному биту соответствует энтропия $k \ln 2$, а значит, и вполне определённая энергия.

В 1961 году Ландауэр поставил вопрос: существует ли нижняя граница энергетических затрат на вычисление, не зависящая от технической реализации? Ответ оказался таким: теплоту неизбежно выделяют только логически необратимые операции, то есть те, после которых по результату нельзя восстановить исходные данные. Типичный пример – сброс бита в состояние 0 [2]. Обратимые операции, такие как копирование на чистую память или обратимые логические вентили, в принципе могут выполняться без обязательных потерь [6].

Таким образом, платить приходится не за запись и не за измерение как таковые, а за потерю информации о прежнем состоянии. Эта потеря и означает, что система с двумя возможными состояниями (энтропия $k \ln 2$) переходит в одно определённое состояние (энтропия 0). Убыль энтропии

системы должна быть скомпенсирована ростом энтропии окружения, а это возможно лишь через передачу ему теплоты [2].

Рассмотрим носитель бита, который с равной вероятностью находится в состоянии 0 или 1. До стирания его энтропия равна $S = k\ln 2$, после стирания равно нулю, таким образом

$$\Delta S_{\text{сист}} = -k\ln 2 .$$

Второй закон требует, чтобы суммарное изменение энтропии системы и окружения не было отрицательным: $\Delta S_{\text{сист}} + \Delta S_{\text{окр}} \geq 0$. Отсюда $\Delta S_{\text{окр}} = k\ln 2$. Окружение, имеющее температуру T, получает от системы теплоту Q, поэтому $\Delta S_{\text{окр}} = Q/T$, и окончательно

$$Q \geq -kT\ln 2 .$$

При T = 300 К эта величина составляет около $2{,}87\cdot 10^{-21}$ Дж, или примерно 0,018 эВ. Реальные логические схемы рассеивают на одну операцию на несколько порядков больше, но предел Ландауэра остаётся фундаментальным нижним пределом для любого устройства, которое стирает информацию.

Экспериментально принцип проверен на одиночной коллоидной частице в оптической ловушке с двумя потенциальными ямами: при медленном стирании бита рассеиваемая теплота приближается к $kT\ln 2$ [7]. Более точные измерения в «ловушке с обратной связью» подтвердили тот же результат [8].

Мысленный эксперимент был предложен Дж. К. Максвеллом в 1867 году; а его название «демон» приобрело позднее, после работ Кельвина [9]. Сосуд с газом разделён перегородкой с маленьким отверстием, у которого дежурит существо, способное различать молекулы по скорости. Оно пропускает быстрые молекулы в одну половину сосуда, а медленные – в другую. Одна половина нагревается, другая остывает, и возникшую разность температур можно использовать для получения работы. Выходит, что энтропия изолированной системы уменьшилась, хотя демон как будто ничего не затратил.

Парадокс оставался нерешённым около ста лет. Л. Сцилард в 1929 году упростил модель до единственной молекулы и показал, что получение одного бита сведений о ней позволяет извлечь не более $kT\ln 2$ работы, то есть информация действительно связана с энтропией [10]. Позднее считалось, что платой служит само измерение. Окончательную ясность внёс Ч. Беннетт [6]. Опираясь на идеи Ландауэра, он показал, что измерение можно выполнить обратимо, а неустранимая цена возникает в другом месте: чтобы работать циклически, демон обязан освободить свою память для новых наблюдений, то есть стереть записанные данные.

Стирание каждого бита рассеивает не менее $kT\ln 2$ теплоты, и эта величина покрывает максимальный выигрыш работы на бит. Баланс

сходится, второй закон не нарушается, а выигрыш от сортировки молекул целиком уходит на стирание памяти демона [6].

В квантовой области принцип Ландауэра сохраняет силу, но формулируется через энтропию фон Неймана $S = -k\,\mathrm{Tr}(\rho \ln \rho)$: стирание неизвестного состояния кубита требует теплоты $Q \geq T\Delta S$, и в наихудшем случае, для максимально смешанного состояния, это снова $kT\ln 2$. Принципиально новое возникает при наличии запутанности. Если стираемая система запутана с памятью наблюдателя, её условная энтропия может быть отрицательной, и тогда стирание не только не требует затрат, но позволяет извлечь работу [11]. Обзор этого направления дан в [12].

В 1974–1975 годах С. Хокинг показал, что чёрные дыры излучают с тепловым спектром [13]. Вместе с результатом Я. Бекенстайна [14] это привело к формуле для энтропии чёрной дыры $S = kc^3A/(4G\hbar)$, где A – площадь горизонта событий. Важно, что энтропия, а значит и максимальный объём информации, пропорциональна площади горизонта, а не объёму.

