

УДК 531

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОЙ ПАССИВНОЙ ДИАМАГНИТНОЙ ЛЕВИТАЦИИ ПОСТОЯННЫХ МАГНИТОВ БЕЗ ВНЕШНЕГО ЭНЕРГОПОДВОДА

Мишин И. Е., студент гр. ПИБ-241, II курс, Павлов В. Д., студент гр.
ПИБ-241, II курс, Тарабрин А. Д., студент гр. ПИБ-241, II курс,
Елкин И.С., к.т.н., доцент

Кузбасский государственный технический университет
имени Т.Ф. Горбачева, г. Кемерово

Магнитная левитация позволяет удерживать объект в пространстве за счёт магнитного поля. Обычно для этого используют активные электромагниты, требующие постоянного питания и управления. Однако существуют материалы, которые способны обеспечивать устойчивое удержание магнита без внешнего энергоподвода [1]. Речь идёт о диамагнетиках – веществах с отрицательной магнитной восприимчивостью, таких как графит, висмут [2].

Диамагнитная левитация интересна тем, что она полностью пассивна: индуцированная в материале намагниченность создаёт силы, способные компенсировать вес небольшого магнита. Благодаря этому такие системы работают без трения, не требуют электроники и отличаются высокой стабильностью. Современные материалы и методы моделирования позволяют точнее оценивать условия, при которых возникает устойчивое равновесие.

Диамагнетизм – универсальное свойство вещества, проявляющееся в отрицательной магнитной восприимчивости. При воздействии внешнего поля в материале возникает индуцированная намагниченность, направленная противоположно направлению внешнего поля. Эффект слабый, но у графита, висмута и некоторых углеродных структур он достаточно выражен, чтобы создавать силы отталкивания.

В линейном приближении намагниченность определяется по формуле

$$J = \chi H,$$

где χ – магнитная восприимчивость вещества; H – напряженность магнитного поля.

Для диамагнетиков величина $\chi < 0$ и обычно лежит в диапазоне 10^{-6} – 10^{-4} . Наиболее сильными диамагнетиками являются висмут и высокоориентированный пиролитический графит [3, 4, 5].

Существуют три основных подхода к магнитной левитации. Основные методы использования магнитной левитации представлены в табл. 1.

Таблица 1

Методы создания магнитной левитации

Метод левитации	Энергоподвод	Способ стабилизации	Примеры применения
Электромагнитная	Постоянный	Активная обратная связь	Маглев-поезда
Сверхпроводниковая	Постоянный (охлаждение)	Закрепление потока	Левитационные подшипники
Диамагнитная	Отсутствует	Градиент магнитного поля	Графит + $NdFeB$

Современные работы показывают, что графит и его модификации обладают достаточной анизотропией восприимчивости для устойчивого удержания небольших магнитов. Развитие двумерных материалов расширяет возможности пассивной левитации благодаря аномально высокому диамагнитному отклику.

Для анализа таких систем используются численные методы и модели дипольного приближения, позволяющие оценивать распределение поля, силы и потенциальной энергии. Диамагнитные структуры находят применение в микромеханических резонаторах, бесконтактных подшипниках и высокочувствительных сенсорах положения, где важны стабильность и отсутствие трения [6].

Магнитный диполь в неоднородном поле испытывает силу, определяемую выражением

$$F = \nabla(p_m \cdot B),$$

где F – сила, p_m – магнитный момент диполя, B – магнитная индукция, ∇ – оператор градиента.

Сила возникает только при наличии неоднородности, поэтому именно градиент определяет возможность левитации.

Диамагнитные материалы обладают отрицательной магнитной восприимчивостью $\chi < 0$, и индуцированная в них намагниченность направлена противоположно внешнему полю. Это приводит к появлению слабой силы отталкивания между магнитом и диамагнетиком [7, 8].

Потенциальная энергия магнитного диполя в поле определяется выражением

$$U = -\vec{p}_m \cdot \vec{B},$$

где U – энергия взаимодействия.

Вертикальная сила находится как производная энергии по координате:

$$F_z = -\frac{\partial U}{\partial z} = p_m \frac{\partial B}{\partial z},$$

где F_z – вертикальная сила, z – вертикальная координата.

Поле точечного диполя на оси:

$$B(z) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2p_m}{z^3},$$

где μ_0 – магнитная постоянная, z – расстояние от диполя.

Производная поля:

$$\frac{\partial B}{\partial z} = -3 \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2p_m}{z^4}.$$

Подставляя это выражение, получаем силу отталкивания:

$$F_z = -3 \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2p_m^2}{z^4},$$

где p_m^2 – квадрат магнитного момента.

