

УДК 514.182.2

## **РЕШЕНИЕ МЕТРИЧЕСКИХ И ПОЗИЦИОННЫХ ЗАДАЧ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ ПРОЕКЦИРОВАНИЕМ НА ДОПОЛНИТЕЛЬНУЮ ПЛОСКОСТЬ**

Мышкин Н.Н., студент гр. АГс-211, I курс  
Терентьев Д.Д., аспирант гр. ГПа-211, I курс  
Шумкина Т.Ф., к.х.н., доцент

Кузбасский государственный технический университет имени Т.Ф. Горбачева  
г. Кемерово

Начертательная геометрия, как любая наука, изучает свойства реальных объектов, такие как форма, размеры, взаимное расположение, используя для этого графические методы.

Задачи, решаемые с помощью методов начертательной геометрии разнообразны, и могут быть разделены на две группы. Метрические задачи связаны с определением натуральной величины, расстояний и углов между объектами, нахождением величины сечения, построением развертки геометрических тел. Позиционные задачи решают вопросы определения взаимного положения объектов в пространстве по отношению друг к другу.

Известно, что две проекции точки вместе определяют ее положение в пространстве и поэтому для однозначного задания объекта на комплексном чертеже достаточно иметь две его проекции – горизонтальную и фронтальную. Третья, профильная, плоскость проекции в большинстве случаев в решении задач не используется. Кроме того, решение задач намного упрощается, если хотя-бы один из геометрических образов занимает частное положение. В случае если в условии задачи геометрические образы занимают общее положение, при решении используют специальные методы преобразования комплексного чертежа [1]. Метод перемены (замены) плоскостей проекций основан на последовательной замене одной из основных плоскостей проекции на дополнительную плоскость, относительно которой объект занимает частное положение. При этом обязательным условием является перпендикулярность вводимой плоскости к оставшейся. Метод плоскопараллельного перемещения предусматривает перемещение геометрического образа относительно исходных плоскостей проекций до требуемого частного положения.

В зависимости от траектории перемещения точек объекта и положения плоскостей, в которых лежат эти траектории перемещения, различают способы:

- параллельного перемещения,
- вращения вокруг проецирующих прямых,
- вращения вокруг линий уровня,
- вращения вокруг следа плоскости (способ совмещения).

Использование всех этих методов преобразования чертежа подразумевает решение четырех исходных (основных) задач. Первые две связаны с переводом прямой общего положения в линию уровня и проецирующую прямую. Решением третьей и четвертой задачи переводят плоскость общего положения в проецирующую и плоскость уровня. Например, решая задачу на определение натуральной величины плоской фигуры необходимо последовательно решить третью и четвертую задачи.

В конце XX века советский профессор Скрипов Л. С. предложил метод, названный им «методом наивыгоднейшего проецирования», основанный на введении новой плоскости, на которой и будет содержаться результат [2]. При этом вспомогательная плоскость может и не быть перпендикулярна основным плоскостям проекций. Важно, чтобы относительно такой плоскости объекты занимали удобное положение и проецирование на новую плоскость осуществлялось ортогонально. Вводимую дополнительную плоскость задают следами на любом расстоянии от проецируемых объектов, а точку схода следов плоскости выбирают произвольно. Для получения результата необходимо совместить эту плоскость с какой-нибудь плоскостью проекций вращением вокруг следа плоскости.

На рис. 1 показано построение точки  $A$  на дополнительную плоскость  $Q$ , не параллельную и перпендикулярную горизонтальной фронтальным плоскостям проекции. Так как проецирование на плоскость  $Q$  ортогональное, то проекции проецирующих лучей от точки  $A$  до плоскости  $Q$  (отрезки  $[A_2a_2^q]$  и  $[A_1a_1^q]$ ) лежат в плоскостях, перпендикулярных  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  и введенной плоскости  $Q$ , где  $a_1^q$  и  $a_2^q$  – точки встречи перпендикуляров со следами плоскости  $Q$ .

