УДК 532.546+517.519

Каюмов Шукур, доцент, к.ф.-м.н.[1]
Зиядуллаева Шохида Садуллаевна, старший преподаватель[2]
Бекчанов Шерзод Эшжонович, старший преподаватель[3]
Хусанов Элбек Абдурасул угли, ассистент[4]
[1,2,3,4] (ТГТУ имени Ислама Каримова, г. Ташкент)

Shukur Kayumov, Associate Professor, Candidate of Physical and Mathematical Sciences[1]
Ziyadullaeva Shokhida Sadullaevna, Senior Lecturer[2]
Bekchanov Sherzod Eshjonovich, Senior Lecturer[3]
Khusanov Elbek Abdurasul ogli, Assistant[4]
[1,2,3,4] (TSTU named after Islam Karimov, Tashkent)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ФИЛЬТРАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ФЛЮИДОВ ПОДЧИНЯЮЩЕГО КРИВОЛИНЕЙНОМУ ЗАКОНУ ФИЛЬТРАЦИИ

MATHEMATICAL MODEL OF FILTRATION PROCESS OF NONLINEAR FLUIDS OBEYING CURVILINEAR FILTRATION LAW

Аннотация. Статья посвящена к моделированию процессу фильтрации аномальных флюидов подчиняющего криволинейному закону фильтрации в трехслойном пласте. Разработан вычислительный алгоритм и на тестовых данных апробирован.

Annotation. The article is devoted to modeling the process of anomalous fluid filtration obeying the curvilinear filtration law in a three-layer reservoir. A computational algorithm is developed and tested on test data.

Работа посвящена к построение математических моделей процесса фильтрации нелинейных флюидов в слоистых пластах. Так как пористые среды является многослойными структурами с чередующимся пластовыми характеристиками, то для их изучения можно использовать, слоистые математические модели [1-2], учитывающие эти особенности. В истории исследовании задачи фильтрации флюидов различных структур, существует многочисленные работы [3-12] как в одно пластовых [5-7] так и многопластовых системах [3,4,8,9]. В данной работе рассмотрена трех пластовая пористая среда, где средняя хорошо проницаемая пласт (горизонтальные характеристики преобладает над вертикальными) а две соседние (верхний и нижние плохо проницаемые) пласты, вертикальные характеристики которых, преобладает над горизонтальными [13,14]. Считается что средний пласт, содержит аномальный флюид (где существует две зоны фильтрация с неизвестными подвижными границами), и одновременно с началом отбора флюида из среднего пласта происходит перетек из соседних пластов в среднею (см. рис. 1.)

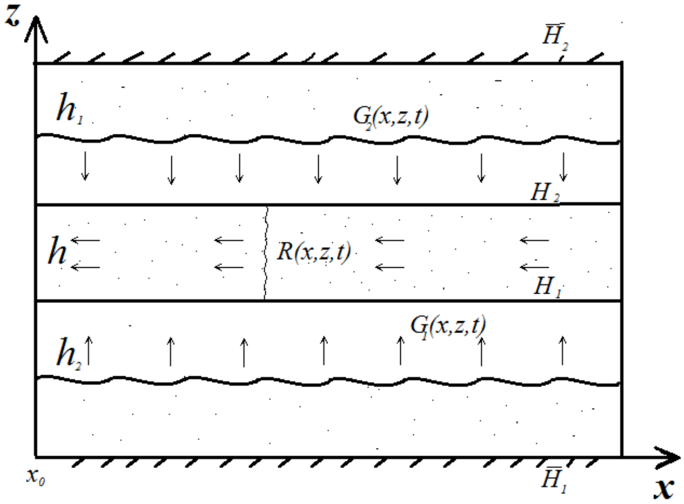

Рис.1. Схематичный вид трехслойной пористой среды насыщенный аномально нелинейными флюидами.

Предполагается, что состояния флюида насыщающая средний пласт такова, что там можно использовать криволинейный закон фильтрации. Для однообразие, считаем что и соседние пласты тоже насыщенно, неньютоновскими флюидами допускающей использование, криволинейной формы аппроксимации, функционала связи скорости фильтрации с градиентом давление. Криволинейный закон предполагает нелинейности фильтрации в области малых градиентов давлений.

Математическое моделирование физической задачи такого типа в научной литературе не достаточна изучены, особенно когда во всех пластах, происходить движения флюида в форме криволинейной аппроксимации [13-18]. Таким образом естественно возникает, интерес изучить динамика такого пласта и найти соответствующие технико-экономические эксплуатационные параметры разработки.

