

УДК 519.86

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОБОБЩЕННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ РЕГИОНА

Кочеткова А.А., магистрант гр. ПМИМ-211, II курс
Научный руководитель: Мешечкин В.В., к.ф.-м.н., доцент
Кемеровский государственный университет
г. Кемерово

В современном мире мы довольно часто сталкиваемся с такими терминами как «бедность», «безработица», «безграмотность», «социально-экономическое неравенство». Все эти факторы входят в характеристику социально-экономического развития страны. Ученые многие годы ведут поиск тех самых показателей, которые наиболее точно могли бы отражать состояние общества (см., например, [1]). Поскольку мы каждый день встречаемся с проблемами современного общества, изучение данной темы будет как никогда актуально.

Исходя из вышесказанного, цель данной работы была определена как моделирование социально-экономического развития региона на основе использования системы обобщенных показателей.

В статье будет рассмотрен один из подходов к построению математической модели региона на основе теории оптимального управления с применением статистических данных конкретного региона.

Для описания состояния региона были взяты показатели социального (численность населения, численность врачей, численность обучающихся и пр.), экономического (среднедушевые доходы населения, индекс потребительских цен, ВРП на душу населения и пр.) и экологического (выбросы загрязняющих веществ в атмосферу, сброс загрязненных сточных вод в водоемы и пр.) развития области.

Показатели каждого блока были объединены в три обобщенных (интегральных) показателя для оценивания отдельно состояния экономической, экологической и социальной сфер. Значения этих обобщенных показателей в год t обозначим $z_i(t)$, $i = 1, 2, 3$.

Управление состоянием региона в модели осуществляется через перераспределение инвестиций в основной капитал по основным видам экономической деятельности (обрабатывающие производства, добыча полезных ископаемых, транспорт и связь и пр.). Величигу инвестиций в вид деятельности j будем обозначать $x_j(t)$, $j = 1, \dots, n$.

Для описания связи между указанными величинами будем использовать зависимости вида

$$z_i(t) = a_{i0} + a_{i1}x_1(t) + \dots + a_{in}x_n(t) + b_iz_i(t-1), \quad i = 1, 2, 3.$$

Начальные условия для $z_i(t)$ определяются фактическими значениями соответствующих показателей в году, выбранном за начало отсчета:

$$z_i(0) = z_i^0, i = 1, 2, 3.$$

Суммарное значение всех инвестиций по видам экономической деятельности должно соответствовать заданному суммарному объему инвестиций в регионе I_t , оптимальное распределение которого в каждый момент t и составляет суть задачи:

$$\sum_{j=1}^n x_j(t) = I_t.$$

Дополнительно на инвестиции в различные виды экономической деятельности накладываются ограничения снизу по объему выделяемых денежных средств, обеспечивающие всестороннее развитие региона:

$$x_j(t) \geq x_j^{\min}, \quad j = 1, \dots, n.$$

В качестве критерия оптимальности берется требование максимизации итоговых значений обобщенных показателей социально-экономического развития на конец планового периода T :

$$Q_i(z(T)) = z_i(T) \rightarrow \max, \quad i = 1, 2, 3.$$

Объединяя все условия, приведенные выше, получаем следующую математическую модель:

$$z_i(t) = a_{i0} + a_{i1}x_1(t) + \dots + a_{in}x_n(t) + b_i z_i(t-1), \quad i = 1, 2, 3, \quad t = 1, \dots, T, \quad (1)$$

$$z_i(0) = z_i^0, \quad i = 1, 2, 3, \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_j(t) = I_t, \quad t = 1, \dots, T, \quad (3)$$

$$x_j(t) \geq x_j^{\min}, \quad j = 1, \dots, n, \quad t = 1, \dots, T, \quad (4)$$

$$Q_i(z(T)) = z_i(T) \rightarrow \max, \quad i = 1, 2, 3. \quad (5)$$

Модель (1) – (5) представляет собой задачу оптимального управления с дискретным временем и терминальным критерием качества [2]. Соотношения (1) являются уравнениями динамики, условие (2) задает начальное фазовое состояние системы, (3) и (4) – ограничения на управляющие переменные, (5) – целевые функционалы задачи.

Полученная задача является многокритериальной, ее решение требует применения специальных методов векторной оптимизации [3]. В данной работе за основу был взят метод линейной свертки с предварительным нормированием обобщенных показателей и приведением их к безразмерному виду по формуле

$$\bar{z}_i(t) = \frac{z_i(t) - z_i^{\min}}{z_i^{\max} - z_i^{\min}}, \quad i = 1, 2, 3.$$

В результате свертки формируется единый критерий качества

$$Q(z(T)) = \sum_{i=1}^3 \alpha_i \frac{z_i(T) - z_i^{\min}}{z_i^{\max} - z_i^{\min}} \rightarrow \max \quad (6)$$

где $\alpha_i > 0$, $i = 1, 2, 3$.

Как следствие, вместо многокритериальной задачи (1) – (5) получается однокритериальная задача оптимального управления (1) – (4), (6)

Условия существования оптимального решения для дискретных задач оптимального управления сформулированы в следующей теореме.

Теорема 1 [4]. Если множество управляющих переменных задачи ограничено и замкнуто, а все функции, которые участвуют в формулировке условия, непрерывны, то оптимальное управление существует.

В задаче (1) – (4), (6) условия данной теоремы выполняются: все функции в соотношениях задачи непрерывны, а множество допустимых управлений в каждый момент времени компактно (исходит из постановки задачи). Следовательно, в задаче (1) – (4), (6) существует оптимальное управление.

Тогда оптимальное (в смысле свертки критериев) управление существует и в многокритериальной задаче (1) – (5), более того, оно будет удовлетворять условию оптимальности Парето. Отысканию этого управления будет посвящено дальнейшее исследование модели.

Список литературы:

1. Чистов, С.Ю. Формирование системы показателей социально-экономического развития регионов РФ / С.Ю. Чистов // Вестник ТГУ. – 2011. – №6. – С. 32-36.
2. Данилов, Н.Н. Основы математической теории оптимальных процессов / Н.Н. Данилов, В.В. Мешечкин. – Кемерово: Кузбассвузиздат, 2004.
3. Машунин, Ю.К. Векторная оптимизация. Т. 1. Векторная оптимизация: Теория / Ю.К. Машунин. – М.: РУСАЙНС, 2021.
4. Пропой, А.И. Элементы теории оптимальных дискретных процессов / А.И. Пропой. – М.: Наука, 1973.