

УДК 51

ПРИМЕНЕНИЕ СХЕМЫ БЕРНУЛЛИ И ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМ ВОЗНАГРАЖДЕНИЯ В ИГРОВЫХ ПРОЕКТАХ

Конкин А.А., студент гр. ПСб-251, I курс
Гутова Е.В., ст. преподаватель кафедры математики
Кузбасский государственный технический университет
имени Т.Ф. Горбачева
г. Кемерово

Рассмотрим проблему систем вознаграждения в компьютерных играх, основанных на независимых испытаниях по схеме Бернулли. Проведем анализ недостатков такого подхода с точки зрения теории вероятностей. Предлагается и обосновывается альтернативная модель «защиты от невезения», которая делает испытания зависимыми и гарантирует более справедливое разделение наград и повышает удовлетворенность игроков.

Представьте, что Вы – разработчик игрового проекта. Ваша задача дать пользователю возможность получить уникальный предмет с определенным шансом за какое-либо действие. Например, после ломания дерева игрок с шансом 2,5% может получить предмет с названием «древняя кора». Самый простой способ создать такую вероятность – прописать строго: генерируется случайное число, и, если оно меньше, чем шанс на выпадение – игрок получает приз.

По сути, такой подход выглядит вполне логичным. Однако он содержит в себе недостатки, которые могут вызвать недопонимание и разочарование у пользователей, что негативно скажется на популярности проекта.

1. Анализ стандартной модели на основе независимых испытаний

При подходе с постоянной вероятностью ($p = 0,025$) мы имеем право считать, что математическое ожидание числа попыток до первого успеха составляет:

$$M(X) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0,025} = 40 \quad (1)$$

Это означает, что в среднем игрок сможет получить свой предмет за 40 сломанных деревьев. Но мы можем спокойно представить, что, сломав даже более сотни деревьев, игрок остается с риском не получить ничего. Рассчитаем вероятность того, что пользователь не получит свой приз за одно сломанное дерево:

$$q = 1 - p = 1 - 0,025 = 0,975$$

Теперь рассчитаем, что игрок не получит приз за 40 сломанных деревьев:

$$P(X > 40) = q^{40} = 0,975^{40} \approx 0,363 \quad (2)$$

Это значит, что, совершив среднее число попыток для выпадения приза, игрок остается с шансом 36.3% не получить ничего. Грубо говоря, более трети игроков могут не получить награду. Значит, какая-то часть из них точно останется разочарованной. В разработке игрового проекта такой большой процент возможных разочарований просто недопустим.

Вероятность же получить приз ровно на 40-й попытке, согласно формуле геометрического распределения $P(X = k) = q^{k-1} \cdot p$, ничтожно мала:

$$P(X = 40) = 0,975^{40-1} \cdot 0,025 \approx 0,009 \quad (3)$$

Видно, что мы не можем гарантировать пользователю получение приза за предсказуемое число попыток.

2. Решение: модель «Защита от невезения»

Каким же способом можно урегулировать такую проблему? Чтобы спасти баланс, мы должны отойти от независимых испытаний и превратить их в зависимые. Для этого мы заменяем константу p на переменную функцию $P(n)$, которая будет увеличиваться с каждой неудачной попыткой игрока, а при удачной попытке – возвращать шанс к прежнему. В разработке игр такое понятие называют «Защита от невезения».

Пусть n – номер попытки. В таком случае, вероятность успеха на текущей попытке вычисляется как:

$$P(n) = C \cdot n \quad (4)$$

где C – некоторая константа (шаг наращивания шанса). Чтобы найти C , нужно провести некоторые математические расчеты. Пусть E – желаемое среднее число попыток для выпадения предмета (в нашем случае – 40). Мы можем потребовать, чтобы сумма вероятностей успеха на каждой попытке от 1 до E была равна 1. Это обеспечит, что в пределах E попыток суммарный шанс достигнет 100%.

$$\sum_{n=1}^E P(n) = 1 \quad (5)$$

Подставим нашу формулу (4) в (5):

$$\sum_{n=1}^E C \cdot n = C \cdot \sum_{n=1}^E n = C \cdot \left(E \cdot \frac{(E+1)}{2} \right) = 1$$

Отсюда выразим константу C :

$$C = \frac{2}{E \cdot (E+1)} \quad (6)$$

Для нашего случая с $E = 40$:

$$C = \frac{2}{40 \cdot (40+1)} = \frac{2}{1640} \approx 0,00122.$$

Таким образом, итоговая формула для вероятности на n -й попытке:

$$P(n) = \frac{n}{820}.$$

Сравним, как меняется шанс для игрока:

