

УДК 511

**ПРИМЕНЕНИЕ ЗАДАЧИ КОММИВОЯЖЕРА ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ
МАРШРУТА ДАЛЬНОБОЙЩИКА**

Низин Д. В. студент гр. МСс–241, II курс
Юхнов М. А. студент гр. МСс – 241, II курс
Подкур П. Н., к.ф.-м.н., доцент
Кузбасский государственный технический
университет имени Т. Ф. Горбачева
г. Кемерово

Математика – это не просто набор формул и абстрактных теорем. Это мощнейший инструмент для решения реальных, практических проблем. От строительства мостов до прогнозирования погоды, в основе многих процессов лежит математическое моделирование. Одним из самых ярких примеров применения математики в повседневной жизни является решение задач в логистике, а именно – знаменитая Задача коммивояжера.

Что такое Задача коммивояжера?

Задача коммивояжера (Travelling Salesman Problem, TSP) – это одна из классических задач комбинаторной оптимизации. Изначально она была сформулирована просто: торговец (коммивояжер) должен посетить заданный список городов, побывав в каждом ровно один раз, и вернуться в исходный город, при этом пройдя самый короткий (или самый дешевый) маршрут.

Несмотря на кажущуюся простоту формулировки, эта задача невероятно сложна в решении. Количество возможных маршрутов растет экспоненциально с увеличением числа городов (или точек доставки). Для небольшого количества городов (например, 10) перебрать все варианты еще можно, но уже для 66 точек, как отмечают эксперты, прямой перебор становится невозможным даже для самых мощных компьютеров.

Математическая модель задачи.

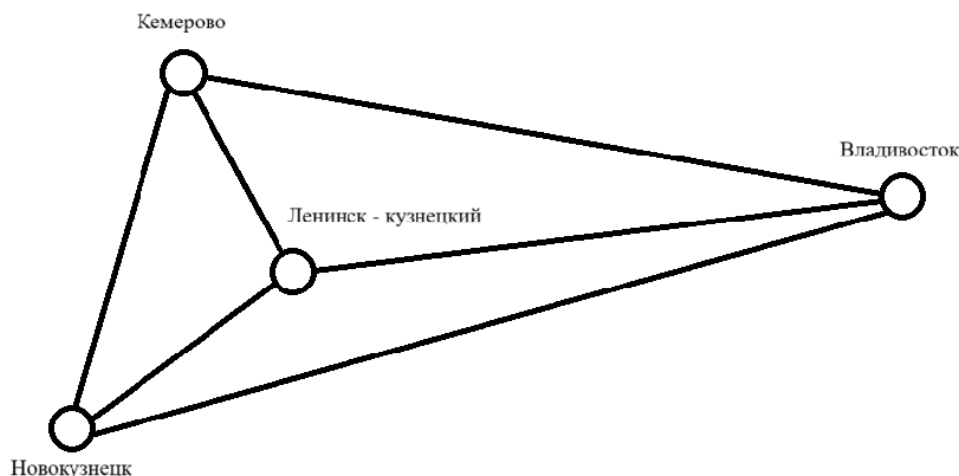
Чтобы решить практическую задачу средствами математики, необходимо пройти три ключевых этапа:

1. Формализация (построение математической модели): Перевод исходной проблемы на язык математики.
2. Решение математической задачи: Применение математических методов для нахождения решения.
3. Интерпретация: Перевод найденного математического решения обратно в термины исходной задачи.

В случае с Задачей коммивояжера, мы строим граф.

1. Города (точки доставки) представляются как вершины (узлы) графа.
2. Маршруты между городами представляются как рёбра графа.

3. Длительность, стоимость или расстояние маршрута (выгода) – это вес (длина) соответствующего ребра.



Целью становится поиск гамильтонова цикла минимального веса в этом взвешенном графе.

Формула целевой функции:

Целевая функция $\min L = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N d_{ij} x_{ij}$ ищет минимальную общую длину маршрута L :

Где:

N – общее количество городов.

d_{ij} – расстояние/стоимость от города i до города j .

x_{ij} – бинарная переменная, которая принимает значение 1, если маршрут от i до j выбран, и 0 в противном случае.

К этой функции добавляются ограничения, которые гарантируют, что в каждый город можно только один раз войти и один раз выйти.

Решение практической задачи: Оптимизация маршрута дальнобойщика.

Условие: Дальнобойщик везет 3 новых автомобиля из Владивостока в три города: Кемерово, Ленинск-Кузнецкий и Новокузнецк. В каждом городе выгружает 1 автомобиль. Базовый расход фуры с 3 машинами 38 л/100 км, после каждой выгрузки расход топлива уменьшается на 3 литра. Наценка за услугу = 350 000 рублей, стоимость дизельного топлива 60 руб/литр.

Цель: определить оптимальный порядок доставки (маршрут) и рассчитать общую чистую прибыль, учитывая стоимость доставки и расход топлива.

Часть маршрута	Количество машин	Расход (R_k)
Влд. – 1-й город	3	R_1
1-й город – 2-й город	2	R_2
2-й город – 3-й город	1	R_3
3-й город – Влд.	0	R_4

Решение: мы должны найти последовательность посещения городов, которая минимизирует общую сумму затрат на дизель. Формула для расчета:

$$\min L_{\text{топл}} = \sum_{k=1}^4 \left(\frac{l_k}{100} \cdot R_k \right)$$

Где k – номер сегмента в маршруте (от 1 – 4), l_k – длина этого сегмента (расстояние между городами), R_k – расход топлива в сегменте.

