

**УДК 621.924.93**

Нозирзода Шодмон Салохидин, аспирант  
(НовГУ, г. Великий Новгород)

Научный руководитель: Ефременков А.Б., д.т.н., профессор

Nozirzoda Shodmon Salohidin, graduate student

Research supervisor: Efremenkov A. B., doctor of technical Sciences,  
Professor  
(NovSU, Veliky Novgorod)

**ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ УСТАНОВКИ  
ГИДРОАБРАЗИВНОЙ РЕЗКИ**

**RESEARCH OF A MATHEMATICAL MODEL OF A WATERJET CUTTING  
MACHINE**

**Аннотация.** В данной работе рассматривается теоретическое исследование, моделирование установки и динамических процессов гидроабразивной резки. Применен метод сравнительного анализа – метод сопоставления двух и более объектов исследования (явлений, предметов, идей, результатов и т.п.). По поставленным задачам, разработана математическая модель гидроабразивной установки, которая реализована в программном продукте MatLAB. Для составленной математической модели был произведен расчёт диапазона значений параметров системы. В результате теоретических исследований влияния параметров системы на вибрационные характеристики, был выявлен вариант установки параметров, при котором наблюдались минимальные вибрации заготовки и режущей головки.

В машиностроении существует много видов технологии обработки материалов. Одним из групп способов технологии обработки материалов является электрофизические и электрохимические. Это способы, которые позволяют разделения (раскроя) материалов. В настоящее время существует разнообразие различных способов разделения (раскроя) металлов.

Применение механических методов раскроя листового материала значительно увеличивает себестоимость изготавливаемой продукции, а, следовательно, снижает конкурентоспособность машиностроительного предприятия. Также механические методы обработки являются низкопроизводительными и энергозатратными. В связи с этим в последнее время все большее распространение на машиностроительных заводах получили физико-механические методы резки металлов. Одним из таких методов является гидроабразивная обработка.

В данной работе применяется метод представление процессов в системах из самых систем в переменных входа-выхода, т.е. реальные которые действуют на систему. Рассматривается влияния (вход) в измеримых физических переменных, которые характеризуют динамические

процессы и также интересующих исследователя (выходы). Так как данный метод позволяет более точно определить состояние устойчивости системы. В данной работе рассматривается теоретическое исследование и моделирование установки и динамических процессов гидроабразивной резки. Внешний вид гидроабразивной установки и расчетная схема установки приведены на рис.1. Составленная расчетная схема описывает элементы конструкции установки.