Выше изложенная физическая задача, математически формулируется так:

Необходимо найти непрерывние функции $U(x,\overline{z},t)$ и $V_i(\overline{x},z,t)$ $i=\overline{1,2}$ а также подвижные границы $R(x,\overline{z},t)$, $G_i(\overline{x},z,t)$ удовлетворявшие следующую начально краевую задачу:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{K\cdot h}{\mu}\left(1-\frac{\gamma_0\beta}{|\nabla U|}\right)\frac{\partial U}{\partial x}\right)+Q(x,t)=M\frac{\partial U}{\partial t},\ \ x\in(x_0,R(x,t)),t>0. \qquad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Kh}{\nu}\frac{|\nabla U|}{\beta+\sqrt{\beta^2+|\nabla U|^2}}\frac{\partial U}{\partial x}\right)+Q(x,t)=M\frac{\partial U}{\partial t},\ x\in(R(x,t),L),t>0. \qquad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{K_i \cdot h_i}{\mu_i}\left(1-\frac{\gamma_0\beta_i}{|\nabla V_i|}\right)\frac{\partial V_i}{\partial z}\right)=M_1\frac{\partial V_i}{\partial t},\quad z\in(H_i, G_i(z,t)), t>0. \tag{3}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{K_i h_i}{v_i}\frac{|\nabla V_i|}{\beta_i+\sqrt{\beta_i^2+|\nabla V_i|^2}}\frac{\partial V_i}{\partial z}\right)=M\frac{\partial V_i}{\partial t},\ z\in(\mathrm{G}_i(z,t),\bar{H}_i),\ i=\overline{1,2},\ t>0. \tag{4}$$

с начальными условиями

$$U(x,\bar{z},0)=U_0(x,\bar{z},0)\,, V_i(\bar{x},z,0)=V_{i_0}(\bar{x},z,0), \tag{5}$$

$$R(x,\bar{z},0)=R_0(x,\bar{z}),\quad G(\bar{x},z,0)=G_0(\bar{x},z),\quad i=\overline{1,2} \tag{6}$$

условия на подвижных границах

$$\left|\frac{\partial U}{\partial x}\right|_{x=R-0}=\left|\frac{\partial U}{\partial x}\right|_{x=R+0}=\beta,\qquad U(x,\bar{z},t)\big|_{x=R-0}=U(x,\bar{z},t)\big|_{x=R+0} \tag{7}$$

$$\left|\frac{\partial V_i}{\partial z}\right|_{z=G_i-0}=\left|\frac{\partial V_i}{\partial z}\right|_{z=G_i+0}=\beta_i,\qquad V_i(\bar{x},z,t)\big|_{x=G_i-0}=V_i(\bar{x},z,t)\big|_{x=G_i+0} \tag{8}$$

а также с условиями на неизвестных подвижных границах области:

$$\alpha_1\frac{K\cdot H}{\mu}\left(1-\gamma_0\beta\right)\frac{\partial U}{\partial x}\bigg|_{x=x_0}=\varphi_1(t),\ \alpha_2\frac{K\cdot H}{v}\frac{|\nabla U|}{\beta+\sqrt{\beta^2+|\nabla U|^2}}\frac{\partial U}{\partial x}\bigg|_{x=L}=\varphi_2(t), \tag{9}$$

$$\bar{\alpha}_i\frac{K_i\cdot H_i}{v_i}\frac{|\nabla V_i|}{\beta_i+\sqrt{\beta_i^2+|\nabla V_i|^2}}\frac{\partial V_i}{\partial z}\bigg|_{x=\tilde{H}_i}=\varphi_i(t),\quad i=\overline{1,2}. \tag{10}$$

Здесь $Q(x,t)=b_1\dfrac{K_1\cdot h_1}{\mu_1}\left(1-\dfrac{\gamma_0\beta_1}{|\nabla V_1|}\right)\dfrac{\partial V_1}{\partial z}\bigg|_{z=H_1+0}-b_3\dfrac{K_3\cdot h_3}{\mu_3}\left(1-\dfrac{\gamma_0\beta_3}{|\nabla V_3|}\right)\dfrac{\partial V_3}{\partial z}\bigg|_{z=H_2-0}$.

