

УДК 514.182.2

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ ПРИ РЕШЕНИИ ПОЗИЦИОННЫХ ЗАДАЧ НА ЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ НА ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБРАЗОВ

Терентьев Д.Д., аспирант гр. ГПа-211, II курс
Михеева Ю.О., студентка гр. ТЭБ-211, II курс
Шумкина Т.Ф., к.х.н., доцент
Кузбасский государственный технический университет
имени Т.Ф. Горбачева
г. Кемерово

В начертательной геометрии решение метрических и позиционных задач осуществляется различными методами – как классическими, хорошо известными при изучении дисциплины в вузе [1], так и малоизвестными, но значительно упрощающими поиск результата. Так, в методе наимыгоднейшего проецирования, предложенным советским профессором Л.С. Скриповым, при решении задач осуществляется дополнительное ортогональное проецирование на дополнительную плоскость, занимающую удобное положение относительно самого геометрического образа и на которой будет искомым результат [2]. В методе изменения плоскостей проекций, по П.А. Масленникову, направление проецирования на дополнительную плоскость также остаётся ортогональным и в результате дальнейших преобразований осуществляется вращение дополнительной плоскости с имеющимся на ней решением вокруг осей проекций [3].

Метод дополнительного проецирования коренным образом отличается от предыдущих методов тем, что при проецировании объектов на дополнительную плоскость направление проецирования может быть как центральным, так и косоугольным и зависит только от исходного условия и чтобы на дополнительной плоскости получить вырожденную проекцию одного из геометрических образов. Кроме того, в методе дополнительного проецирования в качестве дополнительной плоскости можно использовать различные плоскости. Главное, чтобы они не совпадали с направлением проецирования. Обычно в качестве дополнительных плоскостей выбирают основные плоскости проекций, плоскости частного положения и даже биссекторную плоскость.

Рассмотрим решение позиционных задач на пересечение прямой и плоскости с поверхностью, пересечение двух поверхностей методом дополнительного проецирования косоугольным и центральным проецированием.

При пересечении плоскости общего положения с поверхностью, если плоскость задана не следами, решение задачи значительно упрощается, если использовать метод дополнительного косоугольного проецирования. Для

преобразования секущей плоскости в проецирующую, за направление проецирования следует принять направление ее линии уровня.

На рис. 1, в качестве плоскости дополнительных проекций взята плоскость уровня (α), параллельная фронтальной плоскости проекций, а за направление проецирования – горизонталь секущей плоскости β , заданной двумя параллельными прямыми m и n .