1. Расчет расхода: рассчитаем расход топлива между городами в зависимости от его позиции в маршруте.

l_k (км)	$\frac{l_k}{100} \cdot R_1$	$\frac{l_k}{100} \cdot R_2$	$\frac{l_k}{100} \cdot R_3$	$\frac{l_k}{100} \cdot R_4$
5600 (Влд - Кем)	2128	1960	1792	1624
5700 (Влд - Нкз)	2166	1995	1824	1653
5550 (Влд - Лкз)	2109	1942.5	1776	1609.5
230(Кем - Нкз)		80.5	73.6	66.7
80 (Кем - Лкз)		28	25.6	23.2
160 (Нкз - Лкз)		56	51.2	46.4

2. Перебираем все $3! = 6$ уникальных маршрутов, суммируя расход топлива на каждом сегменте.

№	Маршрут	Часть R_1	Часть R_2	Часть R_3	Часть R_4	Общий расход
1	В→К→Н →Л→В	$l_{\text{Влд} \rightarrow \text{Кем}} = 2128$	$l_{\text{Кем} \rightarrow \text{Нкз}} = 80.5$	$l_{\text{Нкз} \rightarrow \text{Лкз}} = 51.2$	$l_{\text{Лкз} \rightarrow \text{Влд}} = 1609.5$	3869.2
2	В→К→Л →Н→В	$l_{\text{Влд} \rightarrow \text{Кем}} = 2128$	$l_{\text{Кем} \rightarrow \text{Лкз}} = 28$	$l_{\text{Лкз} \rightarrow \text{Нкз}} = 73.6$	$l_{\text{Нкз} \rightarrow \text{Влд}} = 1653$	3882.6
3	В→Н→К →Л→В	$l_{\text{Влд} \rightarrow \text{Нкз}} = 2166$	$l_{\text{Нкз} \rightarrow \text{Кем}} = 80.5$	$l_{\text{Кем} \rightarrow \text{Лкз}} = 25.6$	$l_{\text{Лкз} \rightarrow \text{Влд}} = 1609.5$	3881.6
4	В→Н→Л →К→В	$l_{\text{Влд} \rightarrow \text{Нкз}} = 2166$	$l_{\text{Нкз} \rightarrow \text{Лкз}} = 56$	$l_{\text{Лкз} \rightarrow \text{Кем}} = 25.6$	$l_{\text{Кем} \rightarrow \text{Влд}} = 1624$	3871.6
5	В→Л→К →Н→В	$l_{\text{Влд} \rightarrow \text{Лкз}} = 2109$	$l_{\text{Лкз} \rightarrow \text{Кем}} = 28$	$l_{\text{Кем} \rightarrow \text{Нкз}} = 73.6$	$l_{\text{Нкз} \rightarrow \text{Влд}} = 1653$	3863.6
6	В→Л→Н →К→В	$l_{\text{Влд} \rightarrow \text{Лкз}} = 2109$	$l_{\text{Лкз} \rightarrow \text{Нкз}} = 56$	$l_{\text{Нкз} \rightarrow \text{Кем}} = 73.6$	$l_{\text{Кем} \rightarrow \text{Влд}} = 1624$	3862.6

3. Вывод и расчет прибыли.

Минимальный расход топлива составляет 3862.6 литров.

$\min L_{\text{топл}} = 3862.6 \text{ Л.}$

Наиболее выгодный маршрут: Владивосток → Ленинск – Кузнецкий → Новокузнецк → Кемерово → Владивосток.

Расчет чистой прибыли:

Затраты на топливо:

$$3862.6 \cdot 60 = 231\,756 \text{ рублей.}$$

$$\text{Чистая прибыль: } 350\,000 - 231\,756 = 118\,244 \text{ рублей.}$$

Заключение: Используя математическую модель коммивояжера с учетом переменного веса позволило точно определить выгодный маршрут. Чистая прибыль дальнобойщика составила 118 244 рублей.

В современном мире, где бродячих торговцев сменили курьерские службы и транспортные компании, Задача коммивояжера является основой для оптимизации транспортной логистики:

1. Оптимизация маршрутов доставки: Курьер или водитель должен объехать множество адресов и вернуться на склад. Алгоритмы TSP находят самый быстрый и экономичный порядок посещения этих адресов, экономя время и топливо.

2. Планирование сетей поставок: Крупные компании используют моделирование для оптимизации инфраструктуры — где лучше расположить склады (хабы) и как распределить потоки товаров между ними, чтобы минимизировать транспортные расходы.

3. Навигационные системы: Современные GPS-навигаторы используют схожие алгоритмы (хотя и более сложные, учитывающие пробки и динамические условия), чтобы проложить кратчайший путь между двумя точками.

4. Управление ресурсами: Задача часто модифицируется для учета дополнительных факторов, таких как время работы водителя, объем кузова автомобиля или временные окна доставки для клиентов (Vehicle Routing Problem – проблема маршрутизации транспорта, усложненный вариант TSP).

Таким образом, математика, формализуя реальные проблемы через моделирование, позволяет компаниям принимать взвешенные инвестиционные и операционные решения, сокращать издержки, минимизировать риски и повышать уровень сервиса. Решение этой и подобных задач лежит в основе эффективности всей мировой экономики.

Список литературы:

1. Задача коммивояжера [Электронный ресурс] // Википедия. – URL: [Задача коммивояжера — Википедия](#) (дата обращения: 18.03.2026).
2. Математическое моделирование в логистике [Электронный ресурс] // Логистика. – URL: [Моделирование логистических систем](#). (дата обращения: 18.03.2026).

3. Теория графов и оптимизация маршрутов [Электронный ресурс] // Теория графов. – URL: algoritmicheskie-aspekty-resheniya-zadach-optimizacii-v-teorii-grafov.pdf. (дата обращения: 18.03.2026).