В задачах (1)-(10): k, k_1, k_2- проницаемости, h, h_1, h_2-мощности пластов, β,β_1,β_2-коэффициенты, выражающие аномальности флюидов (градиентные сдвиги), μ,μ_1,μ_2-вязкости флюидов, v, v_1, v_2-динамическая вязкости, $\alpha_1,\alpha_2,\bar{\alpha}_1,\bar{\alpha}_2$-коэффициенты регулирующие размерности уравнений в соответствие с пластовыми характеристиками. $M=M(x,U)\,, M_1=M_1(z,V_1)\,,$ $M_2=M_2(z,V_2)$ функции выражающие типы флюидов,
$\varphi_1(t)\,,\varphi_2(t)\,,\psi_1(t)\,,\psi_2(t)$ заданные функции, описывающие мощности источников.

Задачи (1)- (10) относятся к нелинейным задачам теории фильтрации аномальных флюидов и аналитическое решение данных задач прямом виде не существует.

Задачи (1) - (10) решаются численно с использованием приближенных методов [19-21].

Введем обозначение

$$W_{x,1}=\frac{K\cdot h}{\mu}\left(1-\frac{\gamma_0\beta}{|\nabla U|}\right)\frac{\partial U}{\partial x},\qquad W_{z_1,i}=\frac{K_i\cdot h_i}{\mu_i}\left(1-\frac{\gamma_0\beta_i}{|\nabla V_i|}\right)\frac{\partial V_i}{\partial z} \tag{11}$$

$$W_{x,2} = \frac{K \cdot h}{\nu} \frac{|\nabla U|}{\beta + \sqrt{\beta^2 + |\nabla U|^2}} \frac{\partial U}{\partial x}, \quad W_{z_2,2} = \frac{K_i \cdot h_i}{\nu_i} \frac{|\nabla V_i|}{\beta_i + \sqrt{\beta_i^2 + |\nabla V_i|^2}} \frac{\partial V_i}{\partial z}, \ i = \overline{1,2}. \quad (12)$$

тогда (1) - (2) примет вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} W_{x,1} + b_1 W_{z,1}\Big|_{z=H_1+0} - b_3 W_{z,2}\Big|_{z=H_2-0} = M \frac{\partial U}{\partial t}, \quad x \in (x_0; R(x,t)), t > 0. \quad (13)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} W_{x,2} + b_1 W_{z,1}\Big|_{z=H_1+0} - b_3 W_{z,2}\Big|_{z=H_2-0} = M \frac{\partial U}{\partial t}, \quad x \in (R(x;t); L), t > 0. \quad (14)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} W_{z_1,i} = M_i \frac{\partial V_i}{\partial t}, \ z \in \left(H_i; G_i(z,t)\right), t > 0. \quad (15)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} W_{z2,i} = M_i \frac{\partial V_i}{\partial t}, \ z \in \left(G_i(z,t); \tilde{H}_i\right), t > 0. \quad (16)$$

Условии (5) - (8) пока оставим, так как записано исходной постановке. При этом условия на естественных границах (9) - (10) записывается так:

$$\alpha_1 W_{x,1} = \varphi_1(t), \quad \alpha_2 W_{x,2} = \varphi_2(t), \quad (17)$$

$$\bar{\alpha}_1 W_{z_2,i}\Big|_{z=\tilde{H}_i} = \psi_i(t), i = \overline{1,2}. \quad (18)$$

В дальнейшем это потоковая краевая задача (11) - (18) решается сеточными методами. Сначала уравнения (13) - (14) интегрируется по переменному x на интервале $[x_i, x_{i+1}]$, а уравнения (15) - (16) по переменному z на интервале $[z_j, z_{j+1}]$.

Одновременно применяем метод прямых по переменному t, что равносильно интегрирование этих уравнение на интервале $[t_k, t_{k+1}]$.

В результате получим

$$\left(W_{x,r}\right)_{i+1} - \left(W_{x,r}\right)_i + \Delta x_{i+1} b_1 \left(W_{z,1}\right)_i\Big|_{z=H_1+0} - \Delta x_{i+1} b_3 \left(W_{z,2}\right)_{i+1}\Big|_{z=H_1-0} = \tilde{M}\left(u_{i+1}^{k+1} - u_{i+1}^{k}\right), \quad (19)$$

где $\tilde{M} = \dfrac{\Delta x_{i+1}}{\Delta t_{k+1}} M, \ r = \overline{1,2}$.

$$\left(W_{z_1,r}\right)_{j+1} - \left(W_{z_1,r}\right)_j = \tilde{M}_r\left(V_{r,j+1}^{k+1} - V_{r,j+1}^{k}\right), \tilde{M}_r = \frac{\Delta z_{j+1}}{\Delta t_{k+1}} M_r, \ r = \overline{1,2}. \quad (20)$$

Начальные условия (5) - (6) , а также условии на границах (7)-(8) тоже можно записать относительно сеточных узлов (i, j, k).

