

УДК 514.182.2

## **РЕШЕНИЕ ПЕРВОЙ И ВТОРОЙ ОСНОВНЫХ ПОЗИЦИОННЫХ ЗАДАЧ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ МЕТОДОМ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ПРОЕКЦИРОВАНИЯ**

Михеева Ю.О., студентка гр. ТЭб-211, II курс

Терентьев Д.Д., аспирант гр. ГПа-211, II курс

Шумкина Т.Ф., к.х.н., доцент

Кузбасский государственный технический университет имени Т.Ф. Горбачева  
г. Кемерово

Начертательная геометрия как наука объединяет все возможные проекционно-изобразительные методы и способы преобразования комплексного чертежа. В силу своих особенностей некоторые способы преобразования получили меньшее распространение на практике.

Построение инженерно-технических чертежей основано на методе ортогональных проекций и при решении задач используются ортогональные методы преобразования (метод замены плоскостей проекций и метод параллельного перемещения). Так, в архитектурно-строительных чертежах, для создания целостного образа изображаемых объектов, используется метод перспективных изображений. В чертежах горно-графической документации, при вычерчивании карт, планов рудников, горных выработок и т.п., используется метод проекций с числовыми отметками. А такой, как наиболее общий метод построения изображений – центральное и косоугольное проектирование, не получил широкого применения. Хотя его использование во многом сокращает количество построений и дает более быстрое решение. Например, при решении задачи на пересечение поверхности с плоскостью общего положения, чтобы перевести секущую плоскость из общего положения в частное, необходимо использование одного из способов преобразования комплексного чертежа [1]. Все эти преобразования сопровождаются большим количеством графических построений, которые особенно увеличиваются в случае присутствия в условии задачи поверхностей общего вида.

Существенного упрощения хода решения позиционных задач можно достигнуть применением методов центрального или косоугольного проектирования, приняв за направление проектирования направление самого геометрического образа. В случае присутствия в условии задачи многогранников или линейчатых поверхностей (призматические, цилиндрические) за направление косоугольного проектирования можно принять направление ребер (или образующих) поверхности. Если в качестве поверхностей присутствуют коническая или пирамидальная поверхность, то в ряде случаев удобнее использовать центральные проекции.

В отличие от обычных способов преобразования комплексного чертежа, при которых изображения получают методом ортогонального проецирования и располагаются на самих ортогональных проекциях, при дополнительном проецировании, используя центральное или косоугольное проецирование, в качестве дополнительной плоскости проекций можно использовать любую плоскость [2].

На комплексном чертеже, в качестве плоскости дополнительных проекций обычно используется не плоскость общего положения, а ортогонально-проецирующая, горизонтальная или фронтальная плоскость проекций или им параллельные. Также можно использовать и биссекторную плоскость 2-го и 4-го углов. Все это значительно расширяет возможности метода дополнительного проецирования при нахождении наиболее рационального варианта решения конкретной задачи.

Решая задачи методом дополнительного проецирования, учитывается только так называемая «внутренняя координация» объектов относительно друг друга и совершенно не важно, как они располагаются относительно основных плоскостей проекций и на каком расстоянии.

Кроме того, при параллельном проецировании объекта на любые плоскости уровня, получаются равные проекции. Поэтому решение задач методом дополнительного проецирования исключает всякую необходимость жесткого закрепления объектов относительно плоскостей проекций и на комплексном чертеже оси проекций не наносятся (так называемый безосный чертеж) (рис. 1).

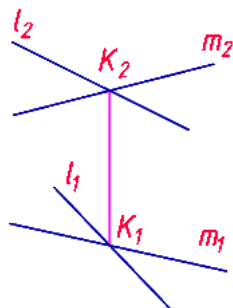


Рис. 1. Изображение плоскости общего положения на безосном чертеже

В этой связи, изображения геометрических образов можно выполнять только на одну из плоскостей проекций поворотом объекта на угол 90 градусов относительно нее (рис. 2).

