

УДК 51

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАБОТЫ СТОЛОВОЙ КУЗГТУ

Подкур П.Н., к.ф.-м.н., доцент
Гинатуллина В.Р., студент гр. ГМс–231, I курс
Гарачук Я.Я., студент гр. ГМс–231, I курс
Кузбасский государственный технический университет
имени Т. Ф. Горбачева
г. Кемерово

В современном мире трудно представить жизнь людей без сферы обслуживания. Каждый не единожды за день обращается к работе системы массового обслуживания, например, стоя в очереди в магазине или при посадке на самолёт, при нахождении в пробке на дороге или в ожидании высокого уровня мобильной связи новейшего поколения. Система массового обслуживания, она же теория массового обслуживания, – предмет, уходящий началом в теорию вероятности. Задачи на системы массового обслуживания работают с такими объектами, которые подразумевают:

- а) очередь заявок, состоящую из клиентов, звонков, посетителей, сигналов и т.п.;
- б) строго ограниченное число каналов для их обработки, представленных операторами, кассирами, врачами, транзисторами и т.п.

Математическим способом вычисляются эффективность и главные показатели работ системы, благодаря чему имеется возможность наладить работу, тем самым сделав её наиболее экономичной, выгодной и удобной для участников рабочего процесса.

Теория массового обслуживания востребована там, где возникают новые и сложные типы очереди. В зависимости от типа очереди определяется тип системы массового обслуживания. Бывают: замкнутые и разомкнутые системы массового обслуживания, с ограниченной и неограниченной длиной очереди.

В данной статье рассматривается разомкнутая система массового обслуживания с неограниченной длиной очереди. Примером выступает столовая КузГТУ.

Целью работы является изучение эффективности работы столовой КузГТУ и оценка необходимости увеличения количества каналов обслуживания. Для этого были поставлены следующие задачи:

1. Собрать данные по работе столовой;
2. Перечислить состояния системы;
3. Произвести расчеты согласно типу СМО;
4. Определить необходимость добавления каналов обслуживания;
5. На основе полученных данных и сделать выводы.

Данные для расчетов зафиксированы в ходе реального эксперимента в час пик работы столовой КузГТУ в обеденный перерыв. Были получены следующие значения параметров:

- m – число мест ожидания в очереди – неограниченное.
- λ – интенсивность потока, $\lambda = 8$ (человек/минуту).
- n – количество каналов обслуживания, $n = 3$ кассы.
- μ – количество обслуживаемых заявок единицу времени, $\mu = 3$ (человека/минуту).

Состояния системы нумеруются по числу заявок в СМО:

S_0 – СМО свободна;

S_1 – занят один канал, очереди нет;

S_k – занято k каналов, очереди нет; ($1 \leq k \leq n$);

S_n – заняты все n каналов, очереди нет;

S_{n+1} – заняты все n каналов, и одна заявка стоит в очереди

S_{n+r} – заняты все n каналов, и r заявок стоит в очереди ($r \geq 1$)

Предельные вероятности существуют только при $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$; $x = \frac{\rho}{n} < 1$.

В нашем случае это условие выполняется: $\rho = \frac{8}{3}$; $x = \frac{\frac{8}{3}}{3} = \frac{8}{9} < 1$.

$$1) P_0 = \left(1 + \sum_{k=1}^n \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^{n+1}}{n \cdot n!} \cdot \frac{1}{1-x}\right)^{-1}$$

$$P_0 = \left(1 + \sum_{k=1}^3 \frac{\left(\frac{8}{3}\right)^k}{k!} + \frac{\left(\frac{8}{3}\right)^4}{3 \cdot 3!} \cdot \frac{1}{1-\frac{8}{9}}\right)^{-1} = \left(1 + \frac{1220}{162} + \frac{4096}{1458} \cdot 9\right)^{-1} = \left(\frac{107}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{107} \approx 0,028.$$

Таким образом, система находится в состоянии покоя всего 3% общего времени, что естественно, потому что это час пик работы столовой.

$$2) P_k = \frac{\rho^k}{k!} P_0, 1 \leq k \leq n$$

1) при $k = 1$:

$$P_1 = \frac{\frac{8}{3}}{1!} \cdot \frac{3}{107} = \frac{8}{107} \approx 0,075.$$