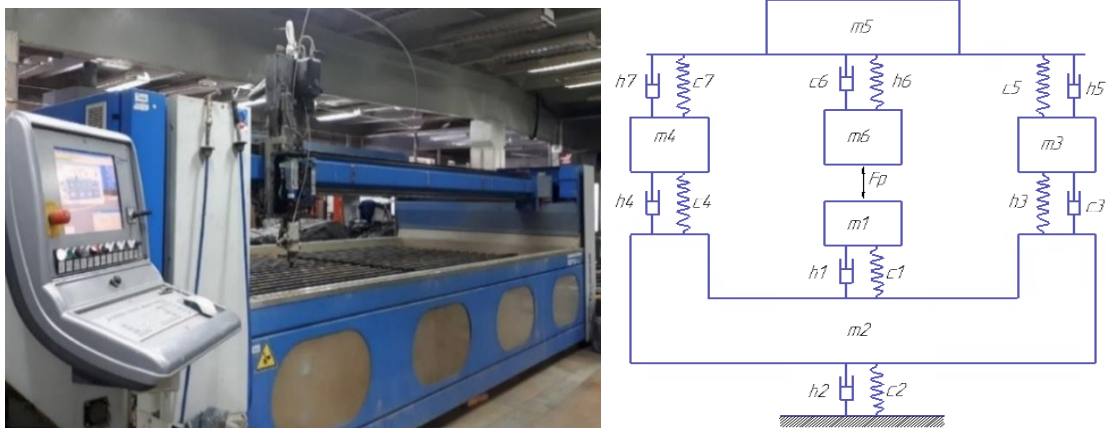


Рис.1 Внешний вид гидроабразивной установки и расчетная схема

Данная система состоит из шести массы:  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$ ,  $m_4$ ,  $m_5$  и  $m_6$ . В данном вибрационной системе, которая описывает гидроабразивную установку, масса  $m_1$  является заготовкой, масса  $m_2$  является основанием и  $m_6$  это режущая головка.  $m_5$  это порталная система перемещения – направляющие (балка).  $m_3$  и  $m_4$  являются стойками. Определены параметры элементов, входящих в состав структурной схемы. Масса  $m_1$  – заготовка ложиться на установочной решетке с жесткостью  $C_1$  и коэффициентом демпфированием  $h_1$ . Жесткости решеток экспериментальным путем была определена. Основание стоит на 8 опоров с жёсткостью  $C_2$ .

Приближенное значение жёсткости опор винта:

$$j_0 = ed_0 \text{ (Н/мкм)} \quad (1)$$

где,  $e=5;10;30$  соответственно для радиально упорных, шариковых и роликовых упорных подшипников;  $d_0$ – диаметр винта, мм [2].

Декремент затухания величина расчётная и рассчитывается по графику затухающих колебаний. Для колебательных систем с вязким трением (сила сопротивления пропорциональная скорости движения) физической величиной, определяющей характер колебаний, является коэффициент демпфирования.

$$h = \frac{c}{2\sqrt{mk}} \quad (2)$$

где,  $c$  – коэффициент силы сопротивления движению;  $k$  – коэффициент упругости;  $m$  – масса подвижного груза.

При коэффициенте демпфирования меньше единицы колебательная система будет плавно затухать. Чем меньше будет коэффициент, тем

дольше будут длиться колебания. При коэффициенте равном единице или большем никаких колебаний система испытывать не будет, а просто плавно будет стремиться к нулевому положению [3].

Масса  $m_b$  включает в себе режущую головку. Режущая головка в свою очередь состоит из заправочной емкости и система подачи и смешивания воды с абразивом, сопло, шланги для транспортировки воды и абразив. Между массой  $m_b$  и  $m_1$  находится зона обработки, где происходит обработка материалов. Тут возникает сила резания или сила резки, которая является внешним воздействием в данной вибрационной системе.

Сила резания при гидроабразивной обработки рассматривается как сила воздействия гидромониторной струи на вертикальную преграду [4], которая рассчитывается по формуле (3).

В процессе гидроабразивной обработки водяные струи оказывают гидродинамическое воздействие на обрабатываемые поверхности. Ударная сила струи, истекающей из сопла, теоретически равна:

$$F_t = m \cdot v = \rho \cdot S \cdot v^2 \quad (3)$$

где,  $F_t$  – сила удара струи в заготовку, Н;  $m$  – секундный расход воды, кг/с;  $\rho$  – плотность жидкости, кг/м<sup>3</sup>;  $S$  – площадь поперечного сечения струи, м<sup>2</sup>;  $v$  – скорость вылета струи из сопла, м/с.

На достаточно близких расстояниях от сопла, где влияние трения струи о воздух и рассеивание воды в окружающую среду не столь заметны, сила воздействия струи на поверхности заготовки будет приблизительно равна теоретической величине, определяемой по уравнению (3). С дальнейшим увеличением расстояния между соплом и преградой сила воздействия струи постепенно уменьшается. Так как при гидроабразивной обработки расстояние от сопла до заготовки небольшая применяем данную формулы для расчёта силы резания.

Средняя скорость вылета струи  $V$  – средняя скорость набегания потока на тело по следующей формуле:

$$V = \frac{G_{\text{ж}}}{S} \quad (4)$$

где,  $G_{\text{ж}}$  – расход жидкости.

Расход жидкости находим по следующей формуле:

$$G_{\text{ж}} = G_{\text{в}} + G_{\text{а}} \quad (5)$$

где,  $G_{\text{в}}$  – расход воды;  $G_{\text{а}}$  – расход абразива;  $S$  – площадь миделева сечения (площадь проекции тела на плоскость, нормальную к вектору скорости воды).

$$S = \pi \cdot R^2 \quad (6)$$

где,  $R$  радиус сопла.

