УДК: 622/621.333.3

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ РЕЖУЩЕЙ ЧАСТИ ОЧИСТНОГО КОМБАЙНА. ДЛЯ ПОСЛЕДУЮЩЕГО ПРИВЕДЕНИЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ К УПРАВЛЯЕМОЙ ФОРМЕ ЛУЕНБЕРГЕРА.

Д. Н. КОТОВ, аспирант гр. ЭТа-211 (КузГТУ)

Научный руководитель А. В. ГРИГОРЬЕВ, к.т.н., доцент (КузГТУ) г. Кемерово

В этой статье представлена математическая модель электромеханической системы режущей части очистного комбайна. У данной модели есть несколько особенностей. Эта модель содержит математическое описание синхронного электрического двигателя с постоянными магнитами. Полученная модель представляет собой систему дифференциальных уравнений в пространстве состояний, готовую под линеаризацию и оптимизацию методами теории автоматического управления. А также поиска методов идентификации параметров.

Ключевые слова: Электропривод угольного комбайна, принципы аналитической механики, управление электроприводом, автоматическое управление, математическое моделирование.

Любая система уравнений электромеханической системы может быть получена вариационными методами, например методами Лагранжа [1].

Рассматриваемая в данной статье электромеханическая система состоит из электродвигателя с постоянными магнитами и редуктора, состоящего из семи ступеней. Для любой электромеханической системы может быть получена с помощью уравнения Лагранжа, система дифференциальных уравнений, и потом преобразована в управляемую форму Луенбергера (Luenberger), после проверки на управляемость [7].

Уравнение Лагранжа:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_i} = Q_i \qquad (1)$$

Уравнения электромеханической системы, записанные в нормальной форме, выглядят:

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = AX(t) + BU(t) \\ Y(t) = CX(t) + DU(t) \end{cases} \qquad (2)$$

Полученная с помощи методов Лагранжа система уравнений:

$$
\left\{
\begin{aligned}
u_a^s &= p\frac{1}{2}\left(L_{aa}^{ss}\frac{d{i_a^s}^2}{di_a^s} + L_{ab}^{ss}i_b^s\frac{di_a^s}{di_a^s} + L_{aa}^{sr}i_a^r\frac{di_a^s}{di_a^s} + L_{ab}^{sr}i_b^r\frac{di_a^s}{di_a^s} + L_{ba}^{ss}i_b^s\frac{di_a^s}{di_a^s} + L_{aa}^{rs}i_a^r\frac{di_a^s}{di_a^s} + L_{ba}^{rs}i_b^r\frac{di_a^s}{di_a^s}\right) + \\
&\quad + \frac{1}{2}R_{aa}^{ss}\frac{d{i_a^s}^2}{di_a^s}, \\
u_b^s &= p\frac{1}{2}\left(L_{ab}^{ss}i_a^s\frac{di_b^s}{di_b^s} + L_{bb}^{ss}\frac{d{i_b^s}^2}{di_b^s} + L_{ab}^{rs}i_a^r\frac{di_b^s}{di_b^s} + L_{bb}^{rs}i_b^r\frac{di_b^s}{di_b^s} + L_{ba}^{ss}i_a^s\frac{di_b^s}{di_b^s} + L_{ba}^{sr}i_a^r\frac{di_b^s}{di_b^s} + L_{ab}^{sr}i_b^r\frac{di_b^s}{di_b^s}\right) \\
&\quad + \frac{1}{2}R_{bb}^{ss}\frac{d{i_b^s}^2}{di_b^s}, \\
u_a^r &= p\frac{1}{2}\left(L_{aa}^{sr}i_a^s\frac{di_a^r}{di_a^r}\partial + L_{ba}^{sr}i_b^s\frac{di_a^r}{di_a^r} + L_{aa}^{rr}\frac{d{i_a^r}^2}{di_a^r} + L_{ba}^{rr}i_b^r\frac{di_a^r}{di_a^r} + L_{aa}^{rs}i_a^s\frac{di_a^r}{di_a^r} + L_{ab}^{rs}i_b^s\frac{di_a^r}{di_a^r} + L_{ab}^{rr}i_b^r\frac{di_a^r}{di_a^r}\right) + \\
&\quad + \frac{1}{2}R_{aa}^{rr}\frac{d{i_a^r}^2}{di_a^r}, \\
u_b^r &= p\frac{1}{2}\left(L_{ab}^{sr}i_a^s\frac{di_b^r}{di_b^r} + L_{ab}^{sr}i_b^s\frac{di_b^r}{di_b^r} + L_{ab}^{rr}i_a^r\frac{di_b^r}{di_b^r} + L_{bb}^{rr}\frac{d{i_b^r}^2}{di_b^r} + L_{ba}^{rs}i_a^s\frac{di_b^r}{di_b^r} + L_{bb}^{rs}i_b^s\frac{di_b^r}{di_b^r} + L_{ba}^{rr}i_a^r\frac{di_b^r}{di_b^r}\right) + \\
&\quad + \frac{1}{2}R_{bb}^{rr}\frac{d{i_b^r}^2}{di_b^r}, \\
M_0 &= p\frac{1}{2}\left(J_0\frac{d{\omega_0}^2}{d\omega_0}\right) - \frac{1}{2}(K+K_1)\frac{\partial{\varphi_0}^2}{\partial\varphi_0} - K_1\varphi_1\frac{\partial\varphi_0}{\partial\varphi_0} + \frac{1}{2}\alpha_0\frac{d{\omega_0}^2}{d\omega_0} - \frac{1}{2}\left\|i_{ab,ab}^{s,r}\right\|^t\frac{\partial\left\|L_{ab,ab}^{s,r}\right\|}{\partial\varphi_0}\left\|i_{ab,ab}^{s,r}\right\|, \\
M_1 &= p\frac{1}{2}\left(J_1\frac{d{\omega_1}^2}{d\omega_1}\right) - \frac{1}{2}(K_1+K_2)\frac{\partial{\varphi_1}^2}{\partial\varphi_1} - K_1\varphi_0\frac{\partial\varphi_1}{\partial\varphi_1} - K_2\varphi_2\frac{\partial\varphi_1}{\partial\varphi_1} + \frac{1}{2}\alpha_1\frac{d{\omega_1}^2}{d\omega_1} \\
M_2 &= p\frac{1}{2}\left(J_2\frac{d{\omega_2}^2}{d\omega_2}\right) - \frac{1}{2}(K_2+K_3)\frac{\partial{\varphi_2}^2}{\partial\varphi_2} - K_2\varphi_1\frac{\partial\varphi_2}{\partial\varphi_2} - K_3\varphi_3\frac{\partial\varphi_2}{\partial\varphi_2} + \frac{1}{2}\alpha_2\frac{d{\omega_2}^2}{d\omega_2} \\
M_3 &= p\frac{1}{2}\left(J_3\frac{d{\omega_3}^2}{d\omega_3}\right) - \frac{1}{2}(K_3+K_4)\frac{\partial{\varphi_3}^2}{\partial\varphi_3} - K_3\varphi_2\frac{\partial\varphi_3}{\partial\varphi_3} - K_4\varphi_4\frac{\partial\varphi_3}{\partial\varphi_3} + \frac{1}{2}\alpha_3\frac{d{\omega_3}^2}{d\omega_3} \\
M_4 &= p\frac{1}{2}\left(J_4\frac{d{\omega_4}^2}{d\omega_4}\right) - \frac{1}{2}(K_4+K_5)\frac{\partial{\varphi_4}^2}{\partial\varphi_4} - K_4\varphi_3\frac{\partial\varphi_4}{\partial\varphi_4} - K_5\varphi_5\frac{\partial\varphi_4}{\partial\varphi_4} + \frac{1}{2}\alpha_4\frac{d{\omega_4}^2}{d\omega_4} \\
M_5 &= p\frac{1}{2}\left(J_5\frac{d{\omega_5}^2}{d\omega_5}\right) - \frac{1}{2}(K_5+K_6)\frac{\partial{\varphi_5}^2}{\partial\varphi_5} - K_5\varphi_4\frac{\partial\varphi_5}{\partial\varphi_5} - K_6\varphi_6\frac{\partial\varphi_5}{\partial\varphi_5} + \frac{1}{2}\alpha_5\frac{d{\omega_5}^2}{d\omega_5} \\
M_6 &= p\frac{1}{2}\left(J_6\frac{d{\omega_6}^2}{d\omega_6}\right) - \frac{1}{2}(K_6+K_7)\frac{\partial{\varphi_6}^2}{\partial\varphi_6} - K_6\varphi_5\frac{\partial\varphi_6}{\partial\varphi_6} - K_7\varphi_7\frac{\partial\varphi_6}{\partial\varphi_6} + \frac{1}{2}\alpha_6\frac{d{\omega_6}^2}{d\omega_6} \\
M_7 &= p\frac{1}{2}\left(J_7\frac{d{\omega_7}^2}{d\omega_7}\right) - \frac{1}{2}K_7\frac{\partial{\varphi_7}^2}{\partial\varphi_7} - K_7\varphi_6\frac{\partial\varphi_7}{\partial\varphi_7} + \frac{1}{2}\alpha_7\frac{d{\omega_7}^2}{d\omega_7}
\end{aligned}
\right.
$$

