УДК 621.9.02.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ИЗДЕЛИЙ С ОДНОВРЕМЕННОЙ ОПТИМИЗАЦИЕЙ ФОРМЫ И МАТЕРИАЛА ПО КРИТЕРИЮ ПРОЧНОСТИ

Петрушин[1] С. И., д.т.н., профессор, Аверкин[1] А.А., аспирант,
Янюшкин [2] А.Р., магистрант
1-Кузбасский государственный технический университет, г. Кемерово
2-Чувашский государственный университет, г. Чебоксары

При проектировании деталей машин из однородного материала обычно определяется форма и размеры изделия исходя из его назначения и условий нагружения. При этом устанавливаются наиболее опасные с точки зрения разрушения места детали, для которых производятся расчеты на прочность. Эти расчеты осуществляются либо методами сопротивления материалов [1,2], либо численным способом, например, методом конечных элементов (МКЭ) [3,4]. После сравнения внутренних напряжений в опасном сечении с пределом прочности материала детали изменяются размеры этого сечения и задача считается решенной. При этом в других сечениях детали появляется значительный запас прочности, который приводит к излишнему расходу дорогого и дефицитного материала.

Для перехода к оптимальному проектированию формы деталей машин введем критерий равнопрочности, под которым понимаются такие условия нагружения изделия сосредоточенными силами или контактными напряжениями, когда внутри него в каждой материальной точке получается одинаковое напряженное состояние. Поясним это понятие на примере простого растяжения тела, напряжения σ в котором описываются известным законом Гука:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon , \tag{1}$$

где E – модуль упругости материала;

ε - относительное удлинение.

Необходимо обеспечить условие равнопрочности σ = const. Если имеем E=const и учитывая, что $\sigma = P/F$, где P – действующая на рассматриваемый объем материала сила, а F – площадь поперечного сечения детали, то для обеспечения равнопрочности необходимо соблюсти соотношение:

$$P = \mathrm{const} \cdot F , \tag{2}$$

то есть для отыскания оптимальной формы нагруженного изотропного упругого тела необходимо соблюдать прямую пропорциональность между действующими на него нагрузками и площадью несущего сечения.

Предположим, что мы имеем гладкий вал на двух опорах, нагруженный в середине изгибающей силой, вызывающей разрушение. Применяя МКЭ [5], получим распределение внутренних напряжений, которое, как прави

ло, не соответствует условию равнопрочности. Постепенно увеличивая площадь сечений вала в средней части и проводя расчеты, следует добиваться все более равномерного распределения внутренних напряжений до выполнения условия прочности $\sigma \prec \sigma_T$, где σ_T - предел прочности материала детали. В результате получим, что исходный гладкий вал должен иметь бочкообразную форму. На концах вала могут появиться конструктивные ограничения в виде, например, шеек под подшипники. Здесь материал будет ненагруженным и поэтому он должен быть удален, то есть эти шейки должны быть полыми. Таким образом, увеличивая размеры детали в нагруженных местах и удаляя материал в ненагруженных областях, получаем оптимальную с точки зрения равнопрочности конструкцию изделия.

Равнопрочность деталей машин можно получить не только изменением формы и размеров, но варьированием внутренней структуры материала детали. Если допустить $E \neq \text{const}$, то из (1) получим следующее условие равнопрочности:

$$E = \frac{\text{const}}{\varepsilon}. \tag{3}$$

Формула (3) показывает, как оптимизировать внутреннюю структуру анизотропного упруго нагруженного тела заданной формы: необходимо, чтобы распределение модуля упругости в нем было обратно пропорционально распределению упругих деформаций. Рассмотрим это положение на примере расчета напряженно-деформированного состояния режущего клина инструмента под действием сосредоточенных составляющих силы резания. На рис. 1 показано распределение радиальных напряжений в лезвии режущего инструмента, рассчитанного по специальной методике [6]. Здесь под углом θ_0 располагается нулевая линия, вдоль которой радиальные напряжения $\sigma_r = 0$.

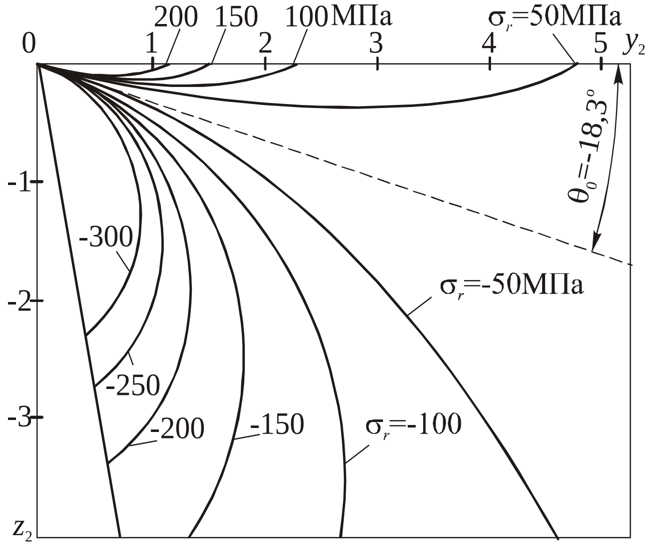

Рис. 1. Поле линий равных радиальных напряжений в лезвии:

$$P_z = 1000 \text{ Н}; \; P_{xy}^{\eta} = 500 \text{ Н}; \; \gamma_д = 0°; \; \alpha_д = 10°$$

Выше этой линии находится зона растяжения, а ниже – зона сжатия. Линии равных радиальных напряжений представляют собой кривые третьего порядка с точкой возврата в вершине лезвия.