Плотность жидкости равна:

$$\rho_{\text{ж}} = \frac{m_{\text{в}} + m_{\text{а}}}{V_{\text{в}} + V_{\text{а}}} = \frac{m_{\text{в}} + m_{\text{а}}}{\frac{m_{\text{в}}}{\rho_{\text{в}}} + \frac{m_{\text{а}}}{\rho_{\text{а}}}} \quad (7)$$

где,  $m_{\text{в}}$  – масса воды,  $m_{\text{а}}$  – масса абразива,  $\rho_{\text{в}}$  – плотность воды,  $\rho_{\text{а}}$  –

плотность абразива.

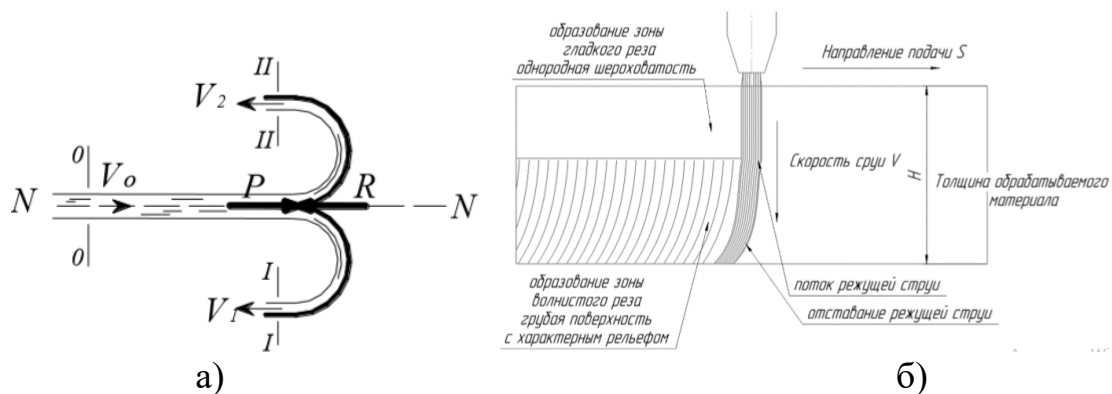


Рис. 2 Силы давление струи на криволинейную симметричную преграду (а) и процесс обработки при гидроабразивной резки (б)

По данной схеме, когда струя направлено прямо на поверхности заготовки (рис.2.а) то сила давления  $P$  достигает максимума. Если струя будет направлена под каким-то углом, то в формуле вместо двойки будет соответствующий коэффициент [5]. Данный коэффициент зависит от синуса угла наклона струи.

Для определения силы резания в процессе гидроабразивной резки нужно учитывать два момента: момент вырезания в заготовку струи и момент устойчивого резания заготовки струи. В расчётах при теоретическом исследовании применен силы резания в момент вырезания в заготовку струи как показано на рис.5. Поэтому сила резания в двух случаев отличается. В случае устойчивого резания величина сила резания будет уменьшаться. Она будет зависит прежде всего от физико-механических свойств обрабатываемого материала, колебания давления струи, равномерность подача абразива, равномерность подача сопла, форма зерна, ламинарное или турбулентный режим течение воды, трения воды и абразива к стенке фокусирующая сопла и много других факторов. Закон изменения силы резания в процессе обработки (рис.2.б) необходимо определить экспериментальном путем.

Гидроабразивную струю можно рассматривать как твердый режущий абразивный инструмент, который имеет определённый диаметр. В формирования поверхности обработки при гидроабразивной обработки можно заметить, что участвует лишь часть – небольшой сектор режущей струи, как это показано на рисунке 2 (б).

