

УДК 622.831

РАСЧЁТ ПАРАМЕТРОВ ОПОРНОГО ДАВЛЕНИЯ МЕТОДАМИ МЕХАНИКИ РАЗРУШЕНИЯ

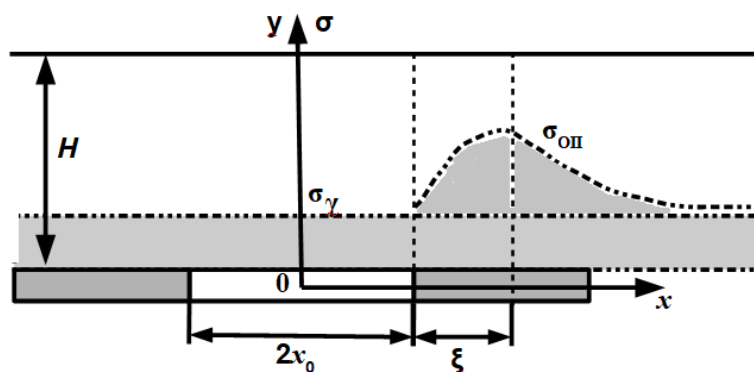
Сирота Д.Ю., к.т.н. доцент кафедры ФПиСГ КузГТУ
Веснин П.С., студент группы ФПс-191, V курс

Научный руководитель: Сирота Д. Ю., к.т.н., доцент.
Кузбасский государственный технический университет им Т.Ф. Горбачёва
г. Кемерово.

Аннотация. В заметке рассматривается метод определения параметров опорного давления в области горизонтальной выработки. В качестве указанных параметров выступают: расстояние до максимума опорного давления и сама величина этого давления. В качестве расчётного метода выступает методика механики разрушения, которая основана на вычислении специального коэффициента интенсивности напряжения возле вершины центральной симметричной трещины. Проводится сравнительный анализ результатов, полученных с помощью стандартной методики курса «Геомеханики» и предлагаемой методики.

Ключевые слова: опорное давление, горизонтальная выработка, механика разрушения, коэффициент интенсивности напряжений.

Введение. При проведении горной выработки сила тяжести пород над выработанным пространством, не получивших опоры-противодействия на почве выработки, перераспределяется на нетронутые части пласта. Это перераспределение формирует дополнительную внешнюю нагрузку $\sigma_{оп} = \sigma(x)$ (рисунок 1), которая называется опорным давлением. Требуется определить расстояние до точки максимума опорного давления – ξ , м, а также его величину $\sigma_{max} = \sigma(\xi)$.



– рисунок 1.

Схема горной выработки и распределения опорного давления

В случае одиночной горизонтальной выработки стандартная методика курса «Геомеханика» [1] для расчёта указанных величин предлагает схему, которая состоит из 4-х шагов.

Шаг 1: вычислить приведённую глубину разработки: $H_{\Pi} = \left(1 - \frac{0,5x_0}{l}\right)H$ м, где x_0 – полуширина выработки, м; l – длина выработки, м; H – глубина проведения выработки, м.

Шаг 2: вычислить безразмерный параметр $D = \frac{\sigma_{\Pi P}}{\gamma H_{\Pi}} \frac{x_0}{h}$, где $\sigma_{\Pi P}$ – предел прочности угля на сжатие, Па; γ – удельный вес вмещающих пород, Н/м³; h – высота выработки, м.

Шаг 3: вычислить безразмерный параметр сдвижения $g = \frac{x_0}{H_{\Pi} \operatorname{ctg} \varphi}$, где φ – угол области полного сдвижения пород над выработкой, м.

Шаг 4: вычислить расстояние до максимума опорного давления $\xi = \delta \cdot x_0$ м, где коэффициент δ определяется по специальной таблице из;

Шаг 5: вычислить величину максимума опорного давления $\sigma_{\max} = \gamma H D \delta - \frac{\pi}{2} \sigma_{\Pi P}$.

В целом, несмотря на простоту и доступность указанной методики, остаётся не ясным, откуда берутся приведённые формулы и числовые табличные значения. В данной заметке приводится попытка ответить на эти вопросы.

Методика механики разрушения. Рассмотрим методику применения положений механики разрушения к вычислению указанных величин [2]. Закономерность пространственного изменения внешней нагрузки, которая определяет внутренние напряжения, в общем случае не является линейным. Однако для практических задач левый участок кривой опорного давления до точки максимума (рисунок 1) можно аппроксимировать линейной функцией вида [3]

$$\sigma_{\text{оп}} = -\sigma_{\text{кв}} - \sigma_{\text{кв}} \frac{|x| - x_0}{h}, \quad (1)$$

где $\sigma_{\text{кв}}$ – предел прочности куба угля, Па; $2x_0, 2h$ – ширина и высота выработанного пространства, м; x – расстояние от центра выработки до точки измерения напряжения, м.