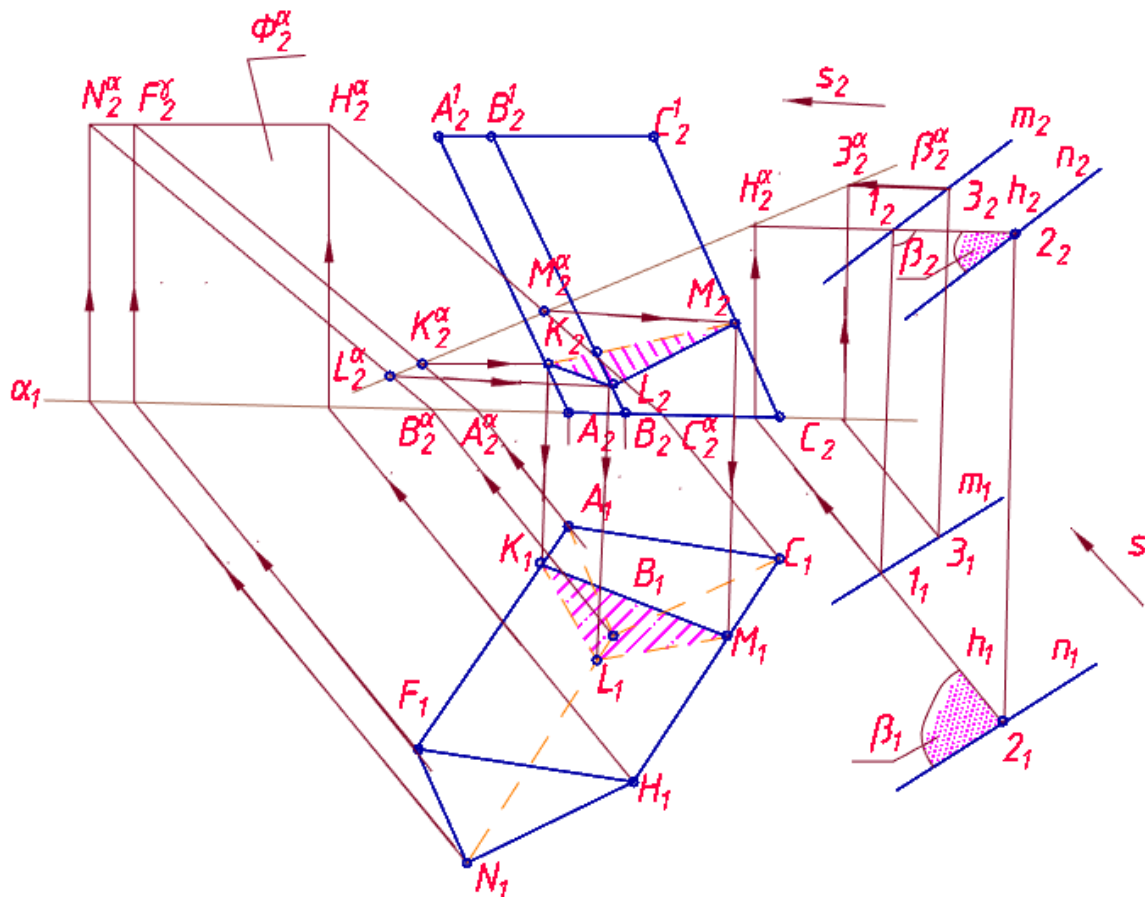


Рис. 1. Решение задачи на построение фигуры сечения многогранника плоскостью на дополнительную плоскость уровня

При построении дополнительных проекций секущая плоскость β проецируется на дополнительную плоскость в прямую β_2^α , а проекцией призмы на ней будет фигура Φ_2^α . На пересечении следа секущей плоскости с проекциями ребер призмы, на дополнительной плоскости проекций α , получают точки K_2^α , L_2^α и M_2^α , которые и составляют вершины фигуры сечения призмы.

Если решение данной задачи производить способом ребер, то, после построения следов секущей плоскости, потребовалось бы три раза решить задачу на пересечение прямой с плоскостью (или больше, если бы в основании многогранника был многоугольник с большим количеством вершин). Применение метода перемены плоскостей проекций также не совсем удобно, вследствие большого количества построений со строгим соблюдением перпендикулярности линий связи к осям проекций.

Решение задачи на пересечение поверхности плоскостью методом дополнительного проецирования можно осуществлять и на биссекторную плоскость (рис. 2). Согласно основному свойству биссекторной плоскости фронтальная и горизонтальная проекции элементов, принадлежащих ей, при переводе на плоскость ортогонального чертежа, совпадают. Поэтому, проведя линии связи из вершин пирамиды на основных плоскостях проекций, до их взаимного пересечения, получаем дополнительную проекцию пирамиды на биссекторную плоскость γ . Чтобы секущая плоскость α , заданная треугольником KLM , на дополнительной плоскости проекций стала проецирующей (линия α''), за направление проецирования принимаем направление одной из сторон плоской фигуры (сторона KM).