где слагаемое - квадратичная форма в уравнении для M_0 . Имеет вид:

$$
\frac{1}{2}\left\|i_{ab,ab}^{s,r}\right\|^t\frac{\partial\left\|L_{ab,ab}^{s,r}\right\|}{\partial\varphi_0}\left\|i_{ab,ab}^{s,r}\right\| = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial L_{aa}^{ss}}{\partial\varphi_0}{i_a^s}^2 + \frac{dL_{ab}^{ss}}{d\varphi_0}i_a^si_b^s + \frac{dL_{aa}^{sr}}{d\varphi_0}i_a^si_a^r + \frac{dL_{ab}^{sr}}{d\varphi_0}i_a^si_b^r + \right.
\frac{dL_{ba}^{ss}}{d\varphi_0}i_b^si_a^s + \frac{dL_{bb}^{ss}}{d\varphi_0}{i_b^s}^2 + + \frac{dL_{ba}^{sr}}{d\varphi_0}i_b^si_a^r + \frac{dL_{ab}^{sr}}{d\varphi_0}i_b^si_b^r + \frac{dL_{aa}^{rs}}{d\varphi_0}i_a^ri_a^s + \frac{dL_{ab}^{rs}}{d\varphi_0}i_a^ri_b^s + \frac{dL_{aa}^{rr}}{d\varphi_0}{i_a^r}^2 + \frac{dL_{ab}^{rr}}{d\varphi_0}i_a^ri_b^r +
\left.\frac{dL_{ba}^{rs}}{d\varphi_0}i_b^ri_a^s + + \frac{dL_{bb}^{rs}}{d\varphi_0}i_b^ri_b^s + \frac{dL_{ba}^{rr}}{d\varphi_0}i_b^ri_a^r + + \frac{dL_{bb}^{rr}}{d\varphi_0}{i_b^r}^2\right) =
$$

$$
= \frac{1}{2} \left\| \begin{matrix} i_a^s \\ i_b^s \\ i_a^r \\ i_b^r \\ \omega_0 \\ \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \\ \omega_5 \\ \omega_6 \\ \omega_7 \end{matrix} \right\|^t
\left\| \begin{matrix}
\frac{\partial L_{aa}^{ss}}{\partial \varphi_0} & \frac{\partial L_{ab}^{ss}}{\partial \varphi_0} & \frac{\partial L_{aa}^{sr}}{\partial \varphi_0} & \frac{\partial L_{ab}^{sr}}{\partial \varphi_0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{\partial L_{ba}^{ss}}{\partial \varphi_0} & \frac{\partial L_{bb}^{ss}}{\partial \varphi_0} & \frac{\partial L_{ba}^{sr}}{\partial \varphi_0} & \frac{\partial L_{ab}^{sr}}{\partial \varphi_0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{\partial L_{aa}^{rs}}{\partial \varphi_0} & \frac{\partial L_{ab}^{rs}}{\partial \varphi_0} & \frac{\partial L_{aa}^{rr}}{\partial \varphi_0} & \frac{\partial L_{ab}^{rr}}{\partial \varphi_0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{\partial L_{ba}^{rs}}{\partial \varphi_0} & \frac{\partial L_{bb}^{rs}}{\partial \varphi_0} & \frac{\partial L_{ba}^{rr}}{\partial \varphi_0} & \frac{\partial L_{bb}^{rr}}{\partial \varphi_0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{matrix} \right\|
\left\| \begin{matrix} i_a^s \\ i_b^s \\ i_a^r \\ i_b^r \\ \omega_0 \\ \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \\ \omega_5 \\ \omega_6 \\ \omega_7 \end{matrix} \right\| = M_e
$$