В результате мы получаем сеточною краевую задачи относительно потоков $\left(W_{x,r}\right)_i$ и $\left(W_{z,r}\right)_j$.

Это задача решается с использованием потокового варианта сеточной прогонки [18,19] подробности которого здесь не излагаем, но даём описательном виде:

-сначала нелинейые члены в задача (1) - (10) линеаризуются с использованием метода итерации.

-считая в (19) начальное значение перетоков из плохо проницаемых областей в среднею пласт ровно нулю, решается и находить значение потоков и искомых функций давлений в среднем пласте.

-используя полученный результат среднего пласта решает сеточный алгоритмы соответствующей к уравнениям для обоих соседних пластов.

-эти результаты используется как величины перетоков для основного пласта и задача решается заново для момента t_1.

- в ходе решение проводится, поиск положении подвижных границы.

-так как задача решается итерационном режиме, то решение полученное при $t = t_1$, используется для проведении расчетов для следующих $t = t_2$, как нулевые и т.д.

-решение проводится до $t = t_n$, исходя из динамику состояние флюидов в пласте а также от цели намеченной исследователем (или заказчиком).

Заметим, что, проведение процессов итерации, отвечавшие к исходной постановки задачи, относительно искомых функции, а также определения положении подвижных границ, требует тщательной организации вычислительного процесса. При этом для подвижных границы используется метод челночных итераций [18,21], хорошо зарекомендовавшего в свое время для задачи фильтрации аномальных флюидов.

Вычислительные алгоритмы апробирован на следующих гипотетических данных:

$$a_1 = 1, a_2 = 0, b_1 = b_2 = 1, \varphi_1 = 50; 100\ t/c, k_1 = k_2 = 0.004, k = 0.18; \mu_1 = \mu_2 = 0.01;$$

$$\mu = 0.1; v_1 = 0.1; v_2 = 0.01;\ m_1 = 0.017, m = 0.27, m_2 = 0.017, U = V_1 = V_2 = 1.$$

Частичные результаты расчета приведена на рис. 2 и 3, где дано, графики изменения давление в среднем пласте и функции перетока в верхнем пласте.

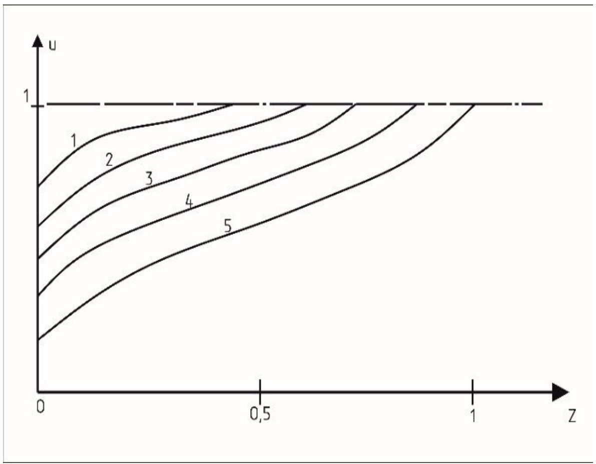

Рис. 2

Распределение давление в среднем пласте при:
$t = 0,1;\ t = 0,2;\ t = 0,3;\ t = 0,4;\ t = 0,5.$

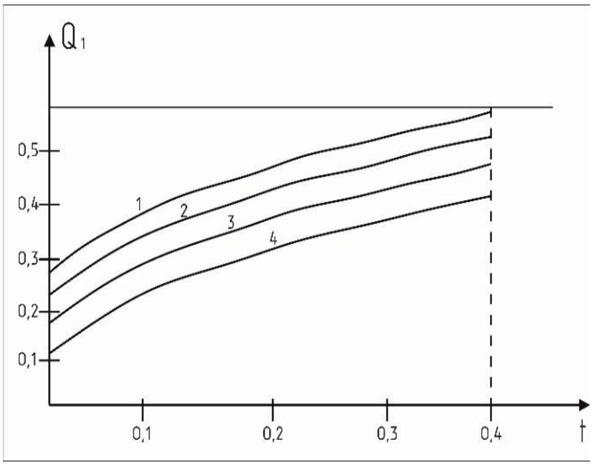

Рис. 3

График изменение функции перетока из верхного пласта в средний:
$t = 0,1; t = 0,2; t = 0,3; t = 0,4.$

Таким образом анализ хода построение вычислительных алгоритмов и их использование на тестовых данных позволить сделать вывод о возможности использование данной работы для определения техники экономических показателей трех пластовых месторождений флюидов имеющие данные аналогично к выше изученной задачи.

