

УДК 519.17, 004.421.2

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ВРЕМЕНИ ВЫПОЛНЕНИЯ АЛГОРИТМА ДЕЙКСТРЫ ОТ РАЗМЕРА ГРАФА

Цурбан Н.С., студент гр. ИАб-231, II курс

Научный руководитель: Дягилева А.В., к.т.н., доцент

Кузбасский государственный технический университет

имени Т.Ф Горбачева, г. Кемерово

Современное развитие информационных технологий требует высокой эффективности алгоритмов для обработки данных в режиме реального времени. Алгоритм Дейкстры, широко используемый для поиска кратчайших путей в графах, остаётся актуальным инструментом для задач маршрутизации, картографирования и сетевых технологий. Однако с увеличением размеров графов его вычислительная сложность становится серьёзным ограничением. Это требует оценки производительности алгоритма и его поведения при обработке графов разного масштаба, чтобы понять пределы применимости и возможность оптимизации.

Для проведения исследования была разработана программа на языке C#, которая реализует алгоритм Дейкстры и предназначена для анализа производительности [1][2][3][4][5].

Основные характеристики программы:

1. Особенности реализации:

- Программа настроена для работы на одном ядре процессора с максимальным приоритетом выполнения, чтобы минимизировать влияние других процессов.
- Во время работы исключено использование других программ для повышения точности измерений.

2. Генерация графов:

- Графы представлены в виде матриц смежности.
- Размер графов варьируется от 10000 до 45000 вершин с шагом 5000.
- Для каждой размерности создаются 5 графов с разным строением, на которых проводятся тесты.

3. Измерение времени работы алгоритма:

- Для каждого графа выполняется 5 запусков, значения усредняются для уменьшения влияния случайных факторов таблица 1.1.
- Полученные данные фиксируются в таблице и используются для построения графиков.

Технические характеристики устройства, на котором проводилось исследование:

- Процессор: Intel i9-13900H.

- Оперативная память: 16 ГБ LPDDR4x с частотой 4267 МГц.
- Накопитель: SSD M.2 PCIe на 1 ТБ.

Таблица 1.1

число вершин	1	2	3	4	5	ср. знач.
10000	751	735	756	705	717	733
15000	1959	1596	1537	2031	1747	1774
20000	3923	4485	3723	4951	4208	4258
25000	6741	6811	6983	5531	6733	6560
30000	8364	7916	7679	9738	9877	8715
35000	10750	12050	10897	10566	11863	11225
40000	13127	12480	14890	12850	12558	13181
45000	15852	15509	16633	16806	17179	16396

На рисунке 1 показан график зависимости времени выполнения программы от величины размера графа.

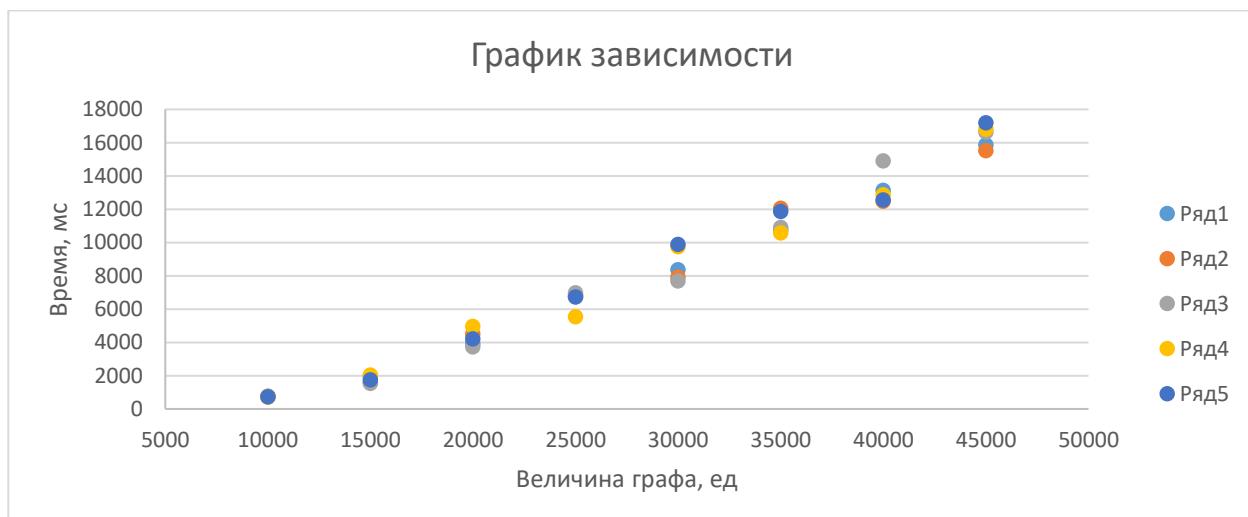


Рис 1. График зависимостей времени выполнения программы от величины размера графа

На рисунке 2 представлен график зависимости средних значений времени выполнения программы от величины размера графа и полиномиальную линию тренда 2-ой степени.