В полученных системах уравнений необходимо заменить уравнения для электрической части электродвигателя и для момента на валу электродвигателя M_0, уравнениями для синхронного электродвигателя с постоянными магнитами, полученными в работах [1, 6, 9], где описано, как с помощью теоретико-полевых и координатных преобразований, из синхронной явно полюсной машины получаем уравнения для синхронной электрической машины с постоянными магнитами (СДПМ):

$$
\begin{cases}
U_{1d} = R_1 i_{1d} + p(L_{1d} i_{1d} + \Psi_2) - \omega_r z_p \left(L_{1q} i_{1q}\right) \\
U_{1q} = R_1 i_{1q} + p L_{1q} i_{1q} + \omega_r z_p (L_{1d} i_{1d} + \Psi_2) \\
M_{0e} = \frac{3}{2} p\left(\Psi_{1d} i_{1q} - \Psi_{1q} i_{1d}\right)
\end{cases} \quad (3)
$$

В данной системе отсутствуют уравнения по второму закону Кирхгоффа для цепей ротора, так как обмотки заменены постоянными магнитами, а токи статора переведены во вращающуюся вместе с полем систему координат dq. Можно при расчётах использовать потокосцепления постоянных магнитов ротора, в качестве факторизованных на условные константные индуктивности и токи величин:

$$\Psi_2 = L_2 i_2$$

Но с учётом неявнополюсности ротора. Исходя из раннего, полученная система имеет размерность меньше на два:

$$
\begin{cases}
U_d = R_s i_d + p(L_d i_d + \Psi_{rs}) - \omega_r z_p (L_q i_q) \\
U_q = R_s i_q + p L_{1q} i_{1q} + \omega_r z_p (L_d i_d + \Psi_{rs}) \\
M_0 = J_0 \frac{d\omega_0}{dt} - (K + K_1)\varphi_0 + K_1\varphi_1 + \alpha_0\omega_0 - \frac{3}{2}(\Psi_{1d} i_{1q} - \Psi_{1q} i_{1d}) \\
M_1 = J_1 \frac{d\omega_1}{dt} - (K_1 + K_2)\varphi_1 + K_1\varphi_0 + K_2\varphi_2 + \alpha_1\omega_1 \\
M_2 = J_2 \frac{d\omega_2}{dt} - (K_2 + K_3)\varphi_2 + K_2\varphi_1 + K_3\varphi_3 + \alpha_2\omega_2 \\
M_3 = J_3 \frac{d\omega_3}{dt} - (K_3 + K_4)\varphi_3 + K_3\varphi_2 + K_4\varphi_4 + \alpha_3\omega_3 \\
M_4 = J_4 \frac{d\omega_4}{dt} - (K_4 + K_5)\varphi_4 + K_4\varphi_3 + K_5\varphi_5 + \alpha_4\omega_4 \\
M_5 = J_5 \frac{d\omega_5}{dt} - (K_5 + K_6)\varphi_5 + K_5\varphi_4 + K_6\varphi_6 + \alpha_5\omega_5 \\
M_6 = J_6 \frac{d\omega_6}{dt} - (K_6 + K_7)\varphi_6 + K_6\varphi_5 + K_7\varphi_7 + \alpha_6\omega_6 \\
M_7 = J_7 \frac{d\omega_7}{dt} - K_7\varphi_7 + K_7\varphi_6 + \alpha_7\omega_7
\end{cases} \quad (4)
$$

Полученную систему далее записываем в виде пространства состояний. Для этого в качестве выходного управляемого параметра возьмём M_0, а в качестве входной управляющей величины можно брать токи статора i_d, i_q или напряжения U_d, U_q, если электродвигатель запитан от источника напряжения, или входные напряжения U_d, U_q, если электродвигатель питается от источника тока. Так же в качестве входных величин можно брать и угловые скорости как ротора электродвигателя ω_0, так и угловые скорости любой из ступеней редуктора ω_i.