В 1976 году Хокинг указал на трудность: если чёрная дыра полностью испарится в тепловое излучение, то чистое квантовое состояние превратится в смешанное, что противоречит унитарности квантовой механики [15]. Это и есть информационный парадокс. Одна из идей его разрешения – голографический принцип Г. т’Хоофта и Л. Сасскинда: информация о содержимом области может быть закодирована на её границе [16, 17]. Недавние работы с «островами» в геометрии испаряющейся чёрной дыры позволили воспроизвести так называемую кривую Пейджа, согласующуюся с унитарной эволюцией [18, 19; см. также 20]. Полного ответа пока нет, и задача остаётся одной из центральных в современной физике.

Таким образом, рассмотрев связь энергии и информации, приходим к следующим выводам.

1) Общим звеном между энергией и информацией служит энтропия. Формулы Больцмана–Гиббса и Шеннона математически родственны, но описывают разные величины; связь между ними даёт принцип Ландауэра.

2) Принцип Ландауэра задаёт количественный предел: стирание одного бита требует затраты теплоты.

3) Современные исследования распространяют эту идею на квантовую термодинамику и на физику чёрных дыр.

Понимание информации как физического ресурса, подчиняющегося термодинамике, меняет взгляд на фундаментальные законы и подсказывает пределы для технологий: от энергоэффективных вычислений до квантовых компьютеров.

Список литературы

1. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. – Москва: Изд-во иностр. лит., 1963.
2. Ландауэр Р. Необратимость и выделение тепла в процессе вычислений // IBM Journal of Research and Development. – 1961. – Т. 5, № 3. – С. 183–191. Рус. пер.: Ландауэр Р. Необратимость и выделение тепла в процессе вычислений // Квантовый компьютер и квантовые вычисления. Т. 2. – Ижевск: РХД, 1999.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. Ч. 1. – Москва: Физматлит, 2010.
4. Климонтович Ю. Л. Энтропия и информация открытых систем // Успехи физических наук. – 1999. – Т. 169.
5. Кадомцев Б. Б. Динамика и информация // Успехи физических наук. – 1994. – Т. 164.
6. Беннетт Ч. Х. Термодинамика вычислений – обзор // International Journal of Theoretical Physics. – 1982. – Т. 21. – С. 905–940.
7. Берю А., Аракелян А., Петросян А., Чилиберто С., Дилленшнайдер Р., Лутц Э. Экспериментальная проверка принципа Ландауэра, связывающего информацию и термодинамику // Nature. – 2012. – Т. 483. – С. 187–189.
8. Юн И., Гаврилов М., Бехховер Дж. Высокоточная проверка принципа Ландауэра в ловушке с обратной связью // Physical Review Letters. – 2014. – Т. 113. – 190601.
9. Максвелл Дж. К. Теория теплоты. – Лондон: Longmans, Green and Co., 1871.
10. Сцилард Л. О снижении энтропии в термодинамической системе при вмешательстве мыслящих существ // Успехи физических наук. – 1968. (Оригинал: Сцилард Л. // Zeitschrift für Physik. – 1929. – Bd. 53. – S. 840.)
11. Дель Рио Л., Оберг Й., Реннер Р., Далстен О., Ведрал В. Термодинамический смысл отрицательной энтропии // Nature. – 2011. – Т. 474. – С. 61–63.
12. Паррондо Х. М. Р., Хоровиц Дж. М., Сагава Т. Термодинамика информации // Nature Physics. – 2015. – Т. 11. – С. 131–139.
13. Хокинг С. У. Рождение частиц чёрными дырами // Communications in Mathematical Physics. – 1975. – Т. 43. – С. 199–220.
14. Бекенштейн Дж. Д. Чёрные дыры и энтропия // Physical Review D. – 1973. – Т. 7. – С. 2333–2346.
15. Хокинг С. У. Нарушение предсказуемости при гравитационном коллапсе // Physical Review D. – 1976. – Т. 14. – С. 2460–2473.
16. т’Хоофт Г. Понижение размерности в квантовой гравитации // arXiv:gr-qc/9310026. – 1993.

17. Сасскинд Л. Мир как голограмма // Journal of Mathematical Physics. – 1995. – Т. 36. – С. 6377–6396.

18. Пенингтон Г. Реконструкция клина запутанности и информационный парадокс // Journal of High Energy Physics. – 2020. – № 09. – 002.

19. Альмхейри А., Энгельхардт Н., Маролф Д., Максфилд Х. Энтропия объёмных квантовых полей и клин запутанности испаряющейся чёрной дыры // Journal of High Energy Physics. – 2019. – № 12. – 063.

20. Арефьева И. Я., Волович И. В. Об островах в чёрных дырах Шварцшильда // Теоретическая и математическая физика. – 2023.