

УДК 51

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАБОТЫ СТОЛОВОЙ КУЗГТУ

Подкур П.Н., к.ф.-м.н., доцент

Гинатуллина В.Р., студент гр. ГМс-231, I курс

Гарачук Я.Я., студент гр. ГМс-231, I курс

Кузбасский государственный технический университет  
имени Т. Ф. Горбачева  
г. Кемерово

В современном мире трудно представить жизнь людей без сферы обслуживания. Каждый не единожды за день обращается к работе системы массового обслуживания, например, стоя в очереди в магазине или при посадке на самолёт, при нахождении в пробке на дороге или в ожидании высокого уровня мобильной связи новейшего поколения. Система массового обслуживания, она же теория массового обслуживания, – предмет, уходящий началом в теорию вероятности. Задачи на системы массового обслуживания работают с такими объектами, которые подразумевают:

а) очередь заявок, состоящую из клиентов, звонков, посетителей, сигналов и т.п.;

б) строго ограниченное число каналов для их обработки, представленных операторами, кассирами, врачами, транзисторами и т.п.

Математическим способом вычисляются эффективность и главные показатели работы системы, благодаря чему имеется возможность наладить работу, тем самым сделав её наиболее экономичной, выгодной и удобной для участников рабочего процесса.

Теория массового обслуживания востребована там, где возникают новые и сложные типы очереди. В зависимости от типа очереди определяется тип системы массового обслуживания. Бывают: замкнутые и разомкнутые системы массового обслуживания, с ограниченной и неограниченной длиной очереди.

В данной статье рассматривается разомкнутая система массового обслуживания с неограниченной длиной очереди. Примером выступает столовая КузГТУ.

Целью работы является изучение эффективности работы столовой КузГТУ и оценка необходимости увеличения количества каналов обслуживания. Для этого были поставлены следующие задачи:

1. Собрать данные по работе столовой;
2. Перечислить состояния системы;
3. Произвести расчеты согласно типу СМО;
4. Определить необходимость добавления каналов обслуживания;
5. На основе полученных данных и сделать выводы.

Данные для расчетов зафиксированы в ходе реального эксперимента в час пик работы столовой КузГТУ в обеденный перерыв. Были получены следующие значения параметров:

- $m$  – число мест ожидания в очереди – неограниченное.
- $\lambda$  – интенсивность потока,  $\lambda = 8$  (человек/минуту).
- $n$  – количество каналов обслуживания,  $n = 3$  кассы.
- $\mu$  – количество обслуживаемых заявок единицу времени,  $\mu = 3$  (человека/минуту).

Состояния системы нумеруются по числу заявок в СМО:

$S_0$  – СМО свободна;

$S_1$  – занят один канал, очереди нет;

$S_k$  – занято  $k$  каналов, очереди нет;  $(1 \leq k \leq n)$ ;

$S_n$  – заняты все  $n$  каналов, очереди нет;

$S_{n+1}$  – заняты все  $n$  каналов, и одна заявка стоит в очереди

$S_{n+r}$  – заняты все  $n$  каналов, и  $r$  заявок стоит в очереди ( $r \geq 1$ )

Предельные вероятности существуют только при  $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ ;  $x = \frac{\rho}{n} < 1$ .

В нашем случае это условие выполняется:  $\rho = \frac{8}{3}$ ;  $x = \frac{\frac{8}{3}}{3} = \frac{8}{9} < 1$ .

$$1) P_0 = \left(1 + \sum_{k=1}^n \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^{n+1}}{n \cdot n!} \cdot \frac{1}{1-x}\right)^{-1}$$

$$P_0 = \left(1 + \sum_1^3 \frac{\left(\frac{8}{3}\right)^k}{k!} + \frac{\left(\frac{8}{3}\right)^4}{3 \cdot 3!} \cdot \frac{1}{1-\frac{8}{9}}\right)^{-1} = \left(1 + \frac{1220}{162} + \frac{4096}{1458} \cdot 9\right)^{-1} = \left(\frac{107}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{107} \approx 0,028.$$

Таким образом, система находится в состоянии покоя всего 3% общего времени, что естественно, потому что это час пик работы столовой.

$$2) P_k = \frac{\rho^k}{k!} P_0, 1 \leq k \leq n$$

1) при  $k = 1$ :

$$P_1 = \frac{\frac{8}{3}}{1!} \cdot \frac{3}{107} = \frac{8}{107} \approx 0,075.$$

