

УДК: 517.3:624

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ИНТЕГРАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ДЛЯ  
РАСЧЁТА ОБЪЁМОВ СТРОИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ (НА ПРИ-  
МЕРЕ РЕЗЕРВУАРНЫХ СООРУЖЕНИЙ)**

Прокудова А. Е., студент гр. С-112, 1 курс  
Научный руководитель: Демьяненко Ю. И., старший преподаватель  
Сибирский государственный университет путей сообщения  
г.Новосибирск

**Аннотация.** В статье рассматривается применение интегрального исчисления для определения объема строительных материалов на примере РВС-50(вертикальный стальной резервуар). Проведён анализ геометрической модели конструкции, которая состоит из цилиндрического корпуса, плоского днища и конической крыши. Представлены математические формулы для определения объёма металла с применением определённых интегралов и методики тел вращения. Выполнены численные расчеты, результаты которых сопоставлены с техническими характеристиками реального резервуара.

**Ключевые слова:** интегральное исчисление, резервуар РВС-50, объем строительных материалов, метод тел вращения, определенный интеграл, строительные конструкции.

**Введение:**

Проектирование резервуарных сооружений требует высокой точности при расчете материала. Для емкостей типа РВС (Резервуар Вертикальный Стальной) необходимо точно вычислить объем металла, так как неточность в расчётах может привести к перерасходу материалов, увеличению стоимости проекта и нарушению сроков строительства. РВС универсальны. Они применяются для приема, хранения, учета и выдачи жидкостей, в том числе сжиженного газа в пищевой, химической, нефтяной и других видах промышленности. [1].

Особенность таких сооружений заключается в сочетании простых геометрических тел: цилиндра, конуса и плоскости. В школьном курсе математики объёмы этих фигур считаются по отдельности. Однако в инженерной практике стенки имеют толщину, а крыша — переменный уклон, поэтому применение базовых формул без интегрального исчисления дает большую погрешность.

В данной работе на примере резервуара РВС-50 показано, как с помощью определённого интеграла можно точнее определить объём материала.

**Задачи исследования:**

1. Построить математическую модель резервуара на основе справочных данных.

2. Вывести формулы для расчёта объёма всех компонентов резервуара (стенки, днища и крыши).
3. Выполнить численный расчёт и сравнить его с техническими характеристиками реального резервуара.

### Теоретическое обоснование метода

Для расчёта объёмов тел вращения в математическом анализе используется формула, основанная на определённом интеграле. Если плоская фигура вращается вокруг оси  $Ox$ , то объём вычисляется как:

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$

Применимо к строительным конструкциям, где форма описана функцией, этот метод позволяет точно найти объём элемента переменного сечения. Например, если резервуар имеет сложную форму стенки, интегрирование даст более точный результат, чем приближённое умножение площади на среднюю толщину [3].

В качестве объекта выбран вертикальный стальной резервуар модели РВС-50. Согласно данным производителей и реестрам средств измерений, эта конструкция представляет собой стальной сварной сосуд [1].

Таблица 1. Паспортные параметры РВС-50

| Параметр                       | Значение | Единицы измерения |
|--------------------------------|----------|-------------------|
| Номинальная вместимость        | 50       | м <sup>3</sup>    |
| Внутренний диаметр стенки      | 3770     | мм                |
| Радиус ( $R_v$ )               | 1,885    | м                 |
| Высота стенки ( $H$ )          | 4,47     | м                 |
| Толщина ( $t$ ) стенки и днища | 0,005    | м                 |
| Толщина крыши                  | 4        | мм                |
| Масса конструкции (паспортная) | 6562     | кг                |

Резервуар имеет плоское днище и стационарную коническую крышу. Угол наклона крыши не регламентирован жестко, но для типовых проектов уклон составляет примерно 1/16 до 1/5, что соответствует высоте конуса порядка 0,5 — 0,7 м.

Рассмотрим основные составляющие РВС:

**Цилиндрическая стенка.** Стенка— это полый цилиндр. Для вычисления объёма материала стенки резервуара представим её как множество тонких цилиндрических слоёв. Объём каждого слоя радиусом  $x$  и высотой  $H$  равен  $2\pi xH \cdot dx$ . Интегрируя эти объёмы по всем слоям от внутреннего радиуса  $R_v$  до наружного  $R_n$ , получаем:

$$V_{ст} = 2\pi \int_{R_v}^{R_n} x dx = \pi H (R_n^2 - R_v^2) = 2\pi H \int_{R_v}^{R_n} r dr$$

$$R_H = R_B + t = 1,885 + 0,005 = 1,890$$

Вычислим интеграл от  $r$ :

$$\int_{R_B}^{R_H} r \, dr = \left[ \frac{r^2}{2} \right]_{R_B}^{R_H} = \frac{R_H^2 - R_B^2}{2}$$

Подставим обратно:

$$V_{ст} = 2\pi H \cdot \frac{R_H^2 - R_B^2}{2} = \pi H (R_H^2 - R_B^2) = \pi \cdot 4,47 \cdot 0,018875 \approx 0,265 \text{ м}^3$$