Длина начального участка водяной струи зависит от многих факторов, среди которых наиболее важные – исходные параметры самой струи (давление воды и диаметр сопла), а также конструктивные особенности технологического оборудования, геометрия сопла и чистота обработки его внутренней поверхности. В большинстве работ, посвященных изучению зависимости длины начального участка, струи от исходных параметров, приводятся различные аналитические зависимости, в которых влияние исходных параметров струи на безразмерную длину начального участка

$\ell_n/d_0$  выражается при помощи числа Рейнольдса  $Re$ . Эти зависимости имеют одно общее свойство: выраженная в них функциональная связь  $\ell_n/d_0 = f(Re)$  отражает постепенное уменьшение безразмерной длины начального участка с увеличением числа  $Re$  в пределах  $(1,0 \dots 3,0) \cdot 10^6$ .

Жесткость является индикатором надежности и прочности системы. Жесткости ШВП лимитируется жесткостью пара винт-гайка, дорожек качения с шариками и самого винта. В случае, когда ШВП уже установлена, то к этому списку добавляется ещё жесткость подшипниковых опор, способ крепления гайки ШВП к рабочему столу и прочее значение жесткости всех иных контактирующих элементов. Из проводимых ранее испытания стало понятно, что жесткость дорожек качения и шариков могут быть объединены в общую характеризующую гайку жесткость. Это значение проведена в таблицах как основная характеристика гаек.

Для определения коэффициент демпфирования передача винт-гайки, она рассматривается в виде спирали, которая сделана из проволоки с сечением круг. Если рассматривать деформацию пружины как совокупность элементарных сдвигов в ее объеме под воздействие сил упругости, то коэффициент упругости можно вычислить при помощи формулы:

$$k = \frac{r^4 \cdot G}{4 \cdot R^3 \cdot n} \quad (8)$$

где  $R$  – радиус пружины,  $n$  – количество витков в пружине,  $r$  – радиус проволоки,  $G$  – модуль сдвига (постоянная, которая зависит от материала).

Масса  $m_5$  является направляющей на котором установлена режущая головка. Масса  $m_5$  включает в себе массу балки и кожух для защиты. Массы  $m_3$  и  $m_4$  являются стойками на котором установлена балка. А стойки в свою очередь установлены на основании.

Для массы  $m_1$  который является в данной системе заготовкой, сила резания действует как внешние воздействия. Остальные силы: силы упругости установочной решетки с жесткостью  $C_1$ , силы демпфирования и силы инерции тел  $m_1$  будут как обратной связью, направлены в противоположные внешние силы. Величина силы  $F_{c1}$  будет равна произведению коэффициент жесткости  $C_1$  и разность между перемещением тел  $m_1$  и тел  $m_2$ , так как решетка с жесткостью  $C_1$  находится между этими телами.

Расставлены силы, действующие на системы. Составлен баланс сил каждого тела. Исходя их баланса каждого тела получена математическая модель в виде следующих систем уравнений:

$$a_1 = \frac{F_p - c_1 \cdot (X_1 - X_2) - h_1 \cdot (V_1 - V_2)}{m_1};$$

$$a_2 = \frac{h_1 \cdot (V_1 - V_2) + c_1 \cdot (X_1 - X_2) + c \cdot (X_3 - X_2) + h_3 \cdot (V_3 - V_2) + c_4 \cdot (X_4 - X_2) + h_4 \cdot (V_4 - V_2) - h_2 \cdot V_2 - c_2 \cdot X_2}{m_2};$$

$$a_3 = \frac{c_5 \cdot (X_5 - X_3) + h_5 \cdot (V_5 - V_3) - c_3 \cdot (X_3 - X_2) - h_3 \cdot (V_3 - V_2)}{m_3} ;$$

$$a_4 = \frac{c_7 \cdot (X_5 - X_4) + h_7 \cdot (V_5 - V_4) - c_4 \cdot (X_4 - X_2) - h_4 \cdot (V_4 - V_2)}{m_4} ;$$

$$a_5 = \frac{c_6 \cdot (X_6 - X_5) + h_6 \cdot (V_6 - V_5) - c_5 \cdot (X_5 - X_3) - h_5 \cdot (V_5 - V_3) - c_7 \cdot (X_5 - X_4) - h_7 \cdot (V_5 - V_4)}{m_5}$$

$$a_6 = \frac{F_p - c_6 \cdot (X_6 - X_5) - h_6 \cdot (V_6 - V_5)}{m_6} .$$

Полученная математическая модель задается в среде MatLab. Таким образом, решаются данные уравнения в среде MatLab с помощью составленной программы в среде Matlab.

