УДК 519. 688

К.А. Степанов, аспирант
(НИТГУ, г. Томск)
K.A. Stepanov, postgraduate
(TSU, Tomsk)

АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДОВ СКРЕЩИВАНИЯ В ГЕНЕТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМАХ

ANALYSIS OF EFFICIENCY OF CROSSOVER'S METHODS IN GENETIC ALGORITHMS

Аннотация

В работе представлена классификация операторов скрещивания по различным основаниям, проанализированы исследования эффективности кроссоверов и дан сравнительный анализ эффективности шести операторов скрещивания с указанием всех используемых методов, функций и параметров.

Annotation

In this article the classification of crossover's operators based on various grounds was represented, researches of the effectiveness of crossovers were analyzed and the effectiveness of the six crossover's operators showing all methods, functions and parameters was comparatively analyzed.

Современная практика применения классических методов оптимизации для решения научно-практических задач часто требует существенного упрощения их математических постановок [5,6]. Поэтому важно развитие прямых методов оптимизации, позволяющих получить наилучшие решения без введения обременительных допущений. Среди них широкую популярность приобретают генетические алгоритмы (ГА). Они являются универсальным методом, т.к. не учитывают специфику задачи, что при определенных условиях становится важным преимуществом. Но под специфику конкретной задачи требуется специальная настройка ГА, и результат работы сильно зависит от того, каким образом настроены его параметры.

Реализация генетического алгоритма представляет собой последовательность следующих действий. Сначала, как правило, случайным образом генерируется начальная популяция особей, то есть некоторый набор решений задачи [7]. Потом моделируется размножение внутри популяции: случайно отбирается несколько пар возможных решений, происходит скрещивание между хромосомами в каждой паре, а полученные хромосомы переходят в популяцию нового поколения. В ГА сохраняется основной принцип естественного отбора – чем приспособленней индивидуум (лучше значение целевой функции), тем с большей вероятностью он будет участвовать в скрещивании. Далее моделируются мутации – в случайно избранных особях нового поколения изменяются некоторые гены. Старая популяция частично или целиком уничтожается. Популяция следующего поколения содержит столько же особей, сколько начальная, но в силу отбора приспособленность в ней в среднем выше. Теперь описанные процессы отбора, скрещивания и мутации повторяются уже для этой популяции и т.д. [1].

Главной целью применения операторов скрещивания является увеличение разнообразия популяции решений. Этой цели они достигают путем получения новых особей (решений), каждая из которых обладает характеристиками нескольких уже имеющихся. Анализ литературы показал, что существует 18 основных видов операторов скрещивания и их многочисленные модификации, наиболее полно они представлены в работе З. Михалевича [8], чаще всего в литературе приводится перечень из 4-6 операторов скрещивания. Все многообразие операторов можно разделить на две большие группы по используемому кодированию:

1. Операторы скрещивания, применимые как для целочисленного, так и для вещественного кодирования.

1.1. При скрещивании *с точками разрыва* выбирается некоторое число случайных точек разрыва, после чего родительские хромосомы обмениваются участками, ими разделенными. К этой группе относятся одноточечное скрещивание (one-point crossover), двухточечное скрещивание (two-point crossover), многоточечное скрещивание (multi-point crossover), перетасовочное скрещивание (shuffler crossover), скрещивание с уменьшением замены (crossover with reduced surrogate) и круговое скрещивание (circular crossover).

1.2. Вторая группа различается *стратегией обмена*: для каждого гена потомка определяется, будет ли он заимствован от первого или второго родителя. В эту группу входят равномерное скрещивание (uniform crossover), половинное однородное скрещивание (HUX - half uniform crossover) и скрещивание по эталону или триадное (triadic crossover).

В случае вещественного кодирования хромосома вместо набора нулей и единиц представляет собой набор переменных ($x_1,..,x_n$). Вышеприведенные операторы скрещивания при вещественном кодировании становятся малоэффективными при малом числе переменных.

2. Операторы скрещивания, применимые только при вещественном кодировании.

2.1. В *дифференциальном скрещивании* потомки создаются по правилу: Потомок = Родитель 1 + a·(Родитель 2 — Родитель 1), где множитель α — случайное число. Эта группа операторов включает арифметическое скрещивание (arithmetical crossover), эвристическое скрещивание (Wright's heuristic crossover), линейное скрещивание (linear crossover) и расширенное линейчатое скрещивание (extended linear crossover).