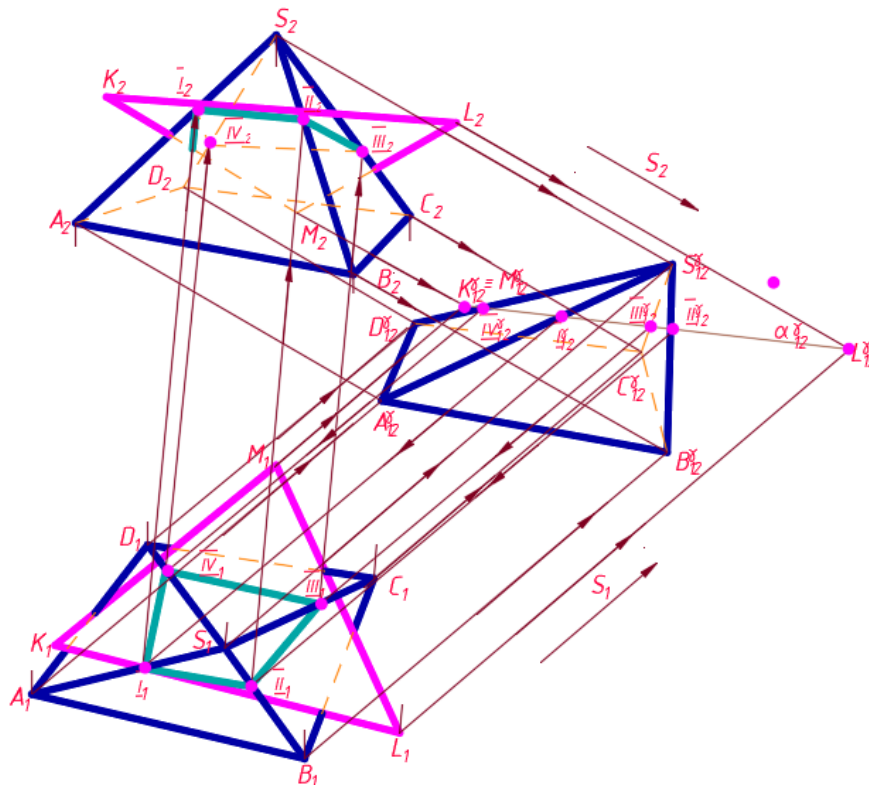


Рис. 2. Решение задачи на построение фигуры сечения многогранника плоскостью на биссекторную плоскость

Для нахождения фигуры сечения плоскости α с поверхностью пирамиды достаточно на биссекторной плоскости определить точки пересечения следа секущей плоскости (α'') с косоугольной проекцией ребер многогранника.

Задача на пересечение прямой с поверхностью, особенно когда поверхность общего вида является криволинейной, также быстро и точно может быть решена методом дополнительного косоугольного или центрального проецирования.

На рис. 3 показано решение задачи по нахождению точек пересечения прямой q с поверхностью конуса общего вида центральным проецированием. За плоскость дополнительных проекций взята плоскость основания конуса.