С учётом соотношения масштабов величин высоты выработки и глубины разработки $\Delta \sim h/H \sim 10^{-3}$ можно считать её симметричной щелью (трещиной), расположенной в некотором однородном пространстве. Из механики разрушения известно, что универсальной характеристикой распределения полей внутренних напряжений у вершины трещины является коэффициент ин-

тенсивности напряжений (КИН), который определяется по общей формуле [3, 4]:

$$K = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot a}} \int_{-a}^a \sigma(x) \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} dx, \quad (2)$$

где a – полудлина трещины, м; $\sigma(x)$ – закон изменения внешнего напряжения, нормального к оси трещины, Па.

Величина внутренних напряжений в окрестности трещины определяется по общим формулам $\sigma_{x,y} = \frac{K}{\sqrt{2\pi(r-a)}} \cdot \cos(\varphi) [1 \pm \sin(\varphi) \sin(3\varphi)]$, $\varphi = \psi / 2$,

где ψ – угол к оси трещины, под которым измеряется напряжение; $\sigma_{x,y}$ – компоненты тензора напряжений, Па; r – расстояние от центра трещины до точки измерения, м.

Максимальные значения этих напряжений достигаются на оси трещины при $\psi = 0$, где $\sigma_x = \sigma_y = \frac{K}{\sqrt{2\pi(x-x_0)}}$. В случае если область вблизи трещины

оказывается предельно напряжённой и в ней начинают проявляться пластические свойства материала, приведённая формула модифицируется к виду

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{K}{\sqrt{2\pi(x-x_0-\xi)}}, \text{ где } \xi \text{ – протяжённость области пластичности, м.}$$

Таким образом (рисунок 1) для расчёта КИН необходимо задать закон изменения внешней нагрузки в области выработки, который определяется по формуле [3]

$$\sigma(x) = \begin{cases} \gamma H, & |x| \leq x_0 \\ \sigma_{\text{оп}} + \gamma H, & x_0 < |x| \leq a \end{cases}. \quad (3)$$

Подставим (2) в (1) и проинтегрируем, сделав замену: $x = a \cdot \cos \varphi$. Тогда интеграл $K = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot a}} \int_{-a}^a \sigma(x) \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} dx = \sqrt{\frac{a}{\pi}} \cdot \int_0^\pi (1 + \cos \varphi) \sigma(a \cdot \cos \varphi) d\varphi$. Так как

функция в (2) является кусочно-непрерывной, то $K = \sqrt{\frac{a}{\pi}} \cdot [I_1 + I_2 + I_3]$, где

$$I_1 = \int_0^{\arccos(m)} (1 + \cos \varphi) \cdot (A - B \cos \varphi) d\varphi = \frac{1}{2} \left[(2A - B) \arccos(m) + (2A - Bm - 2B) \sqrt{1 - m^2} \right]$$

$$I_2 = \gamma H \int_{\arccos(m)}^{\pi - \arccos(m)} (1 + \cos \varphi) d\varphi = \gamma H [\pi - 2 \arccos(m)];$$

$$I_3 = \int_{\pi - \arccos(m)}^\pi (1 + \cos \varphi) \cdot (A + B \cos \varphi) d\varphi = \frac{1}{2} \left[(B + 2A) \arccos(m) + (Bm - 2B - 2A) \sqrt{1 - m^2} \right]$$

После суммирования и преобразований, получаем выражение вида

$$K_1(m) = \sqrt{\frac{x_0}{\pi \cdot m}} \cdot \left[\pi \gamma H + 2(A - \gamma H) \cdot \arccos(m) - 2B \sqrt{1 - m^2} \right], \quad (4)$$

где $A = -\sigma_{\text{КВ}} + \gamma H + \frac{\sigma_{\text{КВ}} \cdot x_0}{h}$, $B = \frac{\sigma_{\text{КВ}} \cdot a}{h} = \frac{\sigma_{\text{КВ}} \cdot x_0}{h \cdot m}$, $m = \frac{x_0}{a} = \frac{x_0}{x_0 + \xi}$ и $0 < m \leq 1$,

так как в общем случае $0 \leq \xi < \infty$.