2.2. При *промежуточном скрещивании* значение потомка ищется случайным образом в промежутке, заданном его родителями. Вариантами промежуточного скрещивания являются смешанное скрещивание (blend, BLX-alpha crossover), плоское скрещивание (flat crossover), геометрическое скрещивание (geometrical crossover), дискретное скрещивание (discrete crossover) и нечеткое скрещивание (fuzzy recombination, FR-d crossover).

Для выбора наиболее подходящего оператора скрещивания недостаточно ориентироваться во множестве имеющихся операторов, необходимо также изучить результаты исследований их эффективности. Существует множество исследований, посвященных анализу эффективности операторов скрещивания. Но их результаты зачастую не согласованы. Так в исследованиях З. Михалевича**,** арифметическое скрещивание в среднем показывает лучшие результаты [8, с. 129], исследования Л.В. Найхановой также показали его универсальность, но в них было получено относительно далекое от оптимума среднее значение целевой функции популяции [4]. В исследовании Б.П. Ильина при небольшом числе итераций более эффективным является двухточечное скрещивание по сравнению с одноточечным [3]. А в статье «Совместное применение генетических алгоритмов и методов покоординатного обучения для решения оптимизационных задач» [2] утверждается, что одно- и двухточечное скрещивания показывают примерно равные результаты. Согласно исследованиям О.Х. Райта [10], одноточечное скрещивание уступает смеси одноточечного и арифметического скрещивания с фиксированным параметром α. В этих работах использовались различные функции, методы и параметры (зачастую без их точного указания), что затрудняет анализ причин выявленных рассогласований. Есть и другие рассогласования в результатах исследований эффективности операторов скрещивания. Взгляды на степень их универсальности менялись со временем. Так изначально полагалось, что оптимальные значения различных параметров генетических алгоритмов примерно одинаковы для широкого класса задач. Современный взгляд на ГА иной – доказано, что оптимальные стратегии генетических алгоритмов существенно отличаются для различных классов задач. Поэтому в данной работе описано исследование с указанием всех используемых операторов, функций и параметров.

В выполненном нами исследовании использовался следующий набор из 6 операторов скрещивания с использованием вещественного кодирования:

1. *Одноточечное скрещивание,* при котором выбирается случайная точка разрыва, после чего родительские хромосомы обмениваются участками, ею разделенными.

2. *Равномерное скрещивание,* при котором обмен происходит для каждой пары генов с некоторой вероятностью.

3. *Однородное равномерное арифметическое скрещивание*, при котором каждый ген потомка ищется между генами родителей:

$$B = \left(ay_1 + \left(1-a\right)y'_n,..,ay_1 + (1-a)y'_n\right)$$

и при некотором случайном значении α из диапазона [0,1]. Значение *a* одинаково для всех y_i (*однородный*, uniform) и не зависит от номера поколения (*равномерное*, steady).

4. *Однородное неравномерное арифметическое скрещивание,* при котором по аналогии с неоднородной мутацией, определенной З. Михалевичем **[маг50]**, значение *a* уменьшается с ростом числа поколений (*неравномерное*, unsteady).

5. *Неоднородное равномерное арифметическое скрещивание*, при котором значение *a* свое для каждого y_i *(неоднородный*, nonuniform) и не зависит от номера поколения (*равномерное*, steady).

6. *Неоднородное неравномерное арифметическое скрещивание*, при котором значение *a* свое для каждого y_i *(неоднородный,* nonuniform) и зависит от номера поколения (*неравномерное*, unsteady).

Проверка эффективности различных методов скрещивания проводилась на многомерной функции Розенброка [9] (N=20), имеющей минимум, равный 0 в точке (1,1,..1). Это классическая проблема оптимизации, также известная как «банановая функция». Глобальный оптимум находится внутри параболической сильно вытянутой поверхности. Определение формы поверхности тривиально, однако конвергенция к глобальному оптимуму трудна, и, следовательно, эта проблема используется для оценки работы алгоритмов оптимизации. Функция имеет следующий вид –

$$f = \sum_{i=1}^{N-1}[\left(1-x_i\right)^2 + 100(x_{i+1} - x_i{}^2)^2], x \in [0,1]$$

Использованы турнирная селекция, вероятность скрещивания 0.95, неоднородная мутация [8] (с максимально допустимой вероятностью мутации p϶[0.3,0.9]), метод инцеста и неконкурентный элитизм.