Сила убывает как $1/z^4$, что означает необходимость малого зазора для заметного отталкивания. Эта зависимость может быть записана в виде

$$F_m(z) \propto \frac{1}{z^4},$$

что подчёркивает быстрый спад силы с увеличением зазора.

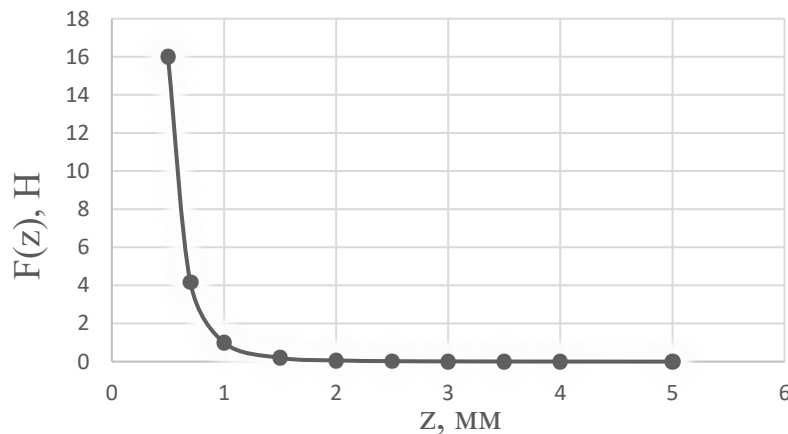


Рис. 1. – Зависимость силы отталкивания $F_m(z)$ от расстояния z

Для левитации необходимо равенство сил:

$$F_m(z_0) = mg,$$

где m – масса магнита, g – ускорение свободного падения, z_0 – равновесная высота.

Равновесие достигается тогда, когда магнитное отталкивание полностью компенсирует вес. Устойчивость состояния равновесия определяется знаком производной силы:

$$\left. \frac{dF_m}{dz} \right|_{z=z_0} < 0,$$

что означает наличие восстанавливающей силы при малых отклонениях.

Для данной модели производная силы имеет вид

$$\frac{dF_m}{dz} = -4 \frac{C}{z^5},$$

где C – коэффициент, зависящий от магнитного момента и свойств диамагнетика.

Отрицательная производная показывает, что система ведёт себя как пружина и возвращает магнит к равновесной точке.

Потенциальная энергия системы:

$$U(z) = -p_m B(z).$$

Минимум энергии соответствует равновесию:

$$F(z_0) = -\frac{dU}{dz} \big|_{z=z_0} = mg.$$

Работа магнитных сил:

$$W = U(z_1) - U(z_2),$$

где W – работа при перемещении, z_1 , z_2 – начальная и конечная координаты.

Минимум потенциальной энергии гарантирует существование устойчивой точки левитации, а консервативность магнитных сил означает отсутствие необходимости в энергоподводе [8].

На рис. 2 показано, как магнитное отталкивание компенсирует вес ротора, обеспечивая его устойчивое положение над диамагнитным кольцом.

Рассматриваемый пассивный магнитный подшипник представляет собой систему, в которой ротор удерживается в подвешенном состоянии за счёт магнитного отталкивания между постоянным магнитом и диамагнитным кольцом. Постоянный магнит закреплён на нижней части цилиндрического ротора, а под ним расположено кольцо из диамагнитного материала, например, графита. Между магнитом и кольцом существует зазор z_0 , определяющий режим работы подшипника: при уменьшении зазора сила отталкивания возрастает, при увеличении – ослабевает, и система стремится к положению, в котором магнитная сила уравнивает силу тяжести.

На ротор действуют две основные силы: сила тяжести mg , направленная вниз, и магнитная сила $F_m(z)$, направленная вверх. При определённом значении зазора эти силы уравниваются, и ротор стабилизируется в пространстве без механического контакта с опорными элементами, что позволяет исключить трение и износ.

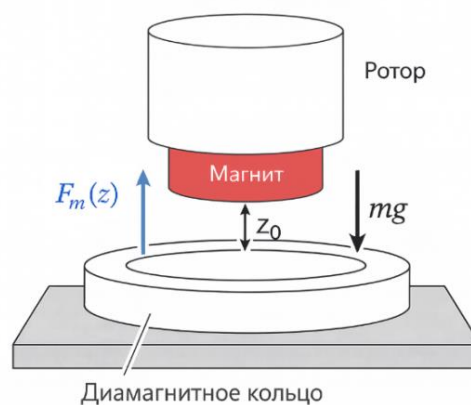


Рис. 2. Схема взаимодействия пассивного магнитного подшипника с диамагнитным кольцом

Взаимодействие между постоянным магнитом и диамагнитным кольцом описывается результирующей силой $F_m(z)$, направленной вверх. Противодействующей силой является сила тяжести mg , направленная вниз.