Разделим выражение (4) на величину $2\gamma H$:

$$K_2(\xi) = \sqrt{\frac{x_0}{\pi \cdot m}} \cdot \left[\frac{\pi}{2} + (T + \Delta) \cdot \arccos(m) - \Delta \frac{\sqrt{1 - m^2}}{m} \right], \quad (5)$$

где $T = \frac{-\sigma_{\text{КВ}}}{\gamma H}$ и $\Delta = \frac{\sigma_{\text{КВ}} \cdot x_0}{h \cdot \gamma H}$, $m = \frac{x_0}{x_0 + \xi}$, $0 \leq \xi < \infty$.

Можно заметить сходство выражений Δ и D , что говорит о возможно одинаковых истоках методики курса «Геомеханика» [1] и приведённых расчётов.

Анализируя асимптотическое поведение функции (5), можно заметить, что при $\xi \in [0; \xi_0]$ – $K_2(\xi) > 0$, а при $\xi \in [\xi_0; +\infty]$ – $K_2(\xi) < 0$. Так как внешняя нагрузка действует только на сжатие, то такая смена поведения величины КИН невозможна.

Таким образом, необходимо найти величину ξ_0 , при которой КИН обращается в ноль, и напряжения в области предельных нагрузок становятся непрерывными:

$$K(\xi_0) = 0. \quad (6)$$

Решение указанного уравнения возможно только численными методами. Можно сделать предположение, что табличные значения в методике курса «Геомеханика» являются вспомогательным инструментом при решении этого уравнения.

Рассмотрим два примера применения указанной методики для одиночной горизонтальной выработки.

ПРИМЕР 1. Пусть дана выработка шириной $2x_0 = 100$ м, длиной $2l = 100$ м, проведённая на глубине $H = 600$ м по пологому угольному пласту мощностью $2h = 2$ м. Прочность куба угля в шахтных условиях $\sigma_{\text{КВ}} = 10$ МПа. Вмещающие породы с объёмным весом $\gamma = 0,024$ МН/м³. Найдём расстояние до точки максимума и максимальные напряжения.

РЕШЕНИЕ. Будем рассчитывать указанное напряжение в средней части выработки, так как там условия наиболее близки к теоретическим предположениям теории упругости. Решая уравнение (6) средствами EXCEL, получим $\xi \approx 5,86$ м. Величину максимального опорного давления найдём по формуле $\sigma_{\text{ОП}} = -\sigma_{\text{КВ}} - \sigma_{\text{КВ}} \frac{\xi}{h} \approx -69$ МПа.

В качестве сравнения приведём расчёт расстояния до максимума опорного давления от края выработки по методике курса геомеханики [1]. Как и

выше, примем $2x_0 = 100$ м, $2l = 100$ м, $H = 600$ м, $2h = 2$ м, $\sigma_{\text{пр}} = 31$ МПа, $\gamma = 0,024$ МН/м³. Согласно методике последовательно найдём: приведённую глубину разработки: $H_{\text{п}} = \left(1 - \frac{0,5x_0}{l}\right)H = 300$ м; безразмерный параметр

$$D = \frac{\sigma_{\text{пр}}}{\gamma H_{\text{п}}} \frac{x_0}{h} \approx 215,2778; \text{ параметр сдвижения } g = \frac{x_0}{H_{\text{п}} \text{ctg} 60^\circ} = 0,2887; \text{ по таб-}$$

лице из [1] определяем, что $\delta \approx 0,0288$ (отметим, что согласно [3], этот же коэффициент можно определить по формуле $\delta = 1,23 \cdot D^{-2/3} \approx 0,0342$, что вполне соответствует табличному значению); расстояние до максимума опорного давления $\xi = \delta \cdot x_0 \approx 1,71$ м, что значительно меньше значения, полученного выше. Величина максимума опорного давления $\sigma_{\text{max}} = \gamma H D \delta - \frac{\pi}{2} \sigma_{\text{пр}} = -4,055$ МПа.

Здесь можно заметить, что предлагаемая в [2] методика в целом совпадает с аналогичной из [1] с той лишь разницей, что коэффициенты последней рассчитываются по немного другим формулам. Приведём расчёт:

$$D = \frac{\sigma_{\text{кв}}}{\gamma H} \frac{x_0}{h} \approx 45,1389; \quad \delta = 1,23 \cdot D^{-2/3} \approx 0,0970; \quad \xi = \delta \cdot x_0 \approx 4,85 \text{ м.}$$

$$\text{Величина максимума опорного давления } \sigma_{\text{max}} = \gamma H_{\text{п}} D \delta - \frac{\pi}{2} \sigma_{\text{кв}} = -11 \text{ МПа.}$$

Рассмотрим в условиях плоской задачи две выработки, разделённые целиком. Пока размер целика $2L$ не станет меньше одной трети расстояния $2x_0$ между крайними точками выработок, последние практически не влияют друг на друга и могут считаться изолированными.

