УДК 621.38

# АНАЛИЗ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ФИЛЬТРОВ БАТТЕРВОРТА РАЗЛИЧНЫХ ПОРЯДКОВ

Кусков А.С., магистрант гр. ЭАм-211, I курс
Липина Г. А., старший преподаватель
Научный руководитель: Казунина Г.А., д.т.н., профессор
Кузбасский государственный технический университет
имени Т.Ф. Горбачева
г. Кемерово

Для обеспечения работы различных систем и передачи информации между ними широко применяется фильтрация сигналов. Фильтрация сигналов позволяет создать каналы передачи информации на определенных частотах, что является основной задачей электронных устройств – фильтров. У каждого фильтра имеется свой диапазон частот. Вид фильтра находится в прямой зависимости от его диапазона пропускания частот. Бывают фильтры: низкочастотные, высокочастотные и полосовые.

В данной статье рассматривается сравнение амплитудно-частотных характеристик пассивных фильтров низких частот различных порядков.

Основная характеристика фильтра низких частот (ФНЧ) – это амплитудно-частотная характеристика (АЧХ). Эта характеристика представлена на рисунке 1 и рисунке 2, где ω - частота, $\omega_c$ - частота среза [1].

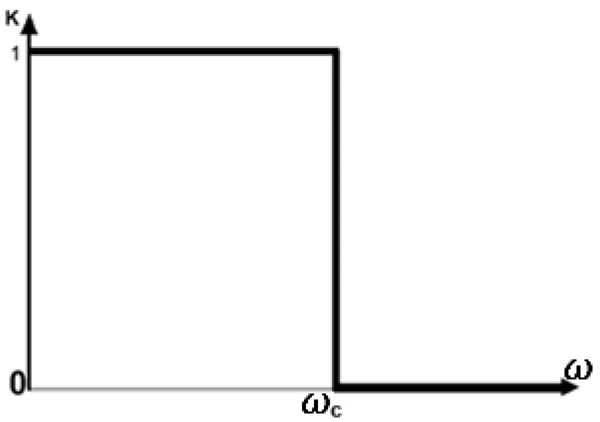


Рис. 1. Идеальная частотная характеристика (АЧХ)

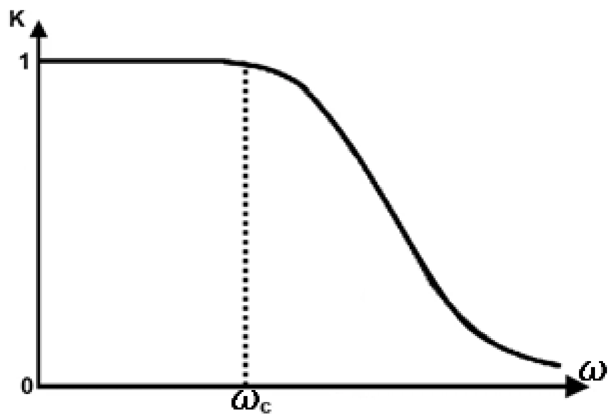


Рис.2. Реальная частотная характеристика (АЧХ)

Частота среза – это частота, соответствующая единичному усилению на участке, где амплитудно-частная характеристика приближается к нулю. На данном участке в зависимости от увеличения или уменьшения порядка фильтра происходит увеличение или уменьшение крутизны характеристики. Главной особенностью ФНЧ является то, что фильтр сохраняет свою форму для высших порядков.

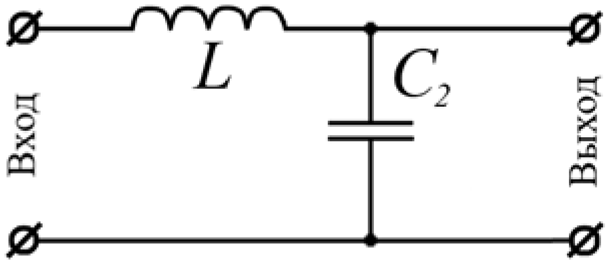


Рис. 3. Структура фильтра нижних частот 2-го порядка

Передаточная функция схемы, изображенная на рисунке 3 находится как отношение выходного напряжения к входному:

$$\mathrm{K(p)} = \frac{\mathrm{U_{ВХ}}}{\mathrm{U_{ВЫХ}}}, \tag{1}$$

где $\mathrm{p} = \sigma + \mathrm{i}\omega$ - комплексная переменная;

$$U_{ВЫХ} = \frac{1}{pC}; \tag{2}$$

$$U_{ВХ} = pL + \frac{1}{pC} = \frac{1 + p^2LC}{pC}; \tag{3}$$

$$K(p) = \frac{U_{ВХ}}{U_{ВЫХ}} = \frac{1}{pC} \cdot \frac{pC}{1 + p^2LC} = \frac{1}{1 + p^2LC}; \tag{4}$$