**Плоское днище.** Днище — это круглый диск толщиной 5 мм. Разобьём днище на множество тонких горизонтальных слоёв толщиной  $dy$ . Так как днище плоское, то на высоте  $y$  радиус постоянный и равен  $R_B$ . Площадь слоя будет находиться как площадь круга:

$$dV = \pi R_B^2 \cdot dy$$

Для получения объёма всего днища необходимо сложить все слои от 0 до толщины днища ( $t_{дн}$ ):

$$V_{дн} = \int_0^{t_{дн}} \pi R_B^2 \cdot dy = R_B^2 \pi \int_0^{t_{дн}} dy$$

Так как интеграл  $\int_0^{t_{дн}} dy$  равен просто  $t_{дн}$ , то:

$$V_{дн} = \pi R_B^2 \cdot t_{дн} = \pi R_B^2 \cdot t_{дн} = \pi \cdot (1,885)^2 \cdot 0,005 = \pi \cdot 3,553 \cdot 0,005 \approx 0,0558 \text{ м}^3$$

**Коническая крыша.** Крыша имеет форму конуса. Точный расчёт объёма металла конической поверхности требует интегрирования. Для нахождения объёма материала крыши, необходимо разбить боковую поверхность на тонкие кольца.

Для начала найду длину образующей конуса ( $L$ )

$$L = \sqrt{R_B^2 + h_K^2} = \sqrt{1,885^2 + 0,5^2} = 1,950 \text{ м}$$

Разбив боковую поверхность конуса на кольца радиусом  $r$ , Ширина каждого кольца —  $dr$ .

$$l(r) = \frac{L}{R_B} \cdot r$$

$$V_{кр} = t_{кр} \cdot \int_0^{R_B} 2\pi r \cdot \frac{L}{R_B} \cdot r = \frac{2\pi L t_{кр}}{R_B} \cdot \int_0^{R_B} r \, dr$$

Вычисляем интеграл от  $r$

$$\int_0^{R_B} r \, dr = \left[ \frac{r^2}{2} \right]_0^{R_B} = \frac{R_B^2}{2} \text{ подставляем в исходную формулу}$$

$$V_{кр} = \frac{2\pi L t_{кр}}{R_B} \cdot \frac{R_B^2}{2} = 2\pi L t_{кр} = \pi \cdot 1,950 \cdot 1,885 \cdot 0,004 \approx 0,0462 \text{ м}^3$$

Суммируем полученные объёмы:

$$V_{сум} = 0,265 + 0,0558 + 0,0462 = 0,367 \text{ м}^3$$

Чтобы сравнить с паспортными данными, переведём объём в массу по формуле:  $m = V \cdot \rho = 0,367 \cdot 7850 \approx 2881 \text{ кг}$

Плотность стали  $\rho = 7850 \text{ кг/м}^3$

Однако в технических характеристиках реального резервуара указана полная масса 6562 кг [4]. Эти данные разнятся с полученными в ходе исчислений. Дело в том, что в РВС-50 входят не только голые стенки, но и вспомогательные металлоконструкции. Согласно данным производителя [4], в комплект входят:

Лестница (350 кг);

Площадки на крыше (655 кг);

Каркасы крыши и стропила (около 900 кг);

Люки, патрубки, фланцы (400 кг).

Если сложить массу стенки, днища и крыши (расчётные 2881 кг) с массой дополнительного оборудования (2305 кг), получается 5186 кг. Оставшаяся разница (около 1400 кг) приходится на усиления, кольца жесткости и сварные швы, которые не были учтены в упрощённой интегральной модели.

Вывод: Интегральный метод идеально подходит для расчёта гладких оболочек (тела вращения). Однако для реального резервуара он даёт базовую массу корпуса, а в полную смету необходимо внести дополнения массы каркаса и арматуры.

Заключение: В ходе работы было установлено, что применение интегрального исчисления для расчёта объёма резервуара РВС-50 позволяет вывести точные показатели для основных несущих элементов (стенка, днище, крыша). Расхождение с паспортной массой объясняется наличием доборных элементов, которые не являются телами вращения (лестницы, люки). Таким образом, интегральный метод является незаменимым инструментом на этапе проектирования корпуса сооружения, но требует дополнения традиционными подходами расчета оснастки.

#### Список литературы:

1. Резервуары вертикальные стальные цилиндрические РВС-50. Описание типа средства измерений. — Федеральное агентство по техническому регулированию. — Режим доступа: <https://www.pover.ru/spravochnik-sredstv-izmerenij/84387-22-rezervuaryi-vertikalnye-stalnye-tsilindricheskie-rv/> (дата обращения: 28.03.2026)
2. Резервуар вертикальный стальной РВС-50. Технические характеристики. — Сайт производителя «Спецнефтемаш». — Режим доступа: <https://ryazan.snmash.ru/production/rezervuarnoe-oborudovanie/rezervuaryi-rulonogo-tipa-rvs/rvs-50.html> (дата обращения: 28.03.2026)
3. Резервуары вертикальные стальные: устройство, назначение и сферы применения // ИнвестСталь : сайт. — 2025. — 8 июля. — URL: <https://investsteel.ru/journal/industry/rvs> (дата обращения: 28.03.2026)
4. РВС-50 МЗ. Технические характеристики и комплектация. — Завод «РезервуарСтройМаш». — Режим доступа: <https://msk.rsm-mash.ru/rezervuaryi-vertikalnye-rvs/rvs-50.html> (дата обращения: 28.03.2026)
5. Правила устройства вертикальных цилиндрических резервуаров (извлечения, расчёт узлов сопряжения). — Электронный фонд «Докипедия». — Режим доступа: <https://dokipedia.ru/document/1720298> (дата обращения: 28.03.2026)