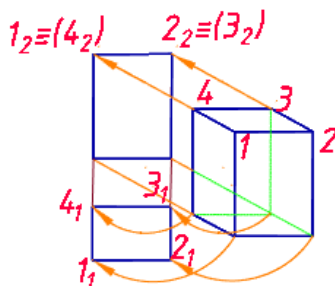


Рис. 2. Дополнительное проецирование объекта на одну плоскость проекций

При решении задач методом дополнительного проецирования, где требуется выполнить действия на преобразование геометрических образов в проецирующее положение, достаточно за направление проецирования принять направление самого геометрического образа. Прямая при этом проецируется в точку, плоскость – в прямую, а поверхность – в плоскую фигуру. В качестве плоскости для дополнительных проекций можно использовать одну из плоскостей проекций, проецирующую плоскость или плоскость уровня.

Выбор типа плоскости дополнительных проекций и ее местоположение зависит от условий конкретной задачи и решается в пользу той плоскости, при которой получаются наиболее компактное решение и удобные геометрические построения.

Плоскость дополнительных проекций может располагаться под различным углом к направлению проецирования. Критерием выбора выступает тот факт, чтобы проекции геометрических объектов, проецируемых на дополнительную плоскость, получались бы больше их ортогональных проекций. Это делается с целью уменьшения погрешности построений.

На рис. 3 показано преобразование прямой общего положения в проецирующую на одну из основных плоскостей проекций (рис. 3, а), проецирующую (рис. 3, б) и плоскость уровня (рис. 3, в).

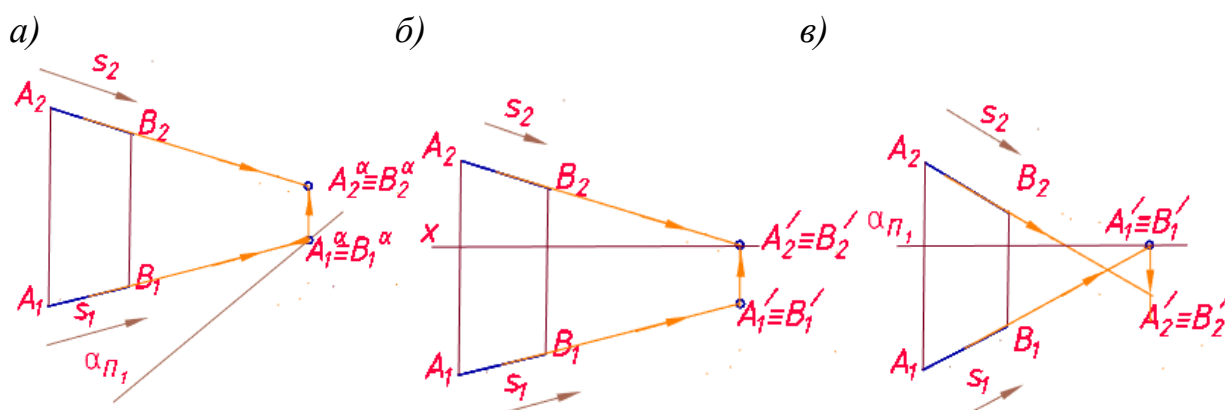


Рис. 3. Дополнительное проецирование прямой косоугольным проецированием на:

- а) горизонтально-проецирующую плоскость, б) горизонтальную плоскость проекций, в) горизонтальную плоскость уровня

Задачи, связанные с необходимостью преобразования плоскости общего положения в проецирующую, решаются также очень быстро, если за направление проецирования принять направление какой-либо линии плоскости, например линии уровня.

Теперь подробно рассмотрим решение первой и второй позиционных задач начертательной геометрии методом дополнительного проецирования. При решении задачи на пересечение прямой с плоскостью (первая позиционная задача) в качестве плоскости дополнительных проекций взята горизон-

тально-проецирующая плоскость (рис. 4, а) и горизонтальную плоскость уровня (рис. 4, б).