Для получения условия равнопрочности проведем инверсию закона Гука для клиновидных тел, приняв $E \neq const$ в соответствии с (3). Тогда получим распределение модуля упругости в равнопрочном режущем клине, показанное на рис.2 [7].

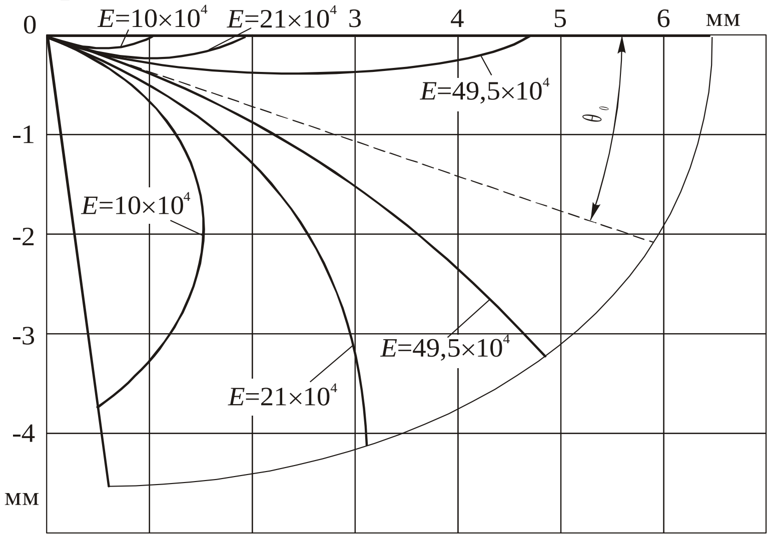

Рис.2. Линии равных модулей упругости в анизотропном режущем клине:
$\gamma = 0$; $\alpha = 8°$; $E_1 = 21 \cdot 10^4$ МПа; $E_2 = 49{,}5 \cdot 10^4$ МПа; $P_y = 500$ Н/мм;
$P_z = 1000$ Н/мм.

На рис.2 показан пример идеальной картины внутренней структуры материала режущего лезвия, нагруженного сосредоточенными составляющими силы резания P_y и P_z. В результате получился градиентный композиционный инструментальный материал, в котором кривая твердого сплава ($E_2 = 49{,}5x10^4$ МПа) располагается ближе к нулевой линии, чем кривая быстрорежущей стали ($E_1 = 21x10^4$ МПа). Вдоль нулевой линии, где $\varepsilon = 0$, модуль упругости E принимает нереально высокие значения согласно (3). На периферии режущего клина, наоборот, значения E уменьшаются. Поэтому для реализации этого композиционного проекта необходимо применять имеющиеся инструментальные материалы, а именно центр лезвия выполнять из твердого сплава, а края – из быстрорежущей стали. Такой проект будет уже квази-оптимальным с точки зрения равнопрочности, но он может быть реализован на практике. При этом надо учитывать возможность появления трещин на линии раздела инструментальных материалов, возникающих при нагреве в процессе изготовления [7].

Представленный на рис.2 проект композиционного режущего клина может быть дополнен оптимизацией формы лезвия. Так если с передней поверхности убрать материал выше линии $E = 10x10^4$ МПа, то получим форму передней поверхности (лунку), в каждой точке которой действуют одинаковые радиальные напряжения. Отсюда возникает возможность совместной оптимизации формы и структуры упругого тела. В этом случае для простого растяжения будет переменной как площадь несущего сечения, так и модуль упругости материала детали ($F \neq$const и $E \neq$const). Из (1) и (2) получим соответствующее этому условию равенство:

$$\frac{P}{F} = E \cdot \varepsilon. \tag{4}$$

Анализируя это условие равнопрочности, можно прийти к выводу, что несущая площадь тела должны быть обратно пропорциональна модулю упругости материала, из которого оно изготовлено. Однако следует иметь ввиду, что деформация ε зависит как от E, так и от F, поэтому условие (4) можно обеспечить только методом последовательных приближений к идеальному решению. Получив первое приближение по оптимальной форме детали, необходимо перейти к оптимизации структуры материала и так далее до тех пор, пока не получим минимальный расход материала и минимальный объем изделия.

Таким образом, при решении проблемы оптимального проектирования деталей машин по критерию равнопрочности следует рассматривать три вида задач:

1. Определение формы изделия, выполненного из однородного материала;
2. Определение композиционной структуры изделия заданной формы;
3. Совместная оптимизация формы и внутренней структуры детали.

Для решения второй и третьей разновидности задач необходимо создать соответствующее программное обеспечение. Так метод конечных элементов должен быть дополнен методикой расчета внутренних напряжений при переменном модуле упругости.

Применение предложенной методологии оптимального проектирования деталей машин позволит значительно автоматизировать труд конструкторов и тем самым сократить сроки проведения технической подготовки для выпуска новых изделий.

Литература

1. П. А. Павлов, Л. К. Паршин, Б. Е. Мельников, В. А. Шерстнев. Сопротивление материалов. – Санкт-Петербург: Лань, 2019. – 556 с.
2. Л. Ю. Кузьмин, В. Н. Сергиенко, В. К. Ломунов. Сопротивление материалов – Санкт-Петербург: Лань, 2016. – 228 с.
3. Деклу Ж. Метод конечных элементов. – М.: Мир,1976. –186с.
4. Галлагер Р., Ричард Г. Метод конечных элементов. Основы: Пер. с англ. – М.: Мир, 1986. –168с.
5. Петрушин С. И. Основы формообразования резанием лезвийными инструментами. – Томск: Изд-во НТЛ, 2004. – 204 с.
6. Петрушин С. И., Сапрыкин А. А., Дуреев В. В., Проектирование и производство изделий из инструментальных композиционных материалов. – Томск: Изд-во ТПУ, 2013. – 256 с.