Попытка 1: $P(1) = \frac{1}{820} \approx 0,0012$, (12% вместо 2,5%)

Попытка 20: $P(20) = \frac{20}{820} \approx 0,0244$, (2,44% почти как в исходной системе)

Попытка 40: $P(40) = \frac{40}{820} \approx 0,0488$, (4,88% почти в 2 раза выше исходного)

Данная модель решения проблемы выглядит уже достаточно сбалансированной и настроенной, но в ней появляется другая проблема: когда игрок получает свой приз, вероятность на его получения в следующий раз продолжает увеличиваться. Самое рациональное решение – возвращать шанс к исходному каждый раз, когда игрок получил свой приз. Если не произвести такую настройку, пользователи будут получать свою награду слишком часто, что приведет к нестабильному балансу проекта.

Эта система уменьшает шанс вначале, но с каждой неудачей уверенно повышает его, защищая игрока от аномально длинных серий неудач и делая процесс получения награды более предсказуемым и справедливым.

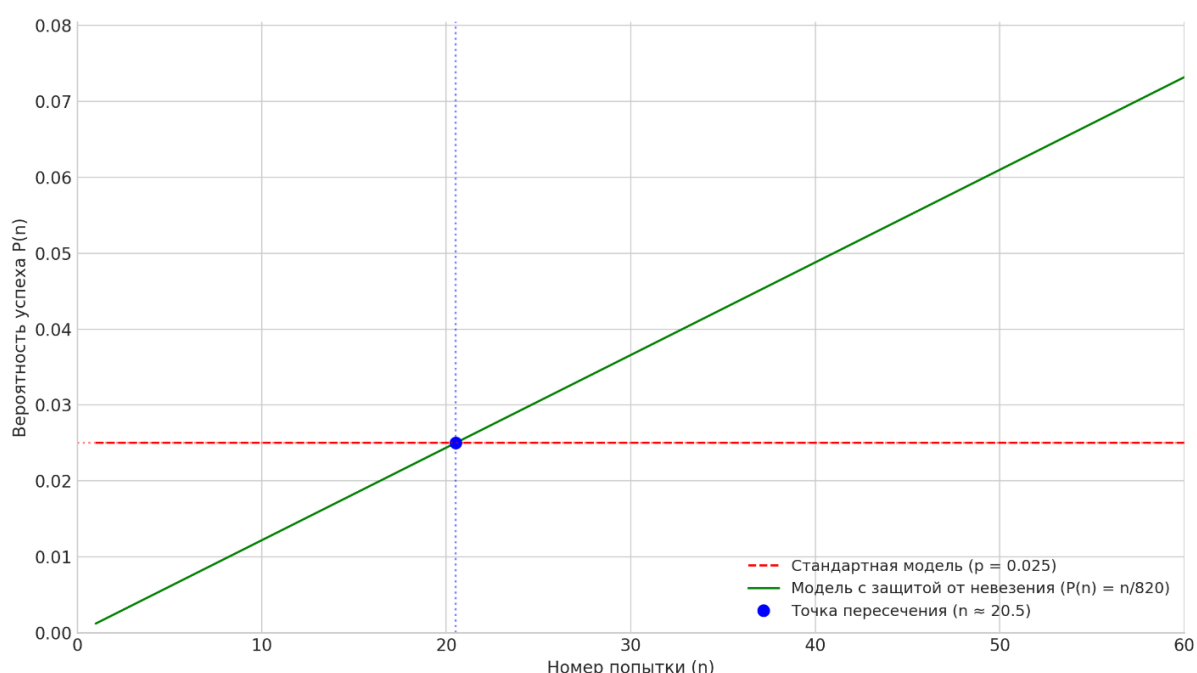


Рис.1. Сравнение вероятностей.

Стандартный подход к реализации случайных событий в играх на основе схемы Бернулли с постоянной вероятностью является простым в реализации, но создает риск негативного восприятия игры из-за высокой неопределенности. Игроки могут столкнуться с ситуацией, когда награда не выпадает в течение длительного времени, что противоречит их ожиданиям и заявленным цифрам.

Предложенная модель «Защиты от невезения» с линейно возрастающей вероятностью решает эту проблему. Она делает испытания зависимыми и, при правильной настройке, гарантирует получение награды в разумных пределах, что значительно повышает удовлетворенность и удержание игроков. Данный метод является простым и эффективным инструментом для разработчиков игровых продуктов, стремящихся создать сбалансированную и честную систему вознаграждений.