Полная потенциальная энергия:

$$U(z) = U_m(z) + mgz,$$

где $U(z)$ – полная потенциальная энергия, $U_m(z)$ – магнитная составляющая, mgz – гравитационная составляющая.

Связь между силой и энергией определяется выражением

$$F_m(z) = -\frac{dU_m(z)}{dz}.$$

В первом приближении при малых отклонениях от положения равновесия $\Delta z = z - z_0$, сила определяется как

$$F_m(z) \approx F_m(z_0) - k \Delta z,$$

где k – эквивалентная жёсткость магнитного подшипника.

Основные параметры магнитного подшипника приведены в табл. 2.

Таблица 2

Основные параметры подшипника

Элемент	Обозначение	Значение
Диаметр ротора	D_r	20 мм
Высота ротора	h_r	20 мм
Диаметр магнита	D_m	10 мм
Высота магнита	h_m	5 мм
Ширина диамагнитного кольца	b_k	20 мм
Высота диамагнитного кольца	h_k	10 мм
Равновесный зазор	z_0	2 мм

В качестве постоянного магнита используется -магнит с высокой остаточной индукцией, а диамагнитное кольцо выполнено из графита. Физические параметры приведены в табл. 3 [9].

Таблица 3

Физические параметры материалов

Параметр	Обозначение	Значение
Остаточная индукция магнита	B_r	1,3 Тл
Магнитная восприимчивость графита	χ	$-4 \cdot 10^{-5}$
Плотность материала ротора (алюминий)	ρ_r	2700 кг/м ³

Из проведенных нами расчетов показано, что масса ротора будет составлять 0,017 кг, с учетом массы магнита $m = 0,03$ кг. В этом случае магнитная система обеспечивает необходимую силу отталкивая 0,3 Н.

Для количественной оценки работы подшипника используется степенная модель зависимости силы от зазора:

$$F_m(z) = \frac{C}{z^4},$$

где $F_m(z)$ – магнитная сила при зазоре z , C – коэффициент, зависящий от параметров магнита и диамагнитного материала и определяется из условия равновесия магнитной системы, z – расстояние между магнитом и кольцом.

В наших модельных расчетах $C = 4,7 \cdot 10^{-12} \text{ Н} \cdot \text{м}^4$, а жёсткость подшипника составляет примерно 590 Н/м, что является достаточно высоким значением для компактной конструкции и указывает на хорошую способность системы противостоять вертикальным смещениям.

Для рассмотрения поведения силы при изменении зазора построен график зависимости $F_m(z)$ от z в рабочем диапазоне (рис. 3).

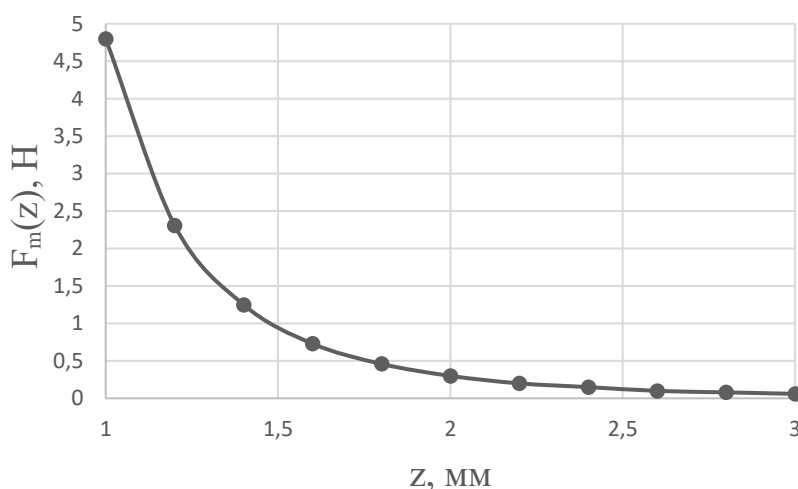


Рис. 3. Зависимость магнитной силы от зазора

График показывает, что сила убывает чрезвычайно быстро. Увеличение зазора всего на 1 мм приводит к многократному снижению силы. Это подтверждает высокую чувствительность системы и узкую область устойчивой левитации. Численные значения, использованные для построения графика, соответствуют параметрам конструкции, приведённым выше.

Полная потенциальная энергия системы определяется выражением

$$U(z) = \frac{C}{3z^3} + mgz.$$

Для оценки характера энергетического профиля построен график зависимости полной энергии от зазора.

Кривая энергии имеет отчётливый минимум вблизи $z_0 = 2$ мм, что подтверждает устойчивость равновесия. Рост энергии при отклонении вверх или вниз означает, что система стремится вернуть ротор в рабочую точку.