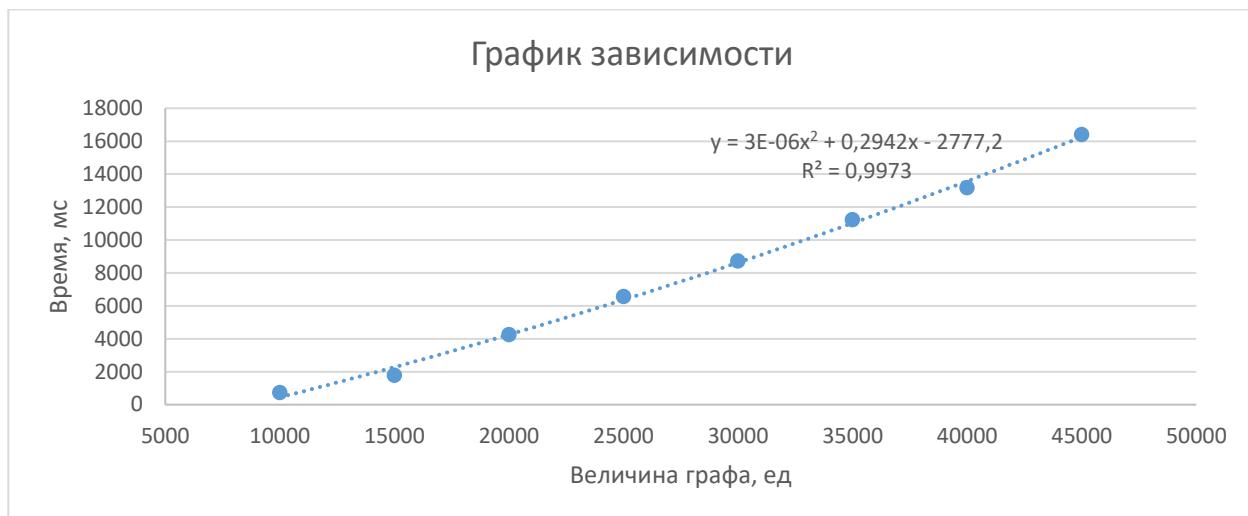


Рис. 2. График зависимости средних значений времени выполнения программы от величины размера графа, с линией тренда, и коэффициентом корреляции

Исходя из полученных данных можно сделать вывод.

В результате проверки коэффициента корреляции на зависимость по критерию Стьюдента было установлено, что связь между исследуемыми коэффициентами присутствует с большой вероятностью. Данный коэффициент в нашем случае имеет величину равную 0,997.

Зависимость скорости работы алгоритма при увеличении размерности графа идет на небольшое степенное увеличение при нагрузке на ЦП не более 20% на оборудовании, представленном в данной статье.

По полученному графику на рис.2 определили уравнение линии тренда:

$$y = 3E-06x^2 + 0,2942x - 2777,2 \quad (1)$$

Исходя из этого уравнения видно, что зависимости средних значений времени выполнения программы от величины размера графа имеет малую квадратичную зависимость, на это указывает коэффициент $3E-06x^2$. Так же второй коэффициент $0,2942x$ показывает на линейную зависимость, что в каждой единице увеличения x , y увеличивается на 0,2942 единицы. А третий коэффициент - 2777,2 – этот член задает начальную точку при $x = 0$.

Таким образом, можно спрогнозировать время выполнения при любой размерности графа. Например, при размере графа в 55000 вершин:

$$y = 0,000003 * 55000^2 + 0,2942 * 55000 - 2777,2$$
$$y = 22478 \text{ мс}$$

Для проверки полученного теоретического расчета используем программу (рис.3).

Рисунок 3.

Предсказание отличается от фактического результата. Рассчитаем относительную погрешность измерения:

$$\delta = \frac{|x - x_0|}{x_0} * 100 \quad (2)$$

$$\delta = \frac{|22897 - 22478|}{22478} * 100$$

$$\delta = 1,86\%$$

Погрешность составила 1,9 %, что является незначительной.

x — приближённое (практическое) значение измеряемой величины;

x_0 — точное (истинное/теоретическое) значение измеряемой величины.

В данной работе исследована зависимость времени выполнения алгоритма Дейкстры от размера графа. Полученные результаты подтверждают, что с увеличением объёма графа алгоритм работает.

Для графов малого и среднего размера алгоритм показывает приемлемую скорость, однако при обработке больших графов с количеством вершин более 30000 наблюдается существенное увеличение времени выполнения. Это ограничивает его применение для задач, в которых требуется обработка больших графов в реальном времени.

Таким образом, алгоритм Дейкстры эффективен для работы с небольшими и средними графами, но его использование для больших графов требует оптимизации или замены на альтернативные алгоритмы, способные обрабатывать большие объёмы данных.

Список литературы:

1. Дейкстра Э. В. «Заметки о программировании». Москва: Мир, 1974. — 168 с.
2. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р., Штайн К. «Алгоритмы: построение и анализ». Москва: Вильямс, 2005. — 864 с.
3. Вирт Н. «Алгоритмы и структуры данных». Москва: Мир, 1989. — 360 с.
4. Горелик В. А. «Методы оптимизации: от простого к сложному». Москва: Физматлит, 2009. — 400 с.
5. Хирш М. А. «Графы в теории и на практике». Москва: Диалектика, 2013. — 352 с.