2) при $k = 2$:

$$P_2 = \frac{\left(\frac{8}{3}\right)^2}{2!} \cdot \frac{3}{107} = \frac{32}{3} \cdot \frac{1}{107} = \frac{32}{321} \approx 0,099.$$

3) при $k = 3$:

$$P_3 = \frac{\left(\frac{8}{3}\right)^3}{3!} \cdot \frac{3}{107} = \frac{512}{6 \cdot 27} \cdot \frac{3}{107} = \frac{256}{2889} \approx 0,089.$$

Полная занятость касс без очереди составляет только 10% от общего времени, что очень мало, и 90% – приходится на состояния системы уже с той или иной очередью.

$$3. P_{n+r} = \frac{\rho^{n+r}}{n^r \cdot n!} P_0, r \geq 1$$

1. при $r = 1$ (один человек в очереди):

$$P_4 = \frac{\left(\frac{8}{3}\right)^4}{3^1 \cdot 3!} \cdot \frac{3}{107} = \frac{4096}{3^6 \cdot 2} \cdot \frac{3}{107} = \frac{2048}{26001} \approx 0,079.$$

2. при $r = 2$:

$$P_5 = \frac{\left(\frac{8}{3}\right)^5}{3 \cdot 2 \cdot 3!} \cdot \frac{3}{107} = \frac{32762}{3^8 \cdot 2} \cdot \frac{3}{107} = \frac{16384}{234009} \approx 0,07.$$

3. при $r = 3$:

$$P_6 = \frac{\left(\frac{8}{3}\right)^6}{3^3 \cdot 3!} \cdot \frac{3}{107} = \frac{262144}{3^{10} \cdot 2} \cdot \frac{3}{107} = \frac{131072}{2106081} \approx 0,062 \text{ и т.д.}$$

Характеристики эффективности СМО:

1. $P_{\text{отк}}$ – вероятность отказа.

$$P_{\text{отк}} = 0,$$

2. Q – относительная пропускная способность.

$$Q = 1 - P_{\text{отк}} = 1,$$

3. A – абсолютная пропускная способность СМО.

$$A = \lambda Q = \lambda = 8,$$

4. \bar{k} – среднее число занятых каналов.

$$\bar{k} = \rho \cdot Q = \rho = \frac{8}{3} \approx 2,67.$$

5. $\bar{r}_{\text{оч}}$ – средняя длина очереди.

$$\bar{r}_{\text{оч}} = \frac{x \cdot P_n}{(1-x)^2} = \frac{\frac{8}{9} \cdot \frac{256}{2889}}{\frac{1}{81}} = \frac{8 \cdot 256 \cdot 81}{9 \cdot 2889} = \frac{2048}{321} \approx 6,38 \text{ (чел.)}$$

В очереди в среднем стоит более 6 человек.

6. \bar{N}_3 – среднее число заявок, находящихся в СМО.

$$\bar{N}_3 = \bar{k} + \bar{r}_{\text{оч}} = \frac{8}{3} + \frac{2048}{321} = \frac{2904}{321} \approx 9,05 \text{ (чел.)}$$

В среднем на кассах стоит около 9 человек.

7. $\bar{t}_{\text{оч}}$ – среднее время пребывания заявки в очереди.

$$\bar{t}_{\text{оч}} = \frac{\bar{r}_{\text{оч}}}{\lambda} = \frac{\frac{2048}{321}}{8} = \frac{256}{321} \approx 0,8 \text{ (мин.)}$$

8. $t_{\text{сист}}$ – среднее время пребывания заявки в СМО.

$$t_{\text{сист}} = \frac{\bar{N}_3}{\lambda} = \frac{\frac{2904}{321}}{8} = \frac{363}{321} \approx 1,13 \text{ (мин.)}$$

На основе вышеперечисленных расчетов можно сделать вывод о том, что работа кассовых аппаратов в данной столовой является неэффективной. Среднее число занятых каналов примерно равно количеству каналов обслуживания, из-за чего образуются очереди. Среднее число заявок примерно равно 9, из которых 3 обслуживаются в данный момент, следовательно, средняя длина очереди примерно равна 6 заявкам. Для повышения эффективности работы студенческой столовой и увеличения скорости обслуживания необходимо добавить ещё один канал обслуживания.

Список литературы:

1. Кремер Н. Ш. Исследование операций в экономике М.: Юнити, 2003.
2. Болотский А. В., Кочеткова О. А. Исследование операций и методы оптимизации. Учебное пособие. М.: Лань, 2020.