Было произведено 42 серии запусков для выбранных видов скрещивания и максимальной вероятности мутации. Для каждого набора параметров производилось двадцать запусков. В оптимальных значениях отдельной серии искалось среднее, наиболее и наименее оптимальное значение целевой функции.

В таблицах 1-6 приведены результаты для отдельных операторов скрещивания в зависимости от максимально допустимой вероятности мутации. В таблице 7 представлены итоговые результаты по всем использованным операторам.

Таблица 1. Результаты проверки эффективности одноточечного скрещивания

P	Значения целевой функции		
	Наилучшее	Среднее	Наихудшее
0.3	4,93E-32	7,35E-08	1,43E-06
0.4	1,23E-32	3,61E-19	7,22E-18
0.5	1,23E-32	1,23E-32	1,23E-32
0.6	1,23E-32	1,23E-32	1,23E-32
0.7	0	1,37E-33	1,23E-32
0.8	0	9,24E-33	1,23E-32
0.9	0	4,31E-33	1,23E-32

Был получен абсолютный оптимум 0, причем остальные решения были практически одинаковые. При увеличении максимальной вероятности мутации точность решения возрастала.

Таблица 2. Результаты проверки эффективности равномерного скрещивания

P	Значения целевой функции		
	Наилучшее	Среднее	Наихудшее
0.3	1,23E-32	7,13E-11	1,42E-09
0.4	1,23E-32	3,57E-19	4,86E-18
0.5	1,23E-32	1,42E-32	4,93E-32
0.6	1,23E-32	1,23E-32	1,23E-32
0.7	0	1,17E-32	1,23E-32
0.8	0	1,17E-32	1,23E-32
0.9	0	1,05E-32	1,23E-32

Равномерное скрещивание показывает лучшие результаты по сравнению с одноточечным, также получая одинаковые результаты для разной максимально допустимой вероятности мутации р.

Таблица 3. Результаты проверки эффективности однородного равномерного арифметического скрещивания

P	Значения целевой функции		
	Наилучшее	Среднее	Наихудшее
0.3	1,84E-29	5,34E-16	1,06E-14

0.4	2,00E-25	5,74E-22	4,89E-21
0.5	1,75E-21	4,28E-19	4,36E-18
0.6	1,13E-18	1,29E-17	8,84E-17
0.7	1,54E-17	4,20E-16	4,97E-15
0.8	1,48E-19	2,89E-15	2,18E-14
0.9	1,09E-17	2,67E-15	1,45E-14

Для первых двух запусков было получено много одинаковых решений, а для последующих запусков с равномерным арифметическим скрещиванием решения были различными.

Таблица 4. Результаты проверки эффективности однородного неравномерного арифметического скрещивания

P	Значения целевой функции		
	Наилучшее	Среднее	Наихудшее
0.3	1,59E-24	1,19E-17	8,25E-15
0.4	4,59E-22	5,10E-19	2,99E-18
0.5	6,23E-20	2,98E-17	1,43E-16
0.6	1,92E-20	4,70E-16	3,19E-15
0.7	1,92E-20	1,76E-17	3,19E-15
0.8	1,92E-20	4,70E-16	3,19E-15
0.9	9,25E-20	2,93E-14	2,01E-13

Было найдено несколько одинаковых оптимальных решений при p=0.6...0.8, но в отличие от первых двух серий запуска, их доля значительно меньше.

Таблица 5. Результаты проверки эффективности неоднородного равномерного арифметического скрещивания

P	Значения целевой функции		
	Наилучшее	Среднее	Наихудшее
0.3	4,93E-32	6,47E-18	1,29E-16
0.4	5,75E-26	3,37E-21	3,23E-20
0.5	1,87E-21	2,19E-18	2,06E-17
0.6	4,28E-21	6,76E-17	3,39E-16
0.7	1,55E-19	6,78E-16	3,54E-15

0.8	7,87E-19	1,26E-14	1,06E-13
0.9	4,49E-17	4,98E-14	4,69E-13

Получен лучший результат среди арифметических скрещиваний. Одинаковых решений не найдено.

