

УДК 519.2**ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ОБСЛУЖИВАНИЯ ПОКУПАТЕЛЕЙ
ПУНКТА ВЫДАЧИ ЗАКАЗОВ МАРКЕТПЛЕЙСА МЕТОДОМ
МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

Веригина И.Ю., студент гр. ИБс-231, III курс
Гутов И.А., студент гр. ИБс-231, III курс
Научный руководитель: Кузнецова А.В.,
Доцент кафедры математики

Кузбасский государственный технический университет
имени Т.Ф. Горбачева
г. Кемерово

Моделирование является одним из самых эффективных методов изучения процессов нашей жизни. Он предполагает построение разных моделей (математических, имитационных и т.д.), с помощью которых можно анализировать поведение объектов и прогнозировать их состояние в будущем, благодаря формализации процесса, имитации и расчетов данных, анализу результатов и на основе их составление прогноза поведения объекта.

Теория массового обслуживания (ТМО) занимает ключевое место в разных отраслях нашей жизни, не только в экономике, но и в таких отраслях, как горное дело, машиностроение и т.д. [1]. В этих сферах ТМО применяется для оптимизации процессов, связанных с обслуживанием потоков заявок, будь то обслуживание клиентов, обработка заказов или управление потоками ресурсов.

В современной экономике торговля занимает одно из ключевых мест, т.к. происходит стимулирование производства, генерация налоговых поступлений и т.д. [1]. Функционирование пункта выдачи заказов (ПВЗ) маркетплейса существенно определяется двумя факторами: длиной очереди и временем обслуживания одного клиента на кассе. Перебор допустимых значений данных параметров снижает операционную эффективность ПВЗ из-за снижения качества обслуживания, а также увеличении времени обработки заявки. В этой связи актуальным становится расчёт рациональных значений указанных показателей для повышения производительности и экономической эффективности конкретного пункта выдачи.

Система массового обслуживания (СМО) - система, которая производит обслуживание поступающих в неё требований. Во множестве сфер человеческой деятельности неизбежно возникает ситуация ожидания — формирование очередей, например, из-за ограничения числа каналов обслуживания, пиковых нагрузок и т.д. Изучение таких систем позволяет находить оптимальные способы организации работы, чтобы минимизировать

очереди, повысить пропускную способность и сделать обслуживание более эффективным.

Одним из наиболее распространённых примеров является обслуживание покупателей в пунктах выдачи заказов.

Цель исследования – минимизация времени пребывания заявки в очереди за счет оптимизации числа каналов обслуживания и прогнозирования потока заявки для увеличения пропускной способности и снижении ресурсных издержек.

С целью компактного описания СМО используются символические обозначения, изначально разработанные Д. Кендаллом, а впоследствии дополненные и модифицированные Г. П. Башариным [2].

$$A / B / m / N \quad (1)$$

где: A – функция распределения, характеризующая время поступления требований на обслуживание

B – функция распределения, характеризующая время обслуживания требований

M – количество обслуживающих приборов (каналов в системе)

N – число мест в очереди

Ориентируясь на эту запись, функции распределения имеют свои обозначения [2]:

Для функций распределения:

G - общее обозначение в классификации;

M - показательное распределение;

D - детерминированное распределение;

Для построения эффективной системы массового обслуживания необходимо знать параметры входящего потока заявок. Теоретические модели СМО требуют точных данных о частоте и интенсивности обращений. Поэтому следующим этапом исследования становится анализ статистики посещений. Таблица 1 демонстрирует результаты хронометража потока покупателей в ПВЗ, структурированные по дням недели и часам. Эти данные позволяют оценить неравномерность нагрузки и определить периоды пиковой активности, что является основой для дальнейшего моделирования и оптимизации работы пункта

Таблица 1. Поток заявок по дням недели

Дни/часы	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
8:00 – 8:15	0	0	0	0	0	0	1
8:15 – 8:30	0	0	0	0	0	0	0
8:30 – 8:45	1	1	1	0	0	2	0
8:45 – 9:00	2	1	0	0	1	1	1
9:00 – 9:15	3	2	2	2	1	0	1
9:15 – 9:30	2	4	2	3	2	1	1
9:30 – 9:45	3	1	2	2	2	1	1