В данной вибрационной системе рассматриваются колебания и скорости перемещения заготовки  $m_1$  и режущие головки  $m_6$ . Так как именно эти параметры влияют на точность и качество обработки. Исходя из разработанной математической модели и полученные графики можно отметить, что на колебания заготовки с массой  $m_1$  влияет жесткости установочные платформе  $C_1$ . А на амплитуды и скорости перемещения режущие головки оказывает влияние жесткости передачи винт-гайки  $C_6$ . Но с другой стороны в данной вибрационной системе большое влияние оказывает жесткости, направляющие  $C_5$  и  $C_7$ . Данные параметры влияют на поведение систему в целом. По проведенным анализа получены графики перемещения и скорости заготовки и режущий головки при оптимальных вариантах параметров.

Использование моделей и моделирования при исследованиях динамических систем дает возможность решить сложные задачи проектирования технологического оборудования. Созданное для специалистов математическое и программное обеспечение сделало моделирование широко применяемым профессиональным инструментом для решения сложных задач оптимального технологического проектирования [6]. Моделирование с помощью программного обеспечения Matlab имеет свои недостатки по сравнению Simulink. Simulink дает возможность наглядно и схематично представить математическую модель, а также в среде Simulink можно получить более точные результаты.

В данной работе были определены оптимальные параметры для гидроабразивной установки, проведен спектральный анализ системы, выявлены амплитудно-частотные характеристики для заготовки и режущей головки.

Таким образом на амплитуды колебания заготовки и режущей головки, которая в данной системе должна быть минимальная, влияет много факторов. Важно отслеживать колебания 3 телом которого является

режущая головка в данной установке. Величина амплитуды колебания её напрямую влияет на точность обработки. При анализе параметров были рассмотрены жесткости: передачи винт гайки, направляющей и установочной платформы. Сила резания рассматривается как величина постоянная. Сила резания зависит от скорости вылета струи, давление и плотности смеси воды с абразивом. Изменяя данные параметры сила резания может меняться в пределах малых значений.

Масса самой заготовки в данной системе также играет очень важную роль. Некоторые заготовки на установочной платформе при гидроабразивной обработке не закрепляются, то есть в таком случае жесткость установочной платформы остаётся неизменной. Но если масса заготовки недостаточная и вызывает большие колебания в системе, то необходимо закрепить заготовку на установочной платформе. В данной ситуации жесткость установочной платформы в разы увеличивается. Целью изучения влияния массы заготовки на колебания самой заготовки в данной системе, были рассмотрены разные заготовки на установочной платформе. На рисунке 3 приведены графики перемещения и скорости первого и четвертого тела при оптимальных вариантах параметров при массе заготовки соответственно 500 кг