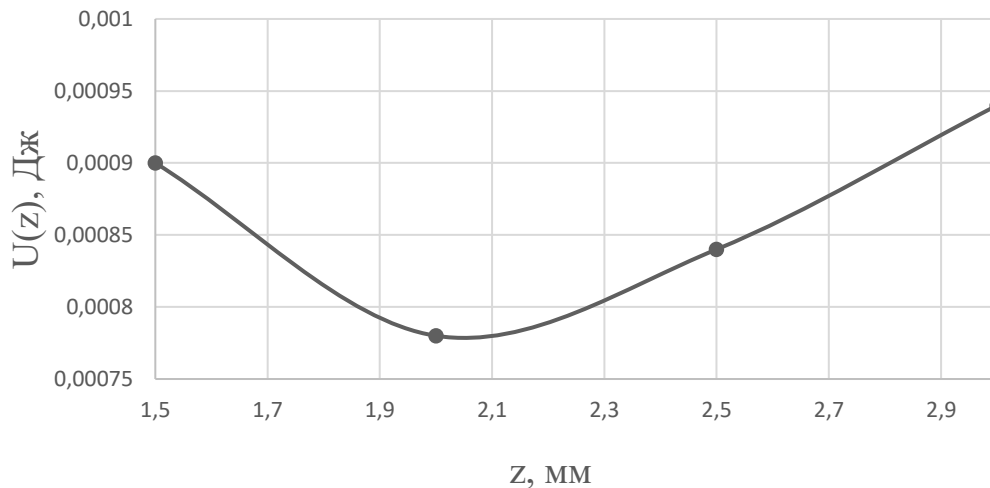


Рис. 4. Зависимость полной потенциальной энергии от зазора

Вблизи равновесного зазора z_0 зависимость силы от координаты можно линеаризовать и записать в виде

$$F(z) \approx -k(z - z_0),$$

где k – жёсткость магнитной подвески, z_0 – положение равновесия.

Тогда вертикальное движение ротора описывается уравнением

$$mz + k(z - z_0) = 0,$$

что соответствует обычному гармоническому осциллятору.

Собственная круговая частота малых колебаний:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}},$$

где m – масса ротора с магнитом. Ранее для конструкции было принято значение массы $m = 0,03$ кг, а жёсткость магнитной подвески в рабочей точке оценена как $k \approx 5,9 \cdot 10^2$ Н/м.

Подставляя эти значения, получаем

$$\omega = \sqrt{\frac{5,9 \cdot 10^2}{0,03}} \approx \sqrt{1,97 \cdot 10^4} \approx 1,4 \cdot 10^2 \text{ рад/с.}$$

В этом случае частота $f = \frac{\omega}{2\pi} \approx \frac{1,4 \cdot 10^2}{6,28} \approx 22$ Гц, а соответствующий период колебаний $T = \frac{1}{f} \approx \frac{1}{22} \approx 0,045$ с.

Таким образом, ротор в области устойчивого равновесия будет совершать малые вертикальные колебания с частотой порядка 20–25 Гц и периодом порядка нескольких десятков миллисекунд.

Диамагнитная левитация демонстрирует возможность устойчивого удержания магнита без внешнего энергоподвода, что полностью согласуется с классической электродинамикой. Полученные результаты подчёркивают практическую ценность диамагнитных подвесок как простых, надёжных и полностью пассивных систем.

Список литературы:

1. Асламазов, Л. Г. Парадоксы диамагнитной левитации / Л. Г. Асламазов, А. И. Ларкин // Физика твёрдого тела. – 1995. – Т. 37. – № 8. – С. 2301–2308.
2. Гейм, А. К. Графен и диамагнитная левитация / А. К. Гейм, К. С. Новосёлов // Успехи физических наук. – 2012. – Т. 182. – № 12. – С. 1294–1307.
3. Yan, X., Li, J. Diamagnetic levitation of permanent magnets above graphite structures // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2023. – Vol. 580. – P. 170–178. (дата обращения: 09.09.2025).
4. Ландау, Л. Д. Электродинамика сплошных сред / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – Москва : Наука, 1982. – 624 с.
5. Иродов, И. Е. Основы электродинамики: учеб. пособие для вузов / И. Е. Иродов. – Москва : Наука, 1990. – 352 с.
6. Китаев, А. В. Магнетизм твёрдого тела: учеб. пособие / А. В. Китаев. – Москва : Физматлит, 2009. – 304 с.
7. Moffatt, H. K. Magnetic energy minima in diamagnetic systems // Applied Physics Letters. – 2021. – Vol. 119. – P. 112–118.
8. Encyclopedia of Materials: Science and Technology. – 2nd ed. – Amsterdam: Elsevier, 2021. – 8500 p. (дата обращения: 19.09.2025).