9:45 – 10:00	2	2	2	1	1	1	1
10:00 – 10:15	1	2	1	1	1	1	2
10:15 – 10:30	1	2	2	2	1	2	1
10:30 – 10:45	2	1	1	1	1	1	1
10:45 – 11:00	1	1	4	3	1	1	2
11:00 – 11:15	1	3	1	2	1	2	1
11:15 – 11:30	1	1	2	2	2	3	2
11:30 – 11:45	3	2	3	3	5	1	2
11:45 – 12:00	2	1	3	1	2	1	2
12:00 – 12:15	1	4	4	3	6	1	2
12:15 – 12:30	2	4	5	7	7	1	3
12:30 – 12:45	7	5	5	6	6	4	2
12:45 – 13:00	5	4	4	4	6	2	1
13:00 – 13:15	2	1	1	4	1	3	4
13:15 – 13:30	1	0	3	2	3	5	4
13:30 – 13:45	1	5	3	2	4	3	4
13:45 – 14:00	1	1	1	2	4	4	3
14:00 – 14:15	2	1	1	2	3	6	14
14:15 – 14:30	2	2	1	2	1	10	9
14:30 – 14:45	2	2	4	2	2	12	4
14:45 – 15:00	1	3	4	3	1	8	3
15:00 – 15:15	2	1	2	0	1	6	7
15:15 – 15:30	1	1	1	3	2	5	8
15:30 – 15:45	2	2	1	3	1	7	6
15:45 – 16:00	1	2	2	1	1	9	3
16:00 – 16:15	1	2	3	3	0	5	5
16:15 – 16:30	2	2	4	3	4	6	5
16:30 – 16:45	3	4	1	2	4	3	5
16:45 – 17:00	3	2	2	2	3	6	4
17:00 – 17:15	1	2	4	6	4	4	3
17:15 – 17:30	3	2	2	7	12	5	3
17:30 – 17:45	3	3	3	4	10	3	5
17:45 – 18:00	3	2	3	3	9	6	4
18:00 – 18:15	3	2	2	3	9	4	2
18:15 – 18:30	4	5	2	7	12	6	4
18:30 – 18:45	3	5	7	4	9	7	3
18:45 – 19:00	6	3	6	6	10	6	9

19:00 – 19:15	3	6	8	15	7	5	8
19:15 – 19:30	6	9	9	8	11	6	5
19:30 – 19:45	6	8	12	13	15	3	4
19:45 – 20:00	5	7	11	11	12	3	3
20:00 – 20:15	4	1	3	2	2	1	1
20:15 – 20:30	5	4	2	2	5	2	1
20:30 – 20:45	4	3	3	4	1	1	1
20:45 – 21:00	4	2	7	6	2	2	1
21:00 – 21:15	6	1	4	2	1	2	1
21:15 – 21:30	5	5	1	3	1	1	0
21:30 – 21:45	4	1	1	0	0	0	0
21:45 – 22:00	3	0	0	0	0	0	0

Для проверки распределения применялся критерий Колмогорова. Он широко используется в подобных задачах благодаря широкой распространённостью в статистической практике и удобством применения. [3]

Например, для понедельника были получены следующие результаты [4]:

Таблица 2. Описательная статистика понедельника

Описательная статистика	
Среднее	2,642857143
Стандартная ошибка	0,22567154
Медиана	2
Мода	1
Стандартное отклонение	1,688771166
Дисперсия выборки	2,851948052
Эксцесс	-0,133697853
Асимметричность	0,754055053
Интервал	7
Минимум	0
Максимум	7
Сумма	148
Счет	56

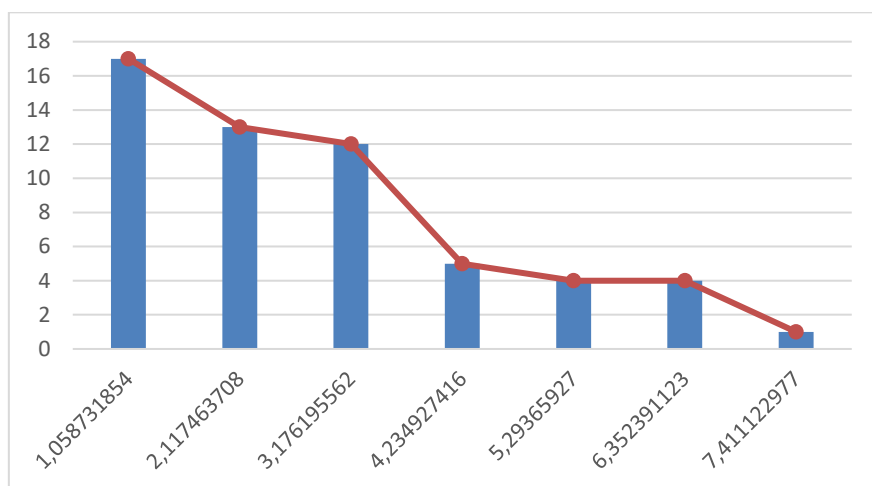


Рисунок 1 - Гистограмма и полигон наблюдаемых частот

Таблица 3. Теоретические частоты

<i>Карман</i>	<i>Частота</i>	<i>Теоретическая частота (Экспонента)</i>
1,058731854	17	18
2,117463708	13	12
3,176195562	12	8
4,234927416	5	6
5,29365927	4	4
6,352391123	4	2
7,411122977	1	2