Собранная в среде MATLAB & Simulink математическая модель системы СДПМ – семиступенчатый поворотный редуктор по (4), изображена на рисунке 1.

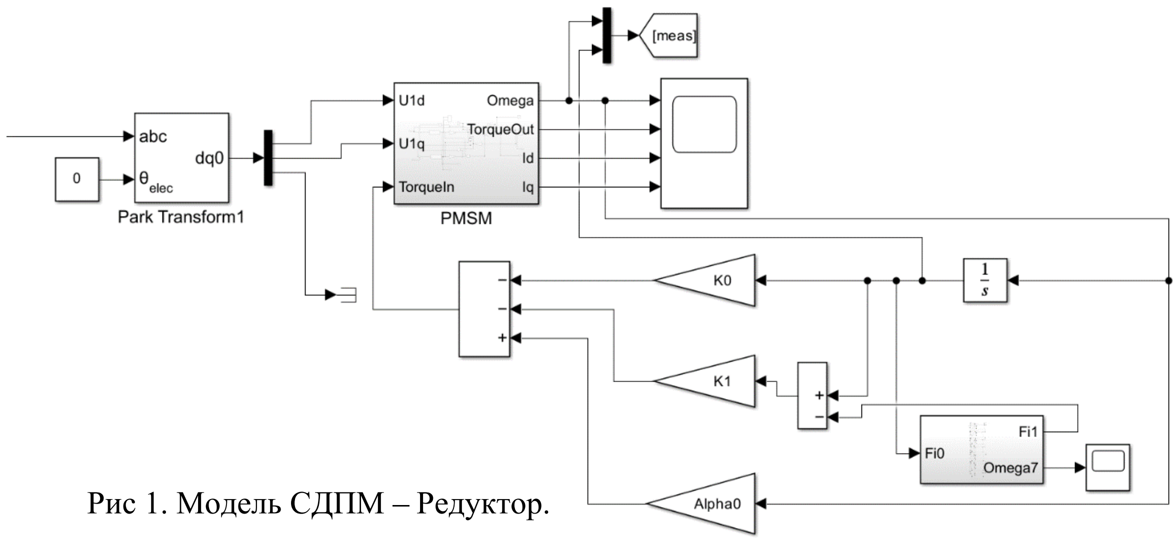

Рис 1. Модель СДПМ – Редуктор.

В полученной модели учтено, что передаточное число редуктора с паразитными шестернями равно единице. СДПМ управляется от блока поле ориентированного управления СДПМ (PMSM Field-Oriented Control) и инвертора на БИТИЗ (IGBT) транзисторах, далее через блок преобразований Кларк-Парка из библиотеки Simulink Simscape:

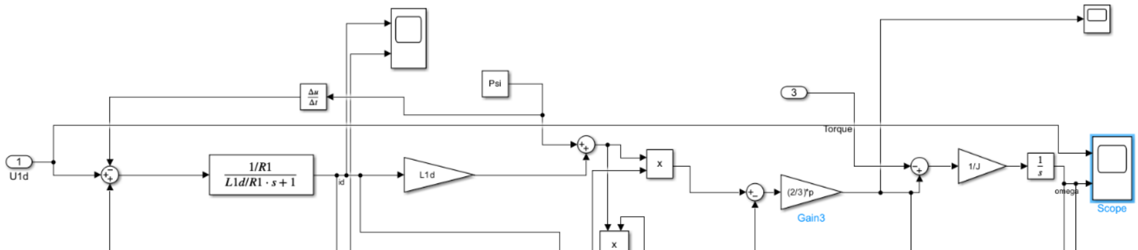

Рис 2. Модель СДПМ.