2) при  $k = 2$ :

$$P_2 = \frac{\left(\frac{8}{3}\right)^2}{2!} \cdot \frac{3}{107} = \frac{32}{3} \cdot \frac{1}{107} = \frac{32}{321} \approx 0,099.$$

3) при  $k = 3$

$$P_3 = \frac{\left(\frac{8}{3}\right)^3}{3!} \cdot \frac{3}{107} = \frac{512}{6 \cdot 27} \cdot \frac{3}{107} = \frac{256}{2889} \approx 0,089.$$

Полная занятость касс без очереди составляет только 10% от общего времени, что очень мало, и 90% – приходится на состояния системы уже с той или иной очередью.

$$3. P_{n+r} = \frac{\rho^{n+r}}{n^r \cdot n!} P_0, r \geq 1$$

1. при  $r = 1$  (один человек в очереди):

$$P_4 = \frac{\left(\frac{8}{3}\right)^4}{3^1 \cdot 3!} \cdot \frac{3}{107} = \frac{4096}{3^6 \cdot 2} \cdot \frac{3}{107} = \frac{2048}{26001} \approx 0,079.$$

2. при  $r = 2$ :

$$P_5 = \frac{\left(\frac{8}{3}\right)^5}{3^2 \cdot 3!} \cdot \frac{3}{107} = \frac{32762}{3^8 \cdot 2} \cdot \frac{3}{107} = \frac{16384}{234009} \approx 0,07.$$

3. при  $r = 3$ :

$$P_6 = \frac{\left(\frac{8}{3}\right)^6}{3^3 \cdot 3!} \cdot \frac{3}{107} = \frac{262144}{3^{10} \cdot 2} \cdot \frac{3}{107} = \frac{131072}{2106081} \approx 0,062 \text{ и т.д.}$$

Характеристики эффективности СМО:

1.  $P_{\text{отк}}$  – вероятность отказа.  
 $P_{\text{отк}} = 0$ ,
2.  $Q$  – относительная пропускная способность.  
 $Q = 1 - P_{\text{отк}} = 1$ ,
3.  $A$  – абсолютная пропускная способность СМО.  
 $A = \lambda Q = \lambda = 8$ ,
4.  $\bar{k}$  – среднее число занятых каналов.  
 $\bar{k} = \rho \cdot Q = \rho = \frac{8}{3} \approx 2,67$ .
5.  $\bar{r}_{\text{оч}}$  – средняя длина очереди.

$$\bar{r}_{\text{оч}} = \frac{x \cdot P_n}{(1-x)^2} = \frac{\frac{8}{9} \cdot \frac{256}{2889}}{\frac{1}{9} \cdot \frac{81}{2889}} = \frac{8 \cdot 256 \cdot 81}{9 \cdot 2889} = \frac{2048}{321} \approx 6,38 \text{ (чел.)}$$

В очереди в среднем стоит более 6 человек.

6.  $\bar{N}_3$  – среднее число заявок, находящихся в СМО.

$$\bar{N}_3 = \bar{k} + \bar{r}_{\text{оч}} = \frac{8}{3} + \frac{2048}{321} = \frac{2904}{321} \approx 9,05 \text{ (чел.)}$$

В среднем на кассах стоит около 9 человек.

7.  $\bar{t}_{\text{оч}}$  – среднее время пребывания заявки в очереди.

$$\bar{t}_{\text{оч}} = \frac{\bar{r}_{\text{оч}}}{\lambda} = \frac{\frac{2048}{321}}{8} = \frac{256}{321} \approx 0,8 \text{ (мин.)}$$

8.  $t_{\text{сист}}$  – среднее время пребывания заявки в СМО.

$$t_{\text{сист}} = \frac{\bar{N}_3}{\lambda} = \frac{\frac{2904}{321}}{8} = \frac{363}{321} \approx 1,13 \text{ (мин.)}$$

На основе вышеперечисленных расчетов можно сделать вывод о том, что работа кассовых аппаратов в данной столовой является неэффективной. Среднее число занятых каналов примерно равно количеству каналов обслуживания, из-за чего образуются очереди. Среднее число заявок примерно равно 9, из которых 3 обслуживаются в данный момент, следовательно, средняя длина очереди примерно равна 6 заявкам. Для повышения эффективности работы студенческой столовой и увеличения скорости обслуживания необходимо добавить ещё один канал обслуживания.

#### Список литературы:

1. Кремер Н. Ш. Исследование операций в экономике М.: Юнити, 2003.
2. Болотский А. В., Кочеткова О. А. Исследование операций и методы оптимизации. Учебное пособие. М.: Лань, 2020.