Таблица 4. Критерий Колмогорова для понедельника

Критерий Колмогорова (Проверка на Экспоненту)		
Накопленная наблюдаемая	Накопленная теоретическая	Разница
17	18	1
13	12	1
12	8	4
5	6	1
4	4	0
4	2	2
1	2	1
Наблюдаемое значение		1,21
Критическое		1,36
Принимаем?		ДА

Т.к. поступление заявок и их обслуживание подчиняется экспоненциальному закону распределения, то такую СМО возможно решить аналитически [1]

Исходя из данной таблицы была вычислена средняя арифметическая интенсивность потока клиентов

$$\lambda = \frac{\sum_{\text{кл}}}{\sum_{\text{дн}} * \sum_{\text{час}}} = \frac{1197}{7 * 14} = 12,21 \text{ кл/ч} \quad (2)$$

Где:

λ – интенсивность потока клиентов (клиентов в час), при $1 \leq i \leq n$, работающих приборов;

$\sum_{\text{кл}}$ – общее количество клиентов за неделю;

$\sum_{\text{дн}}$ – количество рабочих дней в неделе, при $1 \leq \sum_{\text{дн}} \leq 7$;

$\sum_{\text{час}}$ – общее количество трудовых часов в день, при $1 \leq \sum_{\text{час}} \leq 16$

Проверим, какой мы имеем поток клиентов. Исходя из таблицы 1 можно сделать вывод, что в будние дни присутствуют пики количества заявок в обеденное и вечернее время, а в выходные дни более сглаженный график со сдвигами в дневное время, с дисциплиной обслуживания FIFO (первый пришел, первый обслужился)

В нашем случае М/М/т – показательный закон распределения времени поступления и обслуживания с t работающими приборами и очередями.

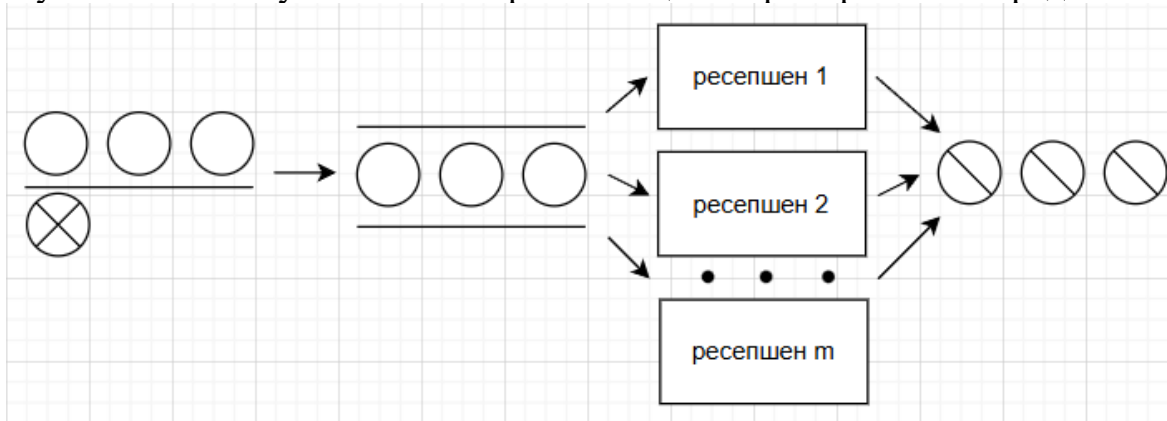


Рисунок 2 - Структурная схема М/М/т

Рассмотрим несколько вариантов нашей модели. Можно предположить, что интенсивность клиентов к ресепшену в среднем $\lambda=12$ человек в час (), что соответствует 0,2 человек/мин., а среднее время обслуживания $x_{\text{ср}}=2$ мин, при $1 \leq m \leq 2$, из-за маленькой площади помещения, а также большого количества места для склада, тогда

$$\mu = \frac{1}{x_{\text{ср}}} = \frac{1}{2} = 0,5 \quad (3)$$

Где:

μ - мат ожидание числа требований, обслуженных прибором за единицу времени при условии, что он занят непрерывно (интенсивность обслуживания);

$x_{ср}$ - среднее время обслуживания требований.