Тогда амплитудно-частотная характеристика имеет вид:

$$K(p) = \sqrt{K(j\omega) \cdot K(-j\omega)} = \sqrt{\frac{1}{1 + (j\omega)^2LC} \cdot \frac{1}{1 + (-j\omega)^2LC}} = \tag{5}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{1 + \omega^2LC - \omega^2LC + \omega^4L^2C^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^4L^2C^2}}; \tag{6}$$

при $LC = \frac{1}{\omega_c^2}$

$$К(p) = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^4 \cdot \left(\frac{1}{\omega_c^2}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega^2}{\omega_c^2}\right)^{2n}}}, \tag{7}$$

Для фильтра Баттерворта АЧХ имеет вид [2]:

$$К(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_c})^{2n}}}, \tag{8}$$

где $\frac{\omega}{\omega_c}$ – нормированная частота, $n$ – порядок фильтра, $\omega_c$ – частота среза.

На основании формулы 8 можно сделать вывод о величине коэффициента передачи мощности. Так, если частота сигнала равна нулю $\omega = 0$, то коэффициент будет иметь максимальное значение, равное единице, а минимальное значение он будет иметь при $\omega = \omega_c$. Независимо от порядка фильтра коэффициент будет иметь значение равное $1\sqrt{2} \approx 0{,}707$.

Как видно из анализа производной функции $K(\omega)$:

$$K^{'}(\omega) = -\frac{\frac{2n}{\omega_c} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n-1}}{2\sqrt[2]{\left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}\right)^3}} \tag{9}$$

скорость убывания (крутизна спада) усиливается с ростом порядка фильтра $n$.

Крутизна участка амплитудно-частотной характеристики фильтра Баттерворта, демонстрирующая её спад показывает, что в зависимости от порядка фильтра подавление будет составлять 6дБ/октаву. Например, для фильтра, имеющего второй порядок $n = 2$ передаточная функция имеет вид:

$$K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_c})^4}}, \tag{10}$$

Второй порядок фильтра низких частот, рассмотренный выше обеспечивает для АЧХ устройства более гладкую характеристику. Второй порядок является малым порядком, и за счет этого обеспечивается максимальное сохранение сигнала без его размытия.

Рассмотрим следующий порядок – четвертый. Для фильтра, имеющего это число порядка характерен следующий вид передаточной функции:

$$K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_c})^8}}, \quad (11)$$

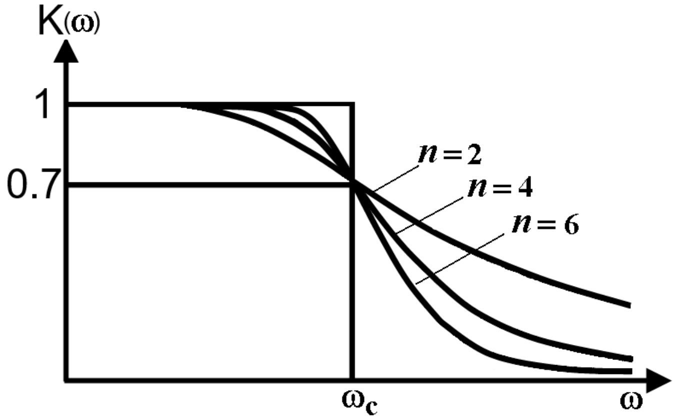


Рис.4. АЧХ фильтра 2, 4, 6-го порядка

Также для него характерна в два раза большая скорость убывания АЧХ на участке подавления, которая составляет 24дБ/октаву. По аналогии с фильтром второго порядка в фильтре четвертого порядка используются четыре реактивных элемента.

Для шестого порядка фильтра нижних частот передаточная функция имеет вид:

$$K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_c})^{12}}}. \quad (12)$$

Фильтр шестого порядка является фильтром высокого порядка, так как для него характерна большая скорость убывания передаточной функции, составляющая 36 дБ/октаву.

На рисунке 4 изображена зависимость спада характеристики АЧХ для различных порядков. По аналогии с фильтром четвертого порядка количество реактивных элементов пропорционально порядку фильтра и равно числу шесть.

Благодаря увеличению количества реактивных элементов и увеличению порядка фильтра удается добиться более прямоугольной характеристики на участке подавления. Но это приводит к увеличению стоимости и числа комплектующих, что является основным негативным фактором.

**Список литературы**:

1. Лукас, В.А. Теория автоматического управления [учебник для вузов]/ В.А. Лукас// М.: Недра, 1990. –416 с.

2. Сафронова, Ю.Ф.Активные фильтры на основе операционного усилителя [учебно-методическое пособие]/ Ю.Ф. Сафронова., М.А. Павлейно//СПб.: Изд-во СПбГУ–2019. – 29 с.

3. Коберниченко, В.Г. Расчет и проектирование цифровых фильтров / В.Г. Коберниченко// Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2013. – 64 с.