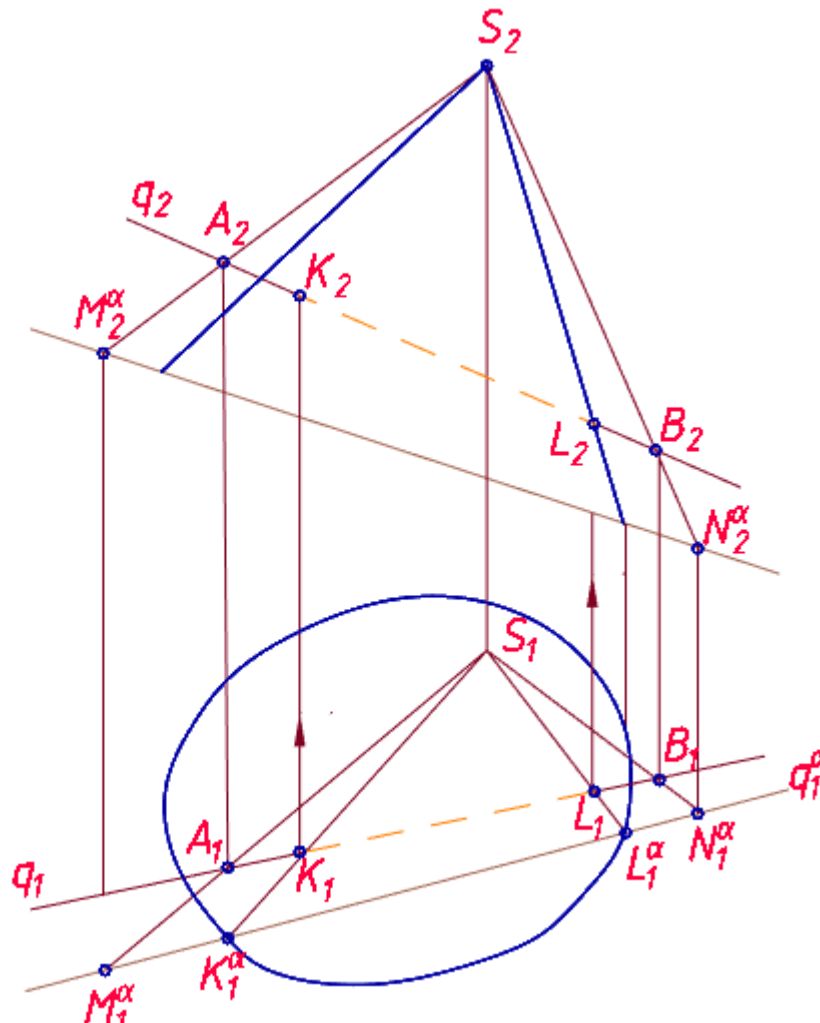


Рис. 3. Решение задачи на построение точек пересечения прямой с поверхностью конуса центральным проецированием на плоскость основания конуса

Так как центр проецирования совпадает с вершиной конуса, то боковая поверхность конуса является проецирующей и на вспомогательной плоскости конус проецируется на свое основание. И для нахождения точек пересечения прямой с конусом достаточно найти след секущей плоскости α (по точкам A и B), в которой лежит прямая q на дополнительной плоскости проекций (прямая q^α). След плоскости α определяется построением следов прямых SA и SB . Так как плоскость α , в которой лежит прямая q , проходит через вершину конуса, то пересечение плоскости α с поверхностью будет осуществляться по образующим и точки пересечения (K и L) прямой q с поверхностью находятся на дополнительной плоскости проекций как точки пересечения проекции фигуры сечения конуса (треугольник $S_1K_1^\alpha L_1^\alpha$) с прямой q_1^α .

Если требуется решить задачу по нахождению линии пересечения двух поверхностей, то преимущество метода дополнительного проецирования перед классическими методами становится еще очевиднее. Например, построив дополнительные проекции заданных многогранников на горизонтальную плоскость проекций Π_1 (рис. 4) и приняв за направление проецирования ребра одной из призм (призма $ABCDEF$), боковая поверхность призмы $ABCDEF$ вырождается в свое основание. При этом верхнее основание второй призмы $KLMNPO$ изменит свое положение. Так как ее основание (треугольник NPO) лежит в горизонтальной плоскости проекций, то после дополнительного проецирования на Π_1 – совпадет со своей горизонтальной проекцией. Соединив дополнительные проекции вершин многогранника $KLMNPO$ (отрезки $K_1^1N_1^1$, $L_1^1P_1^1$ и $M_1^1O_1^1$) получают дополнительную проекцию призмы $KLMNPO$. Искомая ломаная линия пересечения двух призм проходит через точки пересечения дополнительных проекций ребер призмы $KLMNPO$ с гранями призмы $ABCDEF$, занимающими при дополнительном проецировании честное положение.