На рисунке 2 изображена математическая модель СДПМ во вращающейся системе координат dq в MATLAB Simulink.

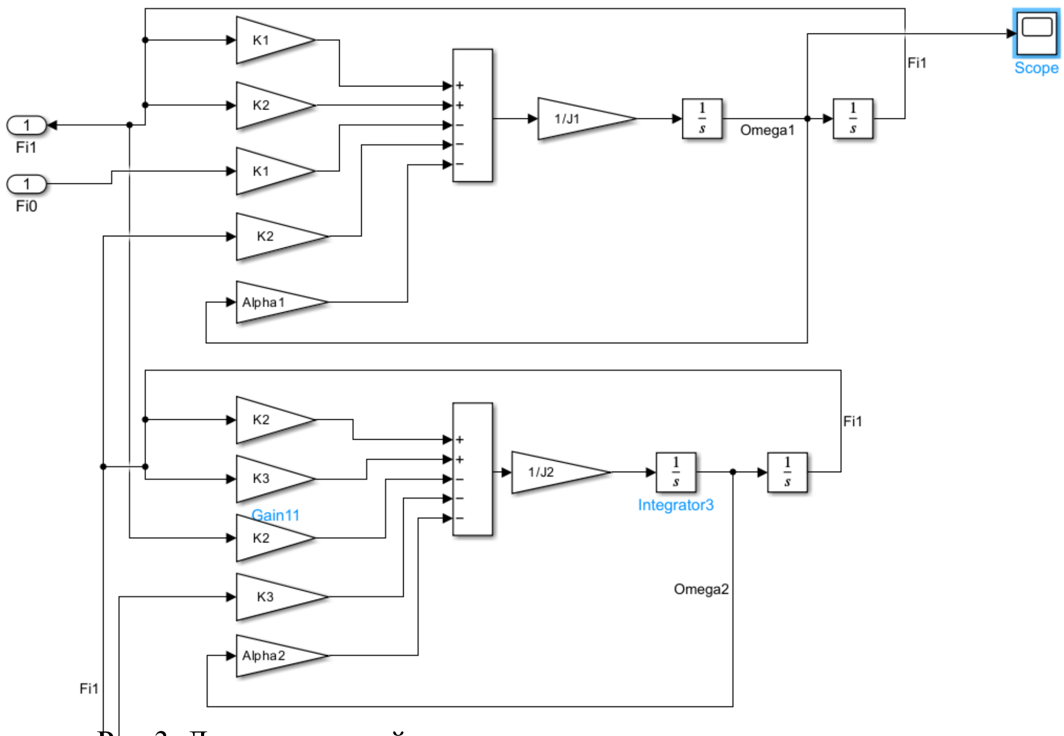

Рис 3. Две из ступеней поворотного редуктора.

