

УДК 622

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ОБСЛУЖИВАНИЯ ПОКУПАТЕЛЕЙ МАГАЗИНА МЕТОДОМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Веригина И.Ю. студент гр. ИСт-191, III курс

Апухтин Р.В. студент гр. ИСт-191, III курс

Кузнецов А.А. студент гр. ИСт-191, III курс

Научный руководитель: Кузнецов И.С.,
преподаватель кафедры ИиАПС (СПО)Кузбасский государственный технический университет имени
Т.Ф. Горбачева г. Кемерово

Математическое моделирование представляет собой эффективный метод исследования процессов реальности с помощью математической модели для прогнозирования поведения объекта.

Теория массового обслуживания в экономической сфере является основой, потому что каждая деятельность связана с обслуживанием.

Одной из перспективных отраслей экономической сферы является торговля. Объем продаж магазина во многом зависит от длины очереди и времени обслуживания одного клиента на кассе. Перебор допустимых значений затрудняет работу магазина. В связи с этим возникает необходимость расчета этих значений для оптимизации работы и повышения эффективности торговли отдельно взятого магазина.

Система массового обслуживания (СМО) - система, которая производит обслуживание поступающих в неё требований.

С системами массового обслуживания (СМО) мы встречаемся ежедневно, не замечая этого. Во многих областях нашей жизни мы сталкиваемся с неизбежностью нахождения в состоянии ожидания (очереди). Например, в магазине.

Цель моделирования – сокращение времени пребывания покупателя в очереди до некоторого заданного значения.

Объект моделирования – очередь покупателей в магазине, которая поддается экспоненциальному закону распределения.

Экспоненциальное распределение — абсолютно непрерывное распределение, моделирующее время между двумя последовательными свершениями одного и того же события.

Из классификации СМО можно понять, что существует большое множество их видов. Для компактной записи используют обозначения, предложенные Д.Кендаллом, и модифицированные - Г.П.Башариным [3]:

$$A/B/m/N$$

(1)

где: A - функция распределения времени поступления требований на обслуживание;

B - функция распределения времени обслуживания требований; m - число обслуживающих приборов в системе (число каналов);

N - число мест в очереди.

Ориентируясь на эту запись, функции распределения имеют свои обозначения:

Для функций распределения:

G - общее обозначение в классификации;

M - показательное распределение;

D - детерминированное распределение;

g - геометрическое распределение;

Γ - гамма - распределение;

E_n - распределение Эрланга n - го порядка;

H_r - гиперэкспоненциальное распределение порядка r ;

D_m - многомерное, регулярное распределение.

В нашем случае $M/M/m$ - показательный закон распределения времени поступления и обслуживания с m одинаковыми параллельно работающими приборами и очередью

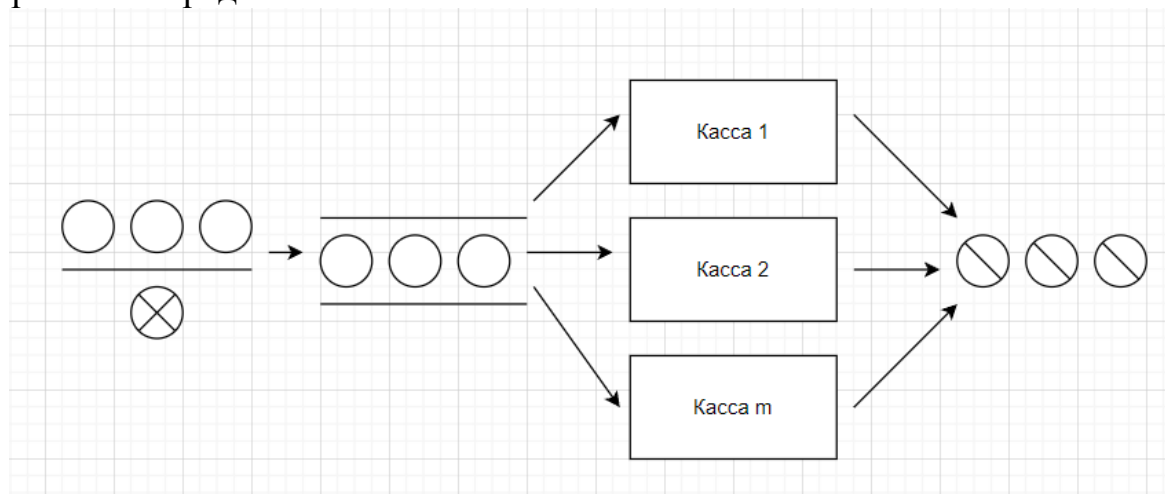


Рис. 1. Структурная схема $M/M/m$

Предположим для нашей модели, что интенсивность, с которой покупатели подходят к кассе $\lambda=27$ человек в час, что равно 0,45 человек/мин., а среднее время обслуживания $x_{cp}=2$ минуты, при $1 \leq m \leq 7$, тогда

$$\mu = \frac{1}{x_{cp}} = \frac{1}{2} = 0,5 \quad (2)$$

Где:

μ - мат ожидание числа требований, обслуженных прибором за единицу времени при условии, что он занят непрерывно (интенсивность обслуживания);

x_{cp} - среднее время обслуживания требований.

$$U = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{0,45}{0,5} = 0,9 \quad (3)$$

Где:

U - коэффициент загрузки прибора ($U < 1$), при $m=1$;

λ - мат ожидание числа требований, поступающий в систему обслуживания за единицу времени (интенсивность поступления заявок);

$$p_0 = (1 - U) = (1 - 0,9) = 0,1 \quad (4)$$

Где:

p_0 – вероятность того, что система обслуживания свободна.

$$M(q) = \frac{U}{1-U} = \frac{0,9}{0,1} = 9 \quad (5)$$

Где:

$M(q)$ – математическое ожидание числа требований в системе обслуживания.

q – число требований в системе (в очереди и приборе);

$$M(v) = \frac{U^2}{1-U} = \frac{(0,9)^2}{0,1} = 8,1 \quad (6)$$

Где:

$M(v)$ – математическое ожидание числа требований в очереди.

v – число требований в очереди;

$$M(t_q) = \frac{M(q)}{\lambda} = \frac{9}{0,45} = 20 \quad (7)$$

Где:

$M(t_q)$ – математическое ожидание времени пребывания требования в системе.

$$U = \frac{\lambda}{\mu * m} = 0,128571 \quad (8)$$

Где:

U - коэффициент загрузки прибора ($U < 1$), при $m=7$;

$$p_0 = \frac{1}{\sum_{q=0}^{m-1} (U^q m^q) / q! + (m^m U^m) / [m!(1-U)]} = 0,406461 \quad (9)$$

$$M(q) = \frac{U^{m+1} m^m}{m!(1-U)^2} p_0 + U m = 0,900007 \quad (10)$$

$$M(v) = \frac{U^{m+1} m^m}{m!(1-U)^2} p_0 = 6,53E - 06 \quad (11)$$

$$M(t_q) = \frac{M(q)}{\lambda} = 2,000015 \quad (12)$$

Результатов расчетов представлены в таблице 1.

Таблица 1

Сравнительная таблица

параметр	m=1	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7
U	0,9	0,45	0,3	0,225	0,18	0,15	0,128571
p_0	0,1	0,296496	0,353893	0,389469	0,402602	0,405849	0,406461
$M(q)$	9	1,078633	0,926325	0,903989	0,90053	0,900062	0,900007
$M(v)$	8,1	0,1786327	0,0263253	0,0039885	0,0005303	6,219E-05	6,531E-06
$M(t_q)$	20	2,396962	2,058501	2,008863	2,001179	2,000138	2,000015

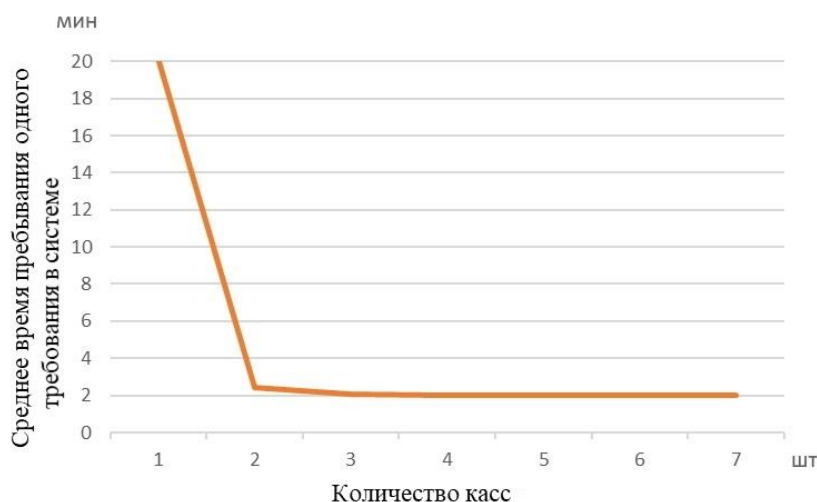


Рис. 2. График зависимости количества касс от среднего времени пребывания

В результате анализа работы выявлено, что значения среднего времени пребывания одного требования в системе находятся от 2,000015 до 20 минут, а коэффициент загрузки прибора от 0,128571 до 0,9. Таким образом, можно сделать вывод, что магазину для работы требуется 2-3 кассы, потому что значения времени пребывания для большего количества касс имеет всего лишь небольшую погрешность.

Список литературы:

1. Моделирование процессов и систем: учебное пособие: для студентов направления 15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств» / В. В. Зиновьев, А. Н. Стародубов, П. И. Николаев ; Кузбасский государственный технический университет им. Т. Ф. Горбачева, Кафедра информационных и автоматизированных производственных систем Кемерово : КузГТУ, 2016, 146 с. (05.03.2022)
2. Экспоненциальное распределение [электронный ресурс] - URL: <https://e.lanbook.com/book/59747> (18.03.2022)
3. Т.И. Алиев ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ. [учебное пособие] - URL: <http://window.edu.ru/resource/176/63176/files/itmo354.pdf> (16.03.2022)