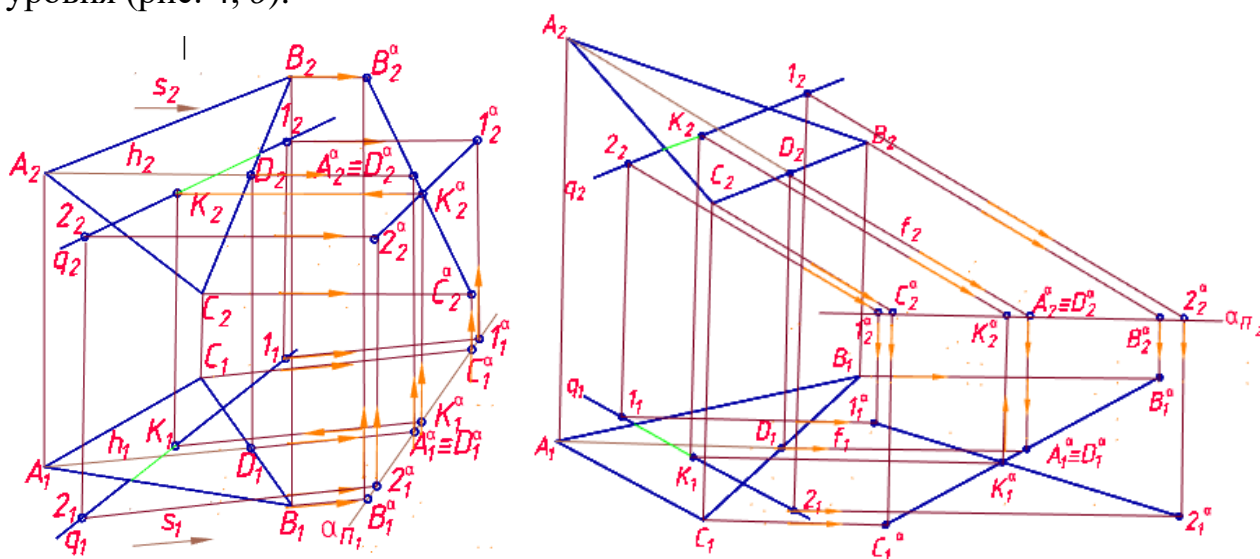


Рис. 4. Решение первой позиционной задачи начертательной геометрии методом дополнительного проецирования на:  
 а) горизонтально-проецирующую плоскость, б) горизонтальную плоскость уровня

Для преобразования плоскости общего положения в проецирующую, необходимо за направление проецирования принять направление какой-либо линии уровня плоскости, горизонтали или фронтали. На рис. 4 направление проецирования совпадает с направлением горизонтали  $AD$  в плоскости треугольника и поэтому на плоскости дополнительных проекций плоскость треугольника вырождается в прямую линию. Нахождение точки пересечения прямой  $q$  с плоскостью треугольника  $ABC$  получается на дополнительной плоскости проекций и затем обратным проецированием определяется на основных плоскостях проекций.

Как видно из рис. 4, применение метода дополнительного проецирования, по сравнению с методом замены плоскостей проекций, значительно упрощает и сокращает количество геометрических построений.

Также быстро и просто решается вторая основная задача начертательной геометрии на пересечение двух плоскостей (рис. 5), где за направление проецирования принята уже одна из сторон одной плоской фигуры – отрезок  $AC$  в треугольнике  $ABC$ . В этом случае одна из плоскостей проецируется в прямую на дополнительную плоскость  $\alpha$  и линия пересечения ( $NP$ ) находится как линия, лежащая на следе плоскости треугольника  $ABC$ .

Единственным минусом этого метода является то, что не все стороны плоских фигур подходят для направления проецирования – в некоторых случаях решение может получиться вне пределов листа. Например, если за направление проецирования принять сторону  $AB$  или  $KM$ , то чертеж уже не будет таким компактным.

Поэтому перед решением задач подобного типа требуется предварительный анализ исходного условия и тщательный подбор направления проецирования и положения плоскости для дополнительных проекций.