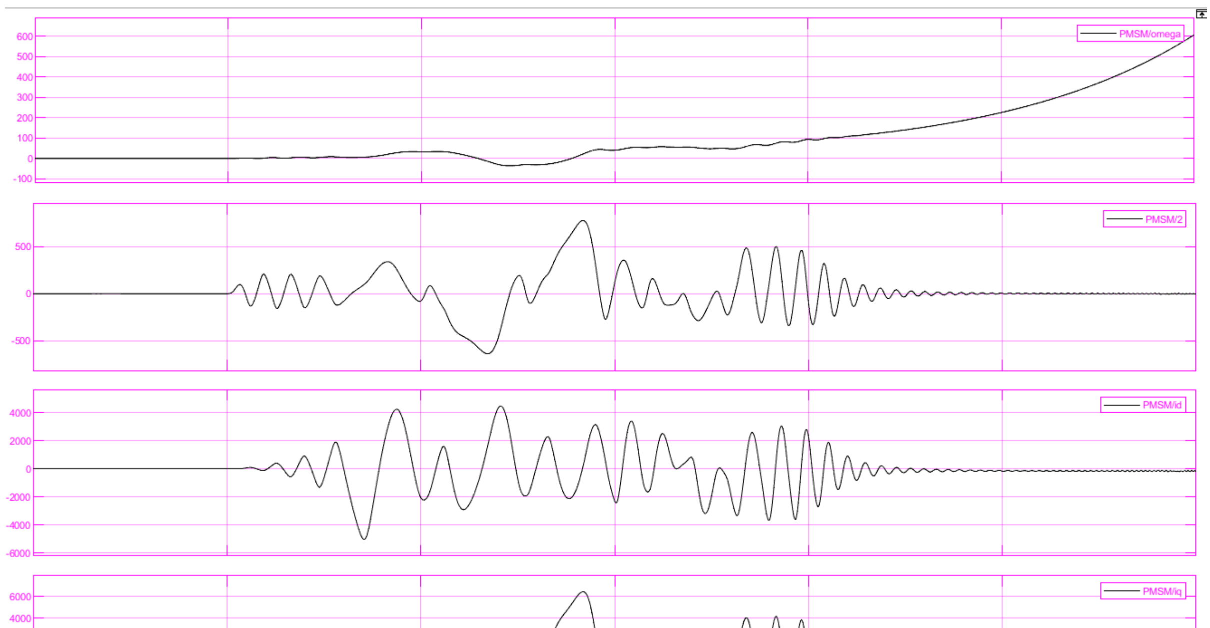

Рис 4. Результат симуляции.

На рисунке 4 показан первичный результат симуляции, где на графиках показаны угловая скорость ротора, момент вращения и токи по осям d и q вращающейся системы координат.

Данным методом составления уравнений электромеханической системы, можно составлять уравнения для любой системы, так как при нахождении уравнений используются принципы классической механики Лагранжа. Кроме того, алгоритм составления выглядит логично и наглядно, хотя и требует большого количества шагов. В дальнейшем полученную систему уравнений можно использовать как в составе более обширной системы, так и в качестве самостоятельной системы автоматического управления. В том числе можно привести к нормальной форме пространства состояний. Или к управляемой форме Луенбергера если производить линеаризацию, или к форме Бруновского, в случае работы с системой, как с нелинейным объектом.

Библиографический список

1. Уайт Д. Электромеханические преобразователи энергии [Текст]: учебник для втузов; изд. 3 перераб. и доп./ Д. Уайт, Г. Вудсон. – М.: Энергия, 1964. – 528 с.
2. Ещин Е.К. Моделирование несимметрии трёхфазного асинхронного электродвигателя в MATLAB Simulink [Текст] / Е.К. Ещин // Вестник Кузгту. – 2015. - №5. – С. 81-90.
3. Левитский Н. Теория механизмов и машин [Текст]: учебник для втузов; издание 1 /Н.И. Левитский. – М.: Наука, 1979. – 576 с.
4. Терехов В.М. Системы управления электроприводом [Текст]: учебник для втузов; /В.М. Терехов, О.И. Осипов. – М.: Издательский центр «Академия», 2005. – 304 с.
5. Ковач К. Переходные процессы в машинах переменного тока [Текст]: монография; изд.1/К. Ковач, И. Рац. – М. – Л.: Госэнергоиздат, 1963. – 774 с.
6. Амр Рефки Али Абд Эль Вхаб. Разработка алгоритмов управления с улучшенными динамическими характеристиками на базе синхронного двигателя с постоянными магнитами [Текст]:/ Амр Рефки Али Абд Эль Вхаб//Диссертация, 2012. – 142 с.
7. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т.2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы [Текст]: учебник для втузов; /Д.П. Ким. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 464 с.

8. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т.1. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы [Текст]: учебник для втузов; /Д.П. Ким. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 288 с.
9. Ключев В. И. Теория электропривода [Текст]: учебник для втузов; изд. 2 перераб. и доп./ Ключев В. И. – М.: Энергоатомиздат, 2001. – 704 с.

Сведения об авторах:

Котов Дмитрий Николаевич – аспирант кафедры «Электропривод и автоматизация», Кузбасский государственный университет, г. Кемерово, e-mail: kotovdn@kuzstu.ru dmitriy.k_n@yahoo.com

Григорьев Александр Васильевич – доцент кафедры «Электропривод и автоматизация», Кузбасский государственный университет, г. Кемерово, e-mail: gav.eav@kuzstu.ru