Расчёт расстояния до максимума опорного давления в противоположном направлении основан на вычислении двух значений КИН: для левой и правой вершин трещины:

$$K_R = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot a}} \int_{-a}^a \sigma(x) \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} dx, \quad K_L = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot a}} \int_{-a}^a \sigma(x) \sqrt{\frac{a-x}{a+x}} du. \quad (7)$$

Так как внешняя нагрузка симметричная относительно центра трещины, то величины КИН совпадут между собой и выражение в (4) останется прежним.

ПРИМЕР 2. Целик размером $2L = 15$ м охраняет подготовительную выработку шириной $2S_1 = 4$ м на глубине $H = 600$ м. Забой очистной выработки отошёл от целика на $2S_2 = 100$ м. Объёмный вес вмещающих пород $\gamma = 0,024$ МН/м³. Прочность куба угля в шахтных условиях $\sigma_{\text{кв}} = 10$ МПа.

РЕШЕНИЕ. Общая протяжённость $X_0 = 2x_0 = 15 + 4 + 100 = 119$ м, следовательно, условие отсутствия влияния $X_0 > 3 \cdot 2L$ выполняется.

Решая два раза уравнение (6), найдём два расстояния до максимума опорного давления. Для левой границы целика $\xi_L \approx 1,85$ м, а для правой

$\xi_R \approx 5,86$ м – так же как и в примере 1. Общий размер напряжённой области $\xi = 7,71$ м, а расстояние между максимума – 8,5 м. Величины максимума опорного давления левой границы: $\sigma_L = -\sigma_{KB} - \sigma_{KB} \frac{\xi}{h} \approx -30$ МПа; перепад давления составляет $\Delta\sigma = (\sigma_R - \sigma_L) / S \approx -5$ МПа/м.

Недостатком приведенной методики является необходимость взятия громоздкого интеграла, а также решения нелинейного уравнения. Возможным решением является использования принципа суперпозиции, при котором величина КИН раскладывается на сумму $K = K_{оп} + K_{гн}$ от опорного $K_{оп}$ и от геостатического $K_{гн}$ давлений по отдельности.

Тогда первый КИН определяется по формуле [5]:

$$K_{оп} = \sqrt{\frac{\xi}{\pi}} \int_0^{\xi} \frac{\sigma_{оп}(x)}{\sqrt{\xi^2 - x^2}} dx = \sqrt{\frac{\xi}{\pi}} \cdot \int_0^{\pi/2} \sigma_{оп}(\xi \cdot \cos \varphi) d\varphi = -\sigma_{KB} \sqrt{\frac{\xi}{\pi}} \cdot \left[\frac{\pi}{2} + \frac{\xi}{h} \right], \quad (8)$$

а второй в рамках рассматриваемой схемы нагружения по формуле

$$K_{гн} = -\gamma H \sqrt{x_0 + \xi}. \quad (9)$$

Преимущество второго подхода заключается в том, что можно отдельно рассматривать различные схемы нагружения выработок, определяя тем самым конкретный вид величины $K_{гн}$ [2]. Там же, предлагается ещё большее упрощение уравнения, основанное на предположении, что величина ξ/x_0 будет малой и параметром ξ в выражении $K_{гн}$ можно будет пренебречь. В целом, такой подход оправдан для широких выработок (пример 1), а вот для малых (пример 2) такое пренебрежение будет существенно влиять на ответ.

ПРИМЕР 3. Решить пример 1 с помощью формул (8,9).

РЕШЕНИЕ. Уравнение (6) с учётом (8,9) средствами EXCEL, получим $\xi \approx 5,87$ м при этом величина КИН, обусловленная каждым из давлений равна $K_{оп} = K_{гн} \approx -102$ МПа·м^{0,5}.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ренёв А. А. Практикум по геомеханике / А. А. Ренев, К. А. Филимонов и др. // – Кемерово, КузГТУ, – 2012 г. – 95 с.
2. Егоров П. В. Геомеханика / П.В. Егоров, Г.Г. Штумпф и др. // – Кемерово, КузГТУ, 2015 г., – 309 с.
3. Линьков А. М. Теория защитных пластов / А. М. Линьков и др. // – М. Недра, 1976 г. – 276 с.
4. Сирота Д. Ю. Механика разрушения горных пород / Д. Ю. Сирота, Кемерово, КузГТУ, 2022, – 207 с.
5. Работнов Ю. Н. Введение в механику разрушения / Ю. Н. Работнов, – М. Наука. – 1987 г. – 80 с.