$$U = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{0,2}{0,5} = 0,4, \quad (4)$$

где U - коэффициент загрузки прибора ($U < 1$), при $m=1$; μ - мат ожидание числа требований, поступающий в систему обслуживания за единицу времени (интенсивность поступления заявок);

$$p_0 = (1 - U) = 1 - 0,4 = 0,6 \quad (5)$$

где: p_0 – вероятность того, что система обслуживания свободна.

$$M(q) = \frac{U}{1-U} = \frac{0,4}{0,6} = 0,67, \quad (6)$$

где: $M(q)$ – математическое ожидание числа требований в системе обслуживания; q – число требований в системе (в очереди и приборе);

$$M(v) = \frac{U^2}{1-U} = \frac{0,4^2}{0,6} = 0,26, \quad (7)$$

где: $M(v)$ – математическое ожидание числа требований в очереди; v – число требований в очереди.

$$M(t_q) = \frac{M(q)}{\lambda} = \frac{0,67}{0,2} = 3,35, \quad (8)$$

где: $M(t_q)$ – математическое ожидание времени пребывания требования в системе.

Коэффициент загрузки прибора ($U < 1$), при $m=2$

$$U = \frac{\lambda}{\mu * m} = \frac{0,2}{0,5 * 2} = 0,2 \quad (9)$$

$$p_0 = \frac{1}{\sum_{q=0}^{m-1} \frac{(U^q m^q)}{q!} + (U^m m^m) / [m!(1-U)]} = 0,625 \quad (10)$$

$$M(q) = \frac{U^{m+1} m^m}{m!(1-U)^2} p_0 + U m = 0,415625 \quad (11)$$

$$M(v) = \frac{U^{m+1} m^m}{m!(1-U)^2} p_0 = 0,015625 \quad (12)$$

$$M(t_q) = \frac{M(q)}{\lambda} = 2,078125 \quad (13)$$

Таблица 5. Итоговые расчеты

Параметр	M=1	M=2	Разница
U	0,4	0,2	100%
P0	0,6	0,625	4%
M(q)	0,67	0,415625	61%
M(v)	0,26	0,015625	6%
(Mtq)	3,35	2,078125	62%

Вывод. В результате анализа работы выявлено, что значения среднего времени пребывания одного требования в системе находится от 2,078125 до 3,35 минут, а коэффициент загрузки прибора от 0,2 до 0,4. Таким образом, исходя из всех данных, включенных в анализ ПВЗ целесообразно открывать второй параллельно работающий ресепшен в период пиков загрузки для уменьшения времени пребывания в очереди.

Список литературы:

1. Экономический анализ: учеб. Пособие для студентов вузов, обучающихся по направлению «Экономика» и другим эконом. Специальностям/ Ю.П.Маркин. – 3-е изд., стер.-М.:Издательство «Омега-Л», 2011. – 450с. – (Высшее экономическое образование)/ <https://ru.djvu.online/file/Ut4aHEeJ0W3C9> (Дата обращения 24.03.2026)
2. Т.И. Алиев ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ // [учебное пособие] // <https://e.lanbook.com/book/43651?category=931'.'%27publisher&ysclid=mn49z4bcb8206746025> (Дата обращения: 06.02.2026)
3. Бородина, Александра Валентиновна. Б833 Статистические критерии в анализе данных : учебное пособие для обучающихся по направлениям подготовки бакалавриата «Математика», «Прикладная математика и информатика», «Программная инженерия», «Информационные системы и технологии» / А. В. Бородина, Р. С. Некрасова ; М-во науки и высш. образования Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования Петрозав. гос. ун-т. – Петрозаводск : Издательство ПетрГУ, 2023. – 45 с. <https://cs.petrSU.ru/~musen/appstat/readings/StatCrit.pdf> (Дата обращения 24.03.2026)
4. Кузнецов И.С., Зиновьев В.В., Кузнецова А.В. ВЫЯВЛЕНИЕ ВИДА ВЕРОЯТНОСТНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ ОСНОВНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ВСКРЫШНЫХ РАБОТ НА РАЗРЕЗАХ КУЗБАССА // [статья] // <https://journals.kuzstu.ru/article/4426.pdf> (Дата обращения 24.03.2026)

5. Моделирование процессов и систем: учебное пособие: для студентов направления 15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств» / В. В. Зиновьев, А. Н. Стародубов, П. И. Николаев ; Кузбасский государственный технический университет им. Т. Ф. Горбачева, Кафедра информационных и автоматизированных производственных систем Кемерово : КузГТУ, 2016, 146 с. (Дата обращения: 05.02.2026)