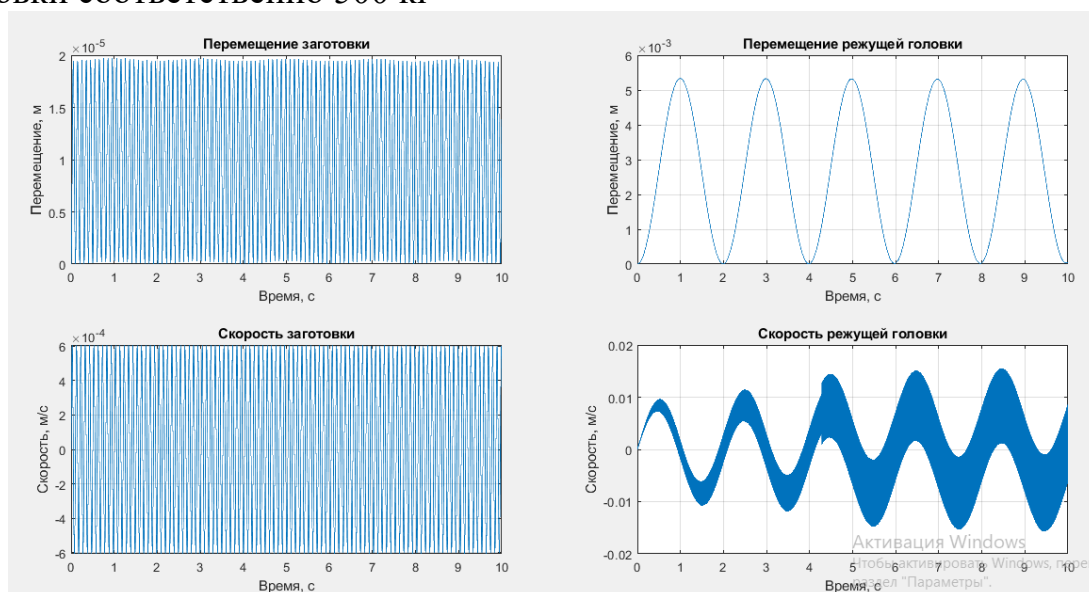


Рис. 3 Графики перемещения и скорости заготовки, режущей головки при оптимальных вариантах параметров при массе 500 кг

Таким образом, увеличение жесткости направляющей, установочной решетки и изменения конструкции режущей головки приведет к уменьшению колебания заготовки на установочной платформе и режущей головке. Именно оптимизация параметров данных элементов в конструкции гидроабразивной установки приведет к повышению точности и качества обработки.

#### Список литературы

1. Применение гидроабразивной резки при обработке

сложнопрофильных поверхностей деталей к.т.н. Моргунов Ю.А., Федотов А.А., Швычков Д.В. МГТУ «МАМИ».

2. Хелпикс. Орг / Гидростатическая передача винт-гайка [Электронный ресурс] URL: <https://helpiks.org/5-97348.html> (Дата обращения: 24.09.2019)

3. Технологии точного моделирования / Гидроабразивная резка / История гидроабразивной резки [Электронный ресурс] URL: <https://ttm66.ru/news/istoriya-gidroabrazivnoj-rezki> (Дата обращения: 24.04.2019).

4. Голиков В.А., Анфиногентов В.В. Расчетная схема определения геометрических и гидродинамических характеристик водяных струй моечных машинок танкеров / Судовые энергетические установки: научно-технический сборник. Вып. 28. – Одесса: ОНМА, 2011. – 162 с.

5. Старцев В.А. Физико-механическое обоснование параметров гидромониторной разработки россыпей направленным бурением скважин. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Екатеринбург, 2018 – 119с.

6. Кузьмин В. В. Математическое моделирование технологических процессов сборки и механической обработки изделий машиностроения: учебник для вузов / В. В. Кузьмин [и др.]. Москва: Высшая школа, 2008. 279 с.

7. Барсуков Г.В. Повышение эффективности гидроабразивного резания на основе дискретного регулирования состояний технологической системы. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук. Орел, 2006, 411с.

8. Барсуков Г.В. Исследование погрешности формы при резании листовых материалов гидроабразивной струей / Сб. тр. Междунар. науч.-техн. конф. «Фундаментальные и прикладные проблемы технологии машиностроения» - «Технология -2003», 2003 г. С. 449-455.

9. Шпилев В.В. Повышение эффективности процесса гидроабразивной резки листовых деталей путем оптимизации режимов обработки и параметров струи рабочей жидкости.: дис. канд. техн. наук: 05.02.08/ Шпилев Василий Владимирович.-Саратов, 2012. 147с.

10. Кузьмин В. В. Математическое моделирование технологических процессов сборки и механической обработки изделий машиностроения: учебник для вузов / В. В. Кузьмин [и др.]. Москва: Высшая школа, 2008. - 279 с.

11. Официальный сайт компании ООО «Керамглас» [Электронный ресурс]: URL: <https://www.garnet-abrasive.ru/> (Дата обращения: 25.09.2019).