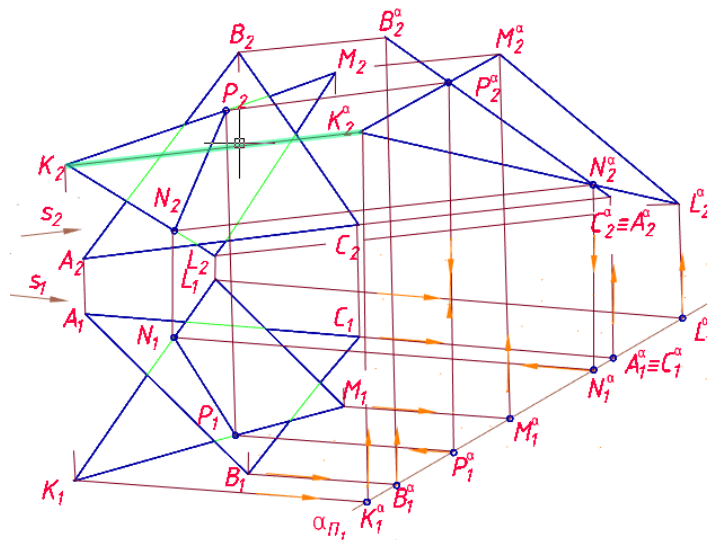


Рис. 5. Решение второй позиционной задачи начертательной геометрии методом дополнительного проецирования на горизонтально-проецирующую плоскость

Как говорилось ранее, в качестве плоскости дополнительных проекций также можно использовать и биссекторную плоскость 2-го и 4-го ортогональных углов, используя основное свойство биссекторной плоскости: фронтальная и горизонтальная проекции элементов, принадлежащих ей, совпадают при переводе на плоскость ортогонального чертежа. Справедливо и обратное утверждение – если совпадают различные проекции элементов чертежа, следовательно, они принадлежат биссекторной плоскости 2-го и 4-го углов.

На рис. 6 показано решение первой основной позиционной задачи начертательной геометрии на биссекторную плоскость, используя аппарат центральных проекций.

За центр проецирования принимается одна из вершин треугольника  $SKP$ . Продолжив одноименные горизонтальные и фронтальные проекции сторон треугольника до их пересечения, получаем точки  $M_1^{\gamma} \equiv M_2^{\gamma}$  (сокращенно –  $M_{12}^{\gamma}$ ) и  $N_1^{\gamma} \equiv N_2^{\gamma}$  ( $N_{12}^{\gamma}$ ), определяющую линию  $\gamma$ , являющейся ортогональной проекцией дополнительной проекции плоскости треугольника на биссекторную плоскость. При этом плоскость треугольника  $SKP$  занимает проецирующее положение относительно биссекторной плоскости.

Используя классический алгоритм решения задачи на пересечение прямой с плоскостью, заключение прямой  $q$  во вспомогательную плоскость, проходящую через вершину треугольника  $SKP$  и построив дополнительную проекцию прямой  $q$  по точкам 1 и 2 на биссекторную плоскость. Затем находят точку пересечения прямой с плоскостью (точка  $A_1^{\gamma} \equiv A_2^{\gamma}$ ) как точку пересечения линии двух плоскостей – заданной и вспомогательной.