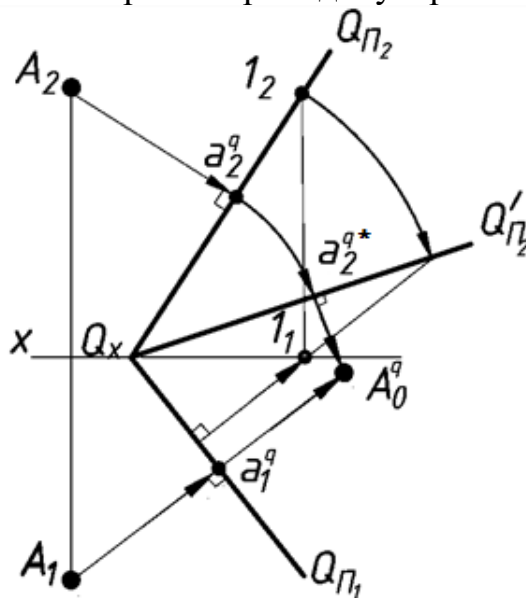


Рис. 1 – Проецирование точки на дополнительную плоскость методом наивыгоднейшего проецирования

При повороте плоскости  $Q$  вокруг горизонтального следа  $Q_{\Pi 1}$  до совпадения с плоскостью  $\Pi_1$  сначала находят фронтальный след плоскости  $Q_{\Pi 2}$  вращением точки  $1$ . Поворот можно осуществлять в любом направлении.

Вместе с поворачиваемым следом  $Q_{\Pi 2}$  перемещается и точка  $a_2^q$  в положение  $a_2^{q*}$ . Так как вращение производится вокруг горизонтального следа, то проекциями траекторий перемещения точек во фронтальной плоскости проекции будут окружности, а в  $\Pi_1$  – перпендикуляры к следу  $Q_{\Pi 1}$ . Положение точки  $A$  после совмещения (точка  $A_0^q$ ) находится на пересечении перпендикуляров из точки  $a_2^{q*}$  к  $Q_{\Pi 2}'$  из точки  $a_1^q$ .

При решении четырех исходных (основных) задач начертательной геометрии важно правильно выбрать положение дополнительной плоскости. Чтобы прямая общего положения проецировалась на дополнительную плоскость в натуральную величину необходимо чтобы эта плоскость была параллельна заданной прямой. Для построения следов плоскости, согласно определению параллельности прямой и плоскости, необходимо начертить вторую прямую, параллельную заданной прямой, найти ее следы и соединить с произвольно взятой на оси  $X$  точкой  $Q_X$  (рис. 2).

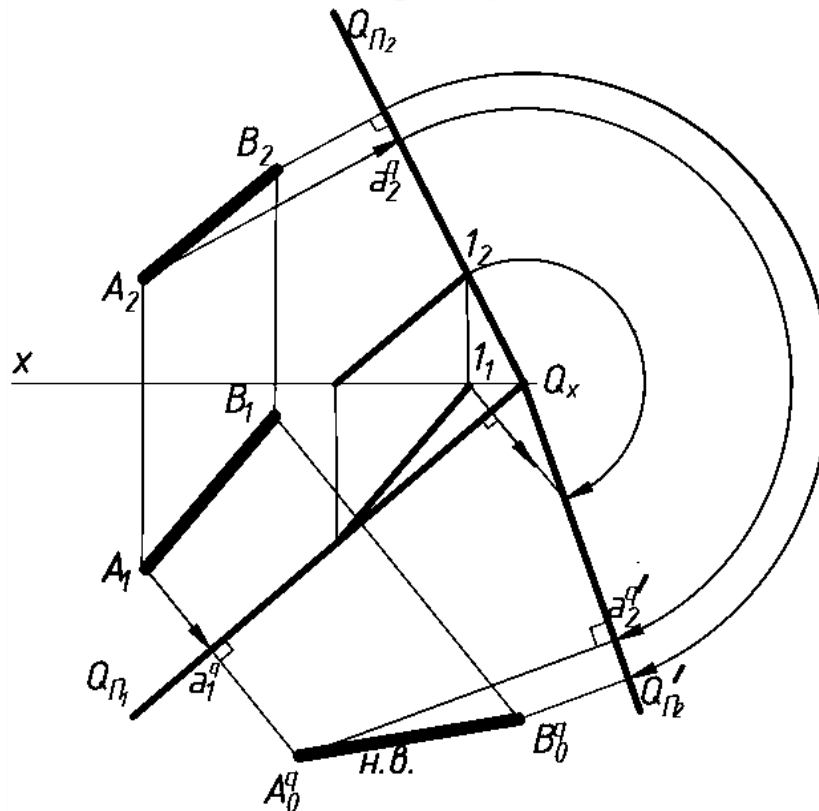


Рис. 2. Определение натуральной величины прямой

Для преобразования прямой общего положения в проецирующую, исключая предварительное решение первой задачи, возможно, если следы вводимой плоскости  $Q$  располагаются перпендикулярно к проекциям прямой (рис. 3).

Для решения третьей основной задачи начертательной геометрии, следы дополнительной плоскости должны располагаться перпендикулярно к какой-нибудь линии плоскости и построение линий уровня совершенно необязательно. На рис. 4 показано решение задачи на определение расстояния от точки  $A$  до плоскости  $R$ , заданной линиями уровня. Согласно определению о

перпендикулярности двух плоскостей ( $R$  и  $Q$ ), фронтальный и горизонтальный следы новой плоскости  $Q$  располагают перпендикулярно горизонтали плоскости  $R$  (отрезок  $[AB]$ ). После совмещения плоскости  $Q$  с горизонтальной плоскостью проекции – плоскость  $R$  спроецировалась в линию на  $Q'$ . После построения точки  $M^q_0$  на  $Q'$  находят натуральную величину расстояния (отрезок  $[M^q_0 K^q_0]$ ).

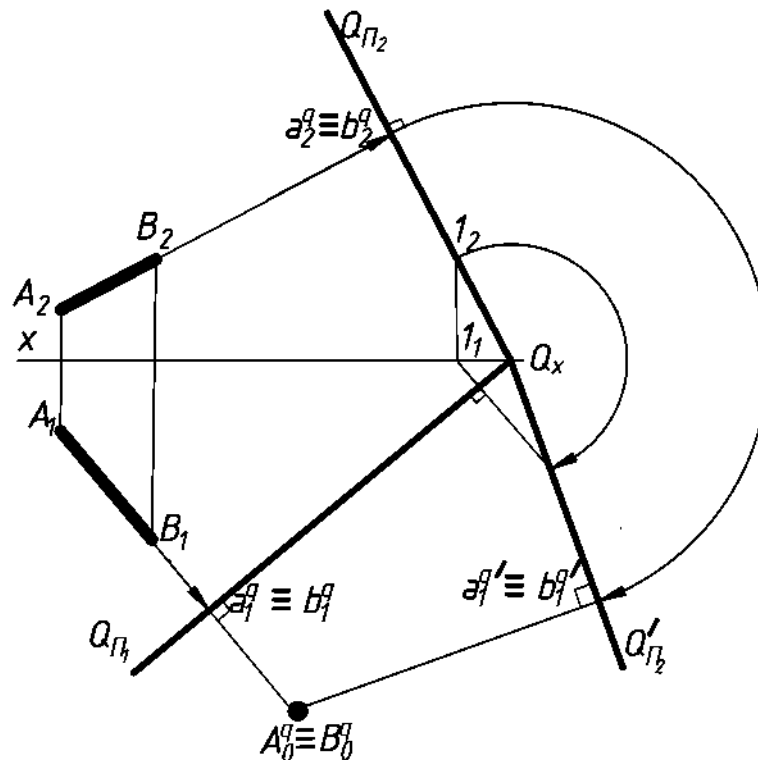


Рис. 3. Преобразование прямой общего положения в проецирующую

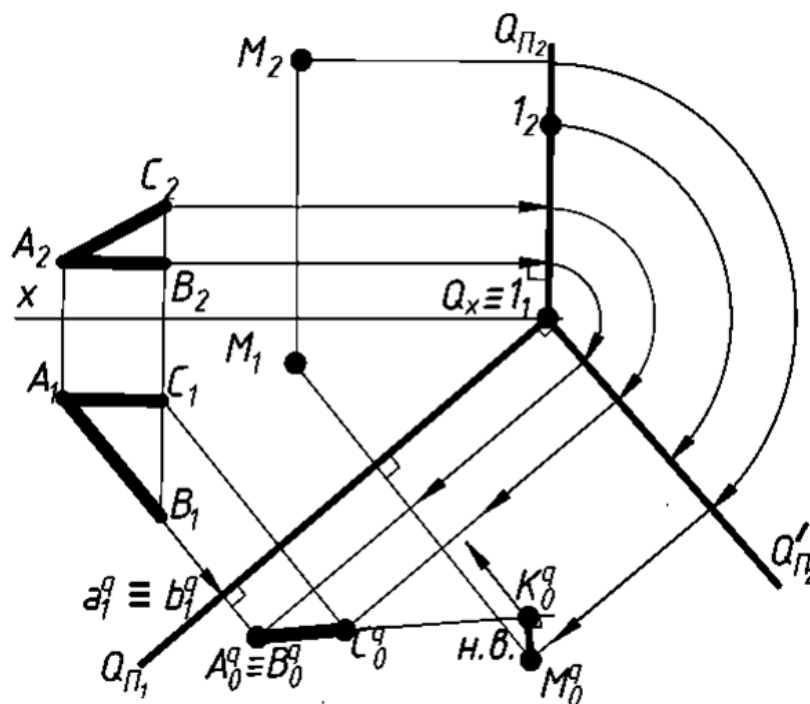


Рис. 4. Определение натуральной величины расстояния от точки до плоскости

В четвертой исходной задаче начертательной геометрии по нахождению натуральной величины плоской фигуры выбор следов вспомогательной плоскости зависит от положения главных линий плоской фигуры, горизонтали ( $h$ ) и фронтали ( $f$ ). Согласно определению параллельности двух плоскостей, строят плоскость  $Q$ , параллельную плоскости  $\Delta ABC$  (рис. 5). Следы плоскости  $Q$  располагаются параллельно линиям уровня ( $Q_{\Pi 2} \parallel f_2$ ,  $Q_{\Pi 1} \parallel h_1$ ). Все дальнейшие преобразования понятны из чертежа.

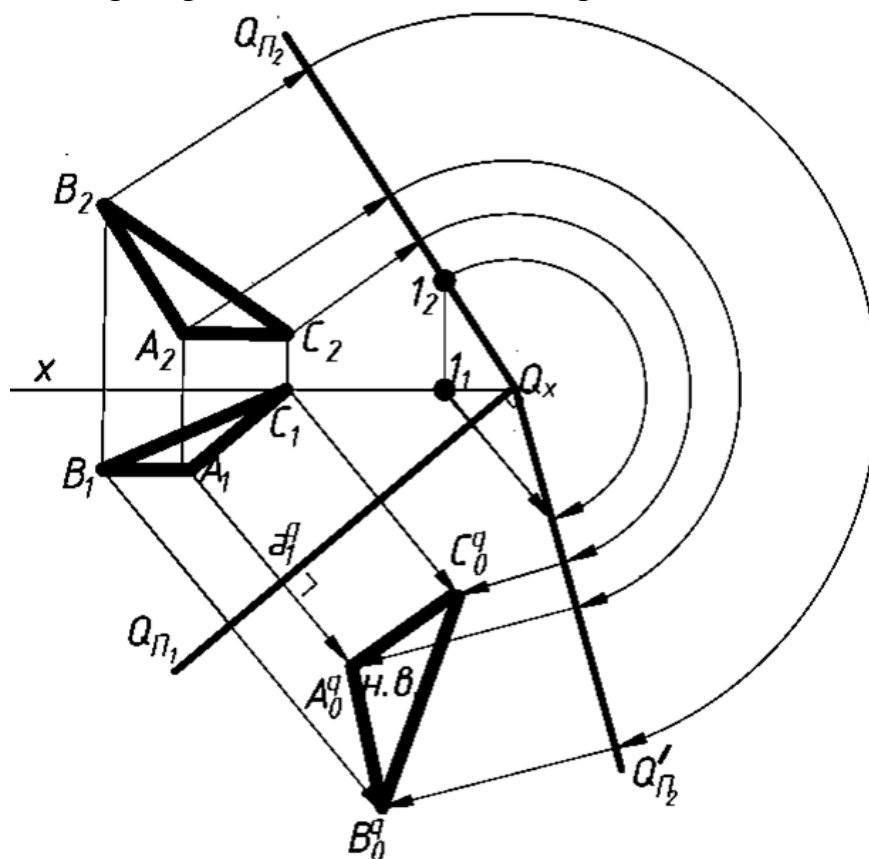


Рис. 5. Определение натуральной величины плоской фигуры

Также данный метод очень удобен для построения аксонометрических проекций по ортогональным проекциям [3]. Метод «наивыгоднейшего проецирования» был положен в основу работы принтера – аксонографа, ускоряющего ручное построение наглядных проекций по сравнению с обычными построениями [4].

Таким образом, исходя из вышеизложенного, можно сказать, что метод «наивыгоднейшего проецирования» сочетает в себе элементы классических методов, а именно метода замены плоскостей проекции и метода совмещения. Отличие данного метода от других в том, что относительно основных плоскостей проекций вводимая плоскость является плоскостью общего положения, а объект относительно нее занимает частное положение.

Метод «наивыгоднейшего проецирования» на дополнительную плоскость удобно использовать при решении широкого круга метрических задач на определение расстояния между двумя прямыми, точкой и прямой, точкой и плоскостью, находить точки пересечения прямой с плоскостью, величины уг-

лов и расстояний между двумя плоскостями, натуральные величины плоских фигур и сечений и пр. При этом исключается преобразование, связанное с решением исходных позиционных задач начертательной геометрии в силу проецирования геометрических образов на удобную плоскость, по которой уже присутствует решение. Данный метод можно также использовать и при решении позиционных задач по нахождению линии пересечения геометрических поверхностей и построению теней в архитектуре.

### Список литературы:

1. Гордон, Владимир Осипович. Курс начертательной геометрии : учебное пособие для студентов вузов / В. О. Гордон, М. А. Семенцов-Огиевский; под ред. В. О. Гордона. 28-е изд., стер. Москва : Высшая школа, 2008. 272 с.
2. Скрипов Л.С. Теория метода наивыгоднейшего проектирования на одну плоскость и приложение его к решению задач начертательной геометрии / Л.С. Скрипов // Известия Томского политехнического института. – 1955. – Т. 78. – С. 140 – 153. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/teoriya-metoda-naivyygodneyshego-proektirovaniya-na-odnu-ploskost-i-prilozhenie-ego-k-resheniyu-zadach-nachertatelnoy-geometrii> (дата обращения: 09.03.2022). – Режим доступа: Научная электронная библиотека КиберЛенинка.
3. Скрипов Л. С. Применение метода наивыгоднейшего проектирования к построению аксонометрических проекций / Л. С. Скрипов // Известия Томского политехнического института [Известия ТПИ]. — 1975. — Т. 261 : Прикладная геометрия и инженерная графика. — [С. 13-24]. URL: <http://earchive.tpu.ru/handle/11683/12961> (дата обращения: 15.03.2022).
4. Скрипов Л. С. Универсальный чертежный прибор ЛС-2 / Л. С. Скрипов // Известия Томского политехнического института [Известия ТПИ]. — 1966. — Т. 143. — С. 3 – 10. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/universalnyy-chertezhnyy-pribor-ls-2/viewer> (дата обращения: 15.03.2022). – Режим доступа: Научная электронная библиотека КиберЛенинка.