Список литературы

1. Бегматов А.К. К расчёту неустановившейся фильтрации в многослойных пластах. В сб: Краевые задачи для дифференциальных уравнений. №4, Ташкент, 1974. с 182-188.
2. Мухиддинов Н.М. Методы расчета показателей разработки многопластовых месторождений нефти и газа. Ташкент “Фан”, 1978. 116 с.
3. Филлипов А.Н., Зеленова М.А. Некорректность задачи о поле давления в слоисто неоднородном пласте при заданном отборе. Материалы международной конференции „Современные проблемы математической физики". Стерлитамак. 2021. с.118-124.
4. Равшанов Н., Аминов С.М. Моделирование многофазной фильтрации в многослойной деформируемой пористой среде // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2023. – №1(46). – С. 5-30.
5. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Теория нестационарный фильтрации жидкости и газа. М.: Недра. 1972. 288 с.
6. Шелкачев В.Н., Гусейнзаде М.А. Влияние проницаемости кровли и подошвы пласта на движение в нем жидкости. «Нефтяное хозяйство», 1953, №12. С.15-19.
7. Хантуш М.С. Новое в теории перетекания. Сб. Вопросы гидрогеологических расчетов. М.: «Мир». 1964. С. 25-32.
8. Аббасов М.Т., Кулиев А.М. Методы гидродинамических расчетов разработки многопластовых месторождений нефти и газа. Баку, «ЭЛМ», 1976. 272 с.
9. Гусейнзаде М. А., Колосовская А. К. Упругий режим в однопластовых и многопластовых системах. М. «Недра». 1972 г. 226 с.
10. Мухиддинов Н.М. Газогидродинамическое исследование нелинейной фильтрации жидкости и газа. Ташкент “Фан”, 1977 г. 125 с.
11. Алишаев М.Г., Вахитов Г.Г., Гехтман М.М., Грушов И.Ф. О некоторых особенностях фильтрации пластовой девонской нефти при пониженных температурах. // Изв. АН СССР. МЖГ. 1966. №3, с. 166-169.
12. Мирзажанзаде А.Х. Вопросы гидродинамики вязко - пластических и вязких жидкостей в нефтедобыче. Баку. Азнефтеиздат. 1959. -360 с.
13. Sh.Kayumov, A.Mardonov, A.Kayumov, T.Xaitov. Mathematical model of the conduct of Newtonian and structural Fridays in hidrodynamically based

forms. AP Conference processes 15 March 2023: 2612 (1): 030009, https://doi.org/10/10963/5.0118573.

14. Каюмов Ш., Бекчанов Ш.Э., Зиядуллаева Ш.С. О фильтрации структурированных флюидов в гидродинамически связанных многослойных пластах. Материалы республиканской научной конференции «Современные проблемы анализа». 2-3 июнь 2023 г. Карши, с.301-303.
15. Qayumov Sh., Mardonov A., Xaitov T. Mathematical model of filtration of Newtonian and structural fluids in hydrodynamically bonded formations. AIP Conference Proceedings, 15 March 2023,2612 (1), 030009, https://doi.org/10-1063/5:0118573.
16. Kayumov Sh., Arziqulov G., Bekchanov Sh., Ziyadullayev Sh. A multiparameter mathematical model for the problem of nonlinear filtration of fluids in two-layer media. Journal of Physics. Conference series 2697 (2024) 012042.IOP doi: 10.1089/1742-6596/2697/1/012042.
17. Kayumov Sh., Mardonov A.P., Tuychiyeva S.T., Kayumov A.B. Mathematical modeling of structured and Newtonian fluids in associated layer. E3S Web Conferences 401, 01086 (2023) V International Scientific Conference " Construction Mechanics, Hydraulics and water Resources Engineering" Toshkent , Uzbekistan , 2023 , https://doi.org/10.1051/e3conf/202340101086
18. Каюмов Ш. Приближенно - аналитически методы решения задач теории фильтрации вязкопластических флюидов. Ташкент. "ФАН", 1991, 156 с.
19. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы. М. Наука, 1989, 484 с.
20. Каюмов Ш. Математическое моделирование задачи теории фильтрации со свободными границами. ТГТУ. Ташкент. 2017.-274 с.
21. Каюмов Ш. Математическое моделирование задач теории фильтрации нелинейных флюидов. Монография. LAP Lambert Academic Publishing Ru. 2024. 315 с.