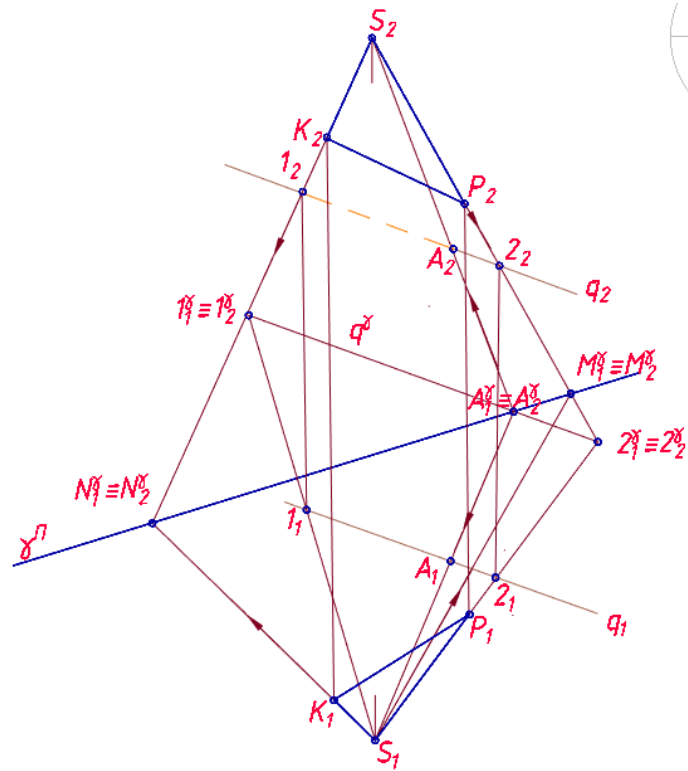


Рис. 6. Решение первой позиционной задачи начертательной геометрии методом дополнительного проецирования на бисекторную плоскость

Решение второй основной позиционной задачи начертательной геометрии косоугольным проецированием на бисекторную плоскость показано на рис. 7. Здесь за направление проецирования принимают сторону одного из треугольников (сторона  $AB$ ). В этом случае треугольник  $ABC$  проецируется в виде прямой, одновременно являющейся и дополнительной проекцией искомой линии пересечения двух плоскостей. На основных плоскостях проекций линия пересечения находится обратным проецированием.

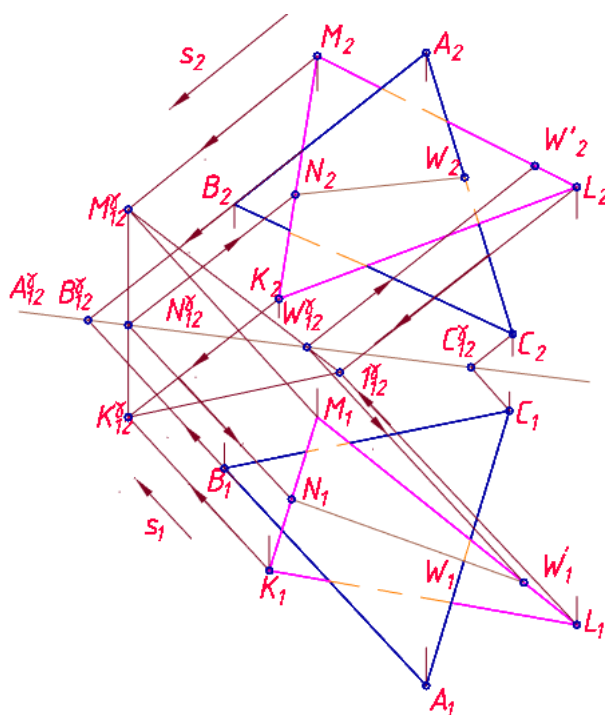


Рис. 7. Решение второй позиционной задачи начертательной геометрии методом дополнительного проецирования на биссекторную плоскость

Таким образом, исходя из вышеизложенного, можно утверждать, что метод дополнительного проецирования, основанный на центральном и косоугольном проецировании, позволяет достаточно просто переводить прямые и плоскости в проецирующее положение относительно плоскости дополнительного проецирования, что значительно упрощает решение множества позиционных задач.

Правильный выбор вида и положения плоскости для дополнительного проецирования существенно сокращает время и количество геометрических построений, без потери точности решения.

#### Список литературы:

1. Гордон, Владимир Осипович. Курс начертательной геометрии: учебное пособие для студентов вузов / В. О. Гордон, М. А. Семенцов-Огиевский; под ред. В. О. Гордона. 28-е изд., стер. Москва: Высшая школа, 2008. 272 с.
2. Колотов С. М. Вспомогательное проектирование. — Киев: Гос. изд-во лит-ры по строит. и архитектуре УССР, 1956. — 159 с