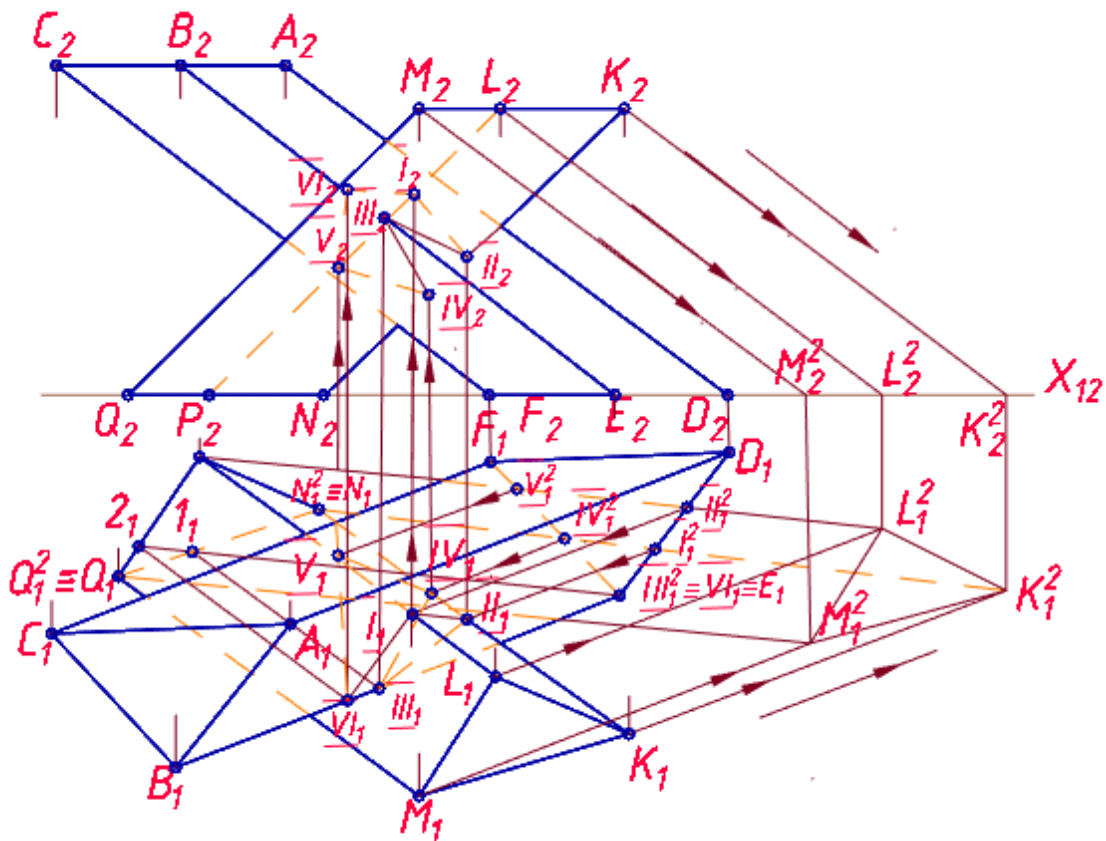


Рис. 4. Решение задачи на построение линии пересечения двух многогранников косоугольным проецированием на горизонтальную плоскость проекций

Таким образом, метод дополнительного проецирования позволяет достаточно просто решать множество позиционных задач, преобразуя прямые, плоскости и поверхности в проецирующее положение относительно любой выбранной вспомогательной плоскости.

Выбор положения вспомогательной плоскости, также как и вида проецирования, во многом зависит от условия и содержания конкретной задачи.

Метод дополнительного проецирования открывает большие возможности решения широкого круга задач начертательной геометрии, давая точное и компактное решение.

Список литературы:

1. Гордон, Владимир Осипович. Курс начертательной геометрии: учебное пособие для студентов вузов / В. О. Гордон, М. А. Семенцов-Огиевский; под ред. В. О. Гордона. 28-е изд., стер. Москва: Высшая школа, 2008. 272 с.
2. Мышкин, Н.Н. Решение метрических и позиционных задач начертательной геометрии проецированием на дополнительную плоскость / Н.Н. Мышкин, Д.Д. Терентьев, Т.Ф. Шумкина // Сборник материалов XIV Всероссийской научно-практической конференции с международным участием «Россия молодая», 19-22 апр. 2022 г., г. Кемерово, 2022. – С. 94610.1-94610.6.
3. Мышкин, Н.Н. Метод изменения плоскостей проекций в решении метрических и позиционных задач начертательной геометрии / Н.Н. Мышкин, Д.Д. Терентьев, Т.Ф. Шумкина // Сборник материалов XIV Всероссийской научно-практической конференции с международным участием «Россия молодая», 19-22 апр. 2022 г., г. Кемерово, 2022. – С. 94609.1-94609.6.
4. Колотов С. М. Вспомогательное проектирование. — Киев: Гос. изд-во лит-ры по строит. и архитектуре УССР, 1956. — 159 с