Таблица 6. Результаты проверки эффективности неравномерного неоднородного арифметического скрещивания

p	Значения целевой функции		
	Наилучшее	Среднее	Наихудшее
0.3	3,46E-19	3,46E-19	3,46E-19
0.4	3,46E-19	3,46E-19	3,46E-19
0.5	3,46E-19	3,46E-19	3,46E-19
0.6	3,46E-19	3,46E-19	3,46E-19
0.7	4,12E-18	9,86E-15	7,40E-14
0.8	4,55E-17	1,76E-14	8,70E-14
0.9	3,63E-18	6,49E-13	2,51E-12

Было найдено несколько одинаковых оптимальных решений при p=0.3...0.6, но в отличие от первых двух операторов, их доля в данной серии запусков меньше.

Таблица 7. Результаты проверки 6 операторов скрещивания

Метод скрещивания	Значения целевой функции		
	Наилучшее	Среднее	Наихудшее
Одноточечное	0	1,05E-08	1,43E-06
Равномерное	0	1,02E-11	1,42E-09
Арифметическое однородное равномерное	1,84E-29	9,32E-16	2,18E-14
Арифметическое однородное неравномерное	1,59E-24	4,33E-15	2,01E-13
Арифметическое неоднородное равномерное	4,93E-32	9,02E-15	4,69E-13
Арифметическое неоднородное неравномерное	3,46E-19	9,66E-14	2,51E-12

При увеличении максимальной вероятности мутации с использованием одноточечного и равномерного скрещиваний точность решения возрастала, а при арифметическом уменьшалась. Равномерное скрещивание показывает лучшие результаты по сравнению с одноточечным. Хотя арифметическое скрещивание не достигло абсолютного оптимума 0, оно в среднем показывает лучшие результаты, что согласуется с результатами [8, с. 129], но противоречит результатам для равномерного арифметического скрещивания [4], и меньше зависит от случайностей.

Неоднородное арифметическое скрещивание при примерно равном среднем результате показывает большую дисперсию, чем однородное. Неравномерное арифметическое скрещивание показало себя менее эффективным по всем параметрам.

Таким образом, проведенный анализ операторов скрещивания выявил в качестве наиболее эффективных оба равномерных арифметических скрещиваний: однородное и неоднородное.

Список литературы

1. Балыбердин В.А. Некоторые вопросы использования генетических алгоритмов оптимизации в АСУ / В.А. Балыбердин, А.М. Белевцев, В.В. Иванов – Известия Южного федерального университета. Технические науки, 2009. – Т. 91. – № 2. – С. 76-82.
2. Батищев Д.И., Исаев С.А. Оптимизация многоэкстремальных функций с помощью генетических алгоритмов / Межвуз. сборник «Высокие технологии в технике, медицине и образовании». Часть 3; Воронеж, ВГТУ. 1997. С. 12-19.
3. Ильин Б.П. Адаптация генетического алгоритма для минимизации полиномиальных представлений булевых функций [Электронный ресурс] / URL: hpc.tti.sfedu.ru
4. Найханова Л.В., Дармахеев В.В. Построение симбиоза генетических операторов скрещивания / Вестн. Вост.-Сиб. гос. ун-та технологий и упр. - 2013. - № 4. - С. 63-68. . - ISSN 2074-1596
5. Пантелеев А.В., Бортаковский А.С. Теория управления в примерах и задачах.- М.: Высш. шк., 2003.
6. Пантелеев А.В., Летова Т.А. Методы оптимизации в примерах и задачах.- М.: Высш. шк., 2008.
7. Чернышев Ю.О. Метод создания начальной популяции в генетических алгоритмах, адаптированный к задаче размещения / Ю.О. Чернышев, О.Г. Ведерникова – Известия Таганрогского государственного радиотехнического университета, 2001. – Т. 22. – № 4. – С. 374-376.
8. Michalewicz Z. Genetic algorithms + data structures = evolution programs. – N. Y.: Springer-Verlag, 1992.
9. Rosenbrock, H.H. (1960). «An automatic method for finding the greatest or least value of a function». The Computer Journal 3: 175–184. DOI:10.1093/comjnl/3.3.175. ISSN 0010-4620.
10. Wright A. Genetic algorithms for real parameter optimization – Foundations of Genetic Algorithms, V. 1, 1991. – P. 205-218.