УДК 51

МЕХАНИЧЕСКАЯ ПРОВОДИМОСТЬ НАСЛЕДСТВЕННО – ДЕФОРМИРУЕМОЙ СИСТЕМЫ

Гафуров И., студент гр. 109-21, II курс
Научные руководители: Абдукаримов А., к.ф.-м.н., доцент,
Халдыбаева И.Т., и.о. доцент
Ташкентский государственный технический университет
имени И.А. Каримова,
г. Ташкент

Основной динамической характеристикой любой линейной колебательной системы является ее реакция на единичную гармоническую функцию $e^{i\omega t}$, ибо хорошо известно, что очень большая группа внешних воздействий может быть представлена в виде наложения гармонических колебаний. В общем случае указанная реакция системы может быть записана в форме

$$y(t) = H(i\omega)e^{i\omega t}, \tag{1}$$

где $H(i\omega)$ есть функция только от ω, называется комплексной передаточной функцией или механической проводимостью системы.

Передаточная функция является весьма важной частотной характеристикой конструкции любого летательного аппарата [1,2]. Она связана с импульсной переходной функцией, описываемой интегро-дифференциальным уравнением (ИДУ)

$$\ddot{h}(t) + 2\varepsilon\dot{h}(t) + p^2(1-R^*)h(t) = 0; \tag{2}$$

$$h(0) = 0, \quad \dot{h}(0) = 1, \tag{3}$$

и известным преобразованием Фурье

$$H(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-i\omega t}dt.$$

В частности, задача установившихся вынужденных колебаний наследственной деформируемой системы с одной степенью свободы, описываемую ИДУ в виде

$$\ddot{y}(t) + 2\varepsilon\dot{y}(t) + p^2(y(t) - \int_{-\infty}^{t} R(t-\tau)d\tau) = F_0e^{i\omega t}, \tag{4}$$

и искомая реакция будет как (1). Явные выражения механической проводимости системы будет

$$H(i\omega) = \frac{F_0}{Z(i\omega)}, \tag{5}$$

здесь

$$Z(i\omega) = (i\omega)^2 + i(2\varepsilon\omega - p^2(R_s)) + p^2(1-R_c), \tag{6}$$

где

$$R_s = \int_0^\infty R(\tau) sm\omega\tau d\tau, \;\; R_c = \int_0^\infty R(\tau)\cos\omega\tau d\tau \,.$$

Подставляя (5), (6) в (1), будем иметь

$$y(t) = \frac{F_0\, e^{i\omega t}}{p^2(1-R_c)} \left[\frac{1}{1 + i\dfrac{2\varepsilon\omega \cdot p^2(R_s)}{p^2(1-R_c)} + \dfrac{(i\omega)^2}{p^2(1-R_c)}} \right]. \tag{7}$$

В упругом случае , т. е. без учета внешнего $\varepsilon = 0$ и внутреннего трения $R_s = R_c = 0$ из (7), имеем [1]

$$y(t) = \frac{F_0\, e^{i\omega t}}{p^2} \left[\frac{1}{1 + \dfrac{(i\,\omega)^2}{p^2}} \right] \tag{8}$$

Первый множитель в выражениях (7) и (8) определяет реакцию системы соответственно на квазистатическое и статическое действие рассматриваемого возмущения, а второй множитель, называемый коэффициентом усиления или коэффициентом динамичности, показывает, во сколько раз динамическая реакция системы в данном случае внешнего воздействия больше квазистатической или статической. Как видно из (8), величина этого коэффициента усиления зависит от соотношения частот ω и *p*. У упругой системы при ω, приближающейся к *p*, значение коэффициента усиления будет беспредельно увеличиваться. При наличии в системе внутреннего и внешнего рассеивания энергии, этот коэффициент усиления η будет принимать ограниченные значения в зоне резонанса при $\omega = p$.

Действительно, как нетрудно установить из (6), в этом случае

$$\eta = \frac{1}{\left[\left(1 - \dfrac{\omega^2}{p^2(1-R_c)}\right)^2 + \left(\dfrac{2\varepsilon\omega - p^2 R_s}{p^2(1-R_c)}\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \tag{9}$$

Величина ε и R_s определяет сдвиг фаз φ между возмущенным воздействием и обобщенным перемещением

$$\varphi = arctg\,\frac{2\varepsilon\omega - p^2 R_s}{p^2(1-R_c) - \omega^2} \tag{10}$$

Зависимость η от ω определяет амплитудную частотную характеристику системы, а зависимость φ от ω определяет фазовую частотную характеристику системы.

Как известно [3,4,5,6], количественно внутреннее трение характеризуется величиной так называемого коэффициента поглощения

$\psi = 2\pi\gamma$, $(\gamma = \dfrac{2\varepsilon}{p}$, p – частоты собственных колебаний идеально-упругих систем) равного отношению поглощенной за один цикл энергии ΔU к полной потенциальной энергии, соответствующей рассматриваемой амплитуды колебаний деформации. Экспериментально оценка внутреннего трения, чаше всего, производится путем исследования затухающих колебаний конструкции. При этом пользуются понятием логарифмического декремента затухания δ, равного логарифму отношения амплитуды колебаний рассматриваемого цикла к амплитуде колебания предыдущего цикла. Связь ψ с δ определяется выражением $\psi = 2\delta$. Следовательно $2\varepsilon = \dfrac{\delta}{\pi} p$

Таким образом, коэффициент динамичности определяется выражением

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \dfrac{\omega^2}{p^2(1-R_c)}\right)^2 + \left(\dfrac{\dfrac{\delta}{\pi} p\omega - p^2 R_s}{p^2(1-R_c)}\right)^2}}$$

При резонансе, когда ω = p, он будет равен

$$\max\eta = \frac{1-R_c}{\sqrt{R_c^2 + \left(\dfrac{\delta}{\pi} - R_s\right)^2}}$$

если не учитывать наследственно-деформируемого свойства материала конструкции, то $R_c = R_s = 0$ и $\max\eta = \pi/\delta$, что полностью совпадает с результатами других авторов [1,6].

Таким образом, механическая проводимость является функцией частоты приложенной силы. Реакция механической наследственно-деформируемой системы не совпадает по фазе с приложенной силой. Для того чтобы установить правильное соотношение между реакцией и вынуждающей силой, механическая проводимость должна учитывать отношение амплитуд и запаздывание реакции по фазе относительно возбуждающей силы.

Список литературы:

1. Гудков А. И., Лешаков П. С. Внешние нагрузки и прочность летательных аппаратов. М.// Машиностроения. 1968. 470 с.
2. Гладкий В. Ф. Динамика конструкции летательного аппарата. М.: Наука. 1969. 495 с.
3. Сорокин Е. С. К теории внутреннего трения при колебаниях упругих системах. М.: Гостехиздат. 1960. 131 с.
4. Абдукаримов А., Бадалов Ф.Б. Реакция наследственно-деформируемых систем на случайные воздействия. Изд-во «Фан», Ташкент.2011г.

5. Абдукаримов А., Ходжибергенов Д., Садыков Ж. Динамическая реакция системы на внешние воздействия. Труды международной научно-практической конференции, посвященной 70-летию Южно-Казахстанского государственного университета им. М. Ауэзова. Шымкент-2013.стр.47-50.

6. Кочнева Л. Ф. Внутреннее трение в твердых телах при колебаниях. М.: Наука. 1979. 96 с.