

УДК 629

## ЗАМКНУТЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЫ

Бочкарёв Д. Э., студент гр. МА-201, II курс  
Научный руководитель – Ермак В. Н., к.т.н., доцент  
Кузбасский государственный технический университет  
имени Т. Ф. Горбачёва

Замкнутый дифференциал позволяет получать максимальное передаточное отношение при минимальном числе звеньев. Он образуется из обычного дифференциала, называемого далее исходным, путём введения дополнительной кинематической цепи, замыкающей какие-либо два подвижных звена исходного дифференциала. В свою очередь исходный дифференциал – это планетарная передача с двумя степенями свободы. Вторая степень свободы образуется в результате освобождения неподвижного колеса планетарной передачи, обладающей изначально одной степенью свободы.

На рис. 1 а), б) изображены две проекции схемы одного из возможных вариантов замкнутого дифференциала. Он разработан и изготовлен с учебной целью. При разработке схемы преследовалась цель достигнуть максимально возможного передаточного отношения. Задача докладчика состоит в том, чтобы определить передаточное отношение и показать, как достигается его рекордно высокое значение. Кроме того, мы задались рассмотреть с той же целью реальный замкнутый дифференциал.

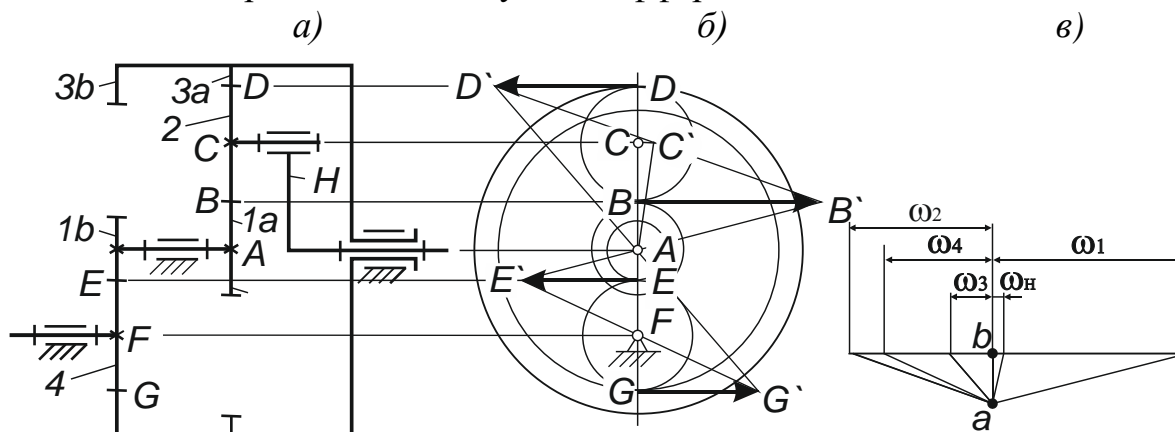


Рис. 1

Исходный дифференциал состоит из звеньев 1, 2, 3, Н. Колёса 3а и 3б относятся к звену 3. Дополнительная цепь связывает звенья 1 и 3. Связующим звеном является колесо 4.

Основная задача кинематического анализа замкнутого дифференциала данной схемы состоит в определении передаточного отношения  $u_{1H}$  от звена 1 к водилу Н. Графическое решение задачи опирается на картины

линейных и угловых скоростей. Картина линейных скоростей представляет собой совокупность линий распределения скоростей всех точек, лежащих на вертикали, проходящей через точку  $A$  (см. рис. 1, б).

Для построения картины схему изображают в произвольном масштабе. Обозначают шарниры –  $A, C$  и точки касания –  $B, D$  начальных окружностей (полусов зацепления) всех колёс. Задаются скоростью какой-нибудь из обозначенных точек, кроме скорости в центре сателлита  $C$ . Предпочтительно задаваться скоростью одной из точек замыкающего колеса 4, например, точки  $E$ . Задаваемую скорость изображают вектором произвольной длины  $EE'$ . Колесо 4 вращается вокруг точки  $F$ , поэтому скорость  $GG'$  на диаметрально противоположной стороне этого колеса такая же, как в точке  $E$ . Соединив  $E'$  и  $G'$ , получают линию распределения скоростей колеса 4.

Далее от колеса 4 (см. рис. 1, а) идут к сателлиту 2 двумя путями. Первый – через звено 1, второй – через звено 3.

Первый путь. Соединив точку  $E'$  с  $A$  (см. рис. 1, б), получают линию распределения скоростей звена 1. Через продолжение этой линии находят скорость  $BB'$  в полюсе зацепления звеньев 1 и 2.

Второй путь. Соединив точку  $G'$  с  $A$ , получают линию распределения скоростей звена 3. Через продолжение этой линии находят скорость  $DD'$  в полюсе зацепления звеньев 3 и 4.

Зная теперь скорости сверху и снизу сателлита, находят скорость  $CC'$  в его центре и одновременно на конце водила. Соединив точку  $C'$  с  $A$ , получают линию распределения скоростей водила. На этом построение картины линейных скоростей завершено.

**Картина угловых скоростей.** Если все линейные скорости отнести к одному и тому же расстоянию  $r$  от центра вращения, то на основании известной формулы  $v = \omega r$  эти скорости можно рассматривать как угловые. В качестве  $r$  принимают произвольный отрезок  $ab$  (рис. 1, в).

Из точки  $a$  проводят лучи, параллельные линиям распределения скоростей. На прямой, перпендикулярной  $ab$ , эти лучи отсекают отрезки  $\omega_1, \omega_2$  и т. д., изображающие угловые скорости соответствующих звеньев.

Искомое передаточное отношение  $u_{1,H} = \langle \omega_1 \rangle / \langle \omega_H \rangle$ . Угловые скобки означают, что речь идёт о длине отрезков, изображающих скорости.

**Аналитическое определение  $u_{1,H}$ .** Задачу решают обращением движения относительно водила. После обращения движения звенья 1 и 3 имеют скорости  $\omega_1 - \omega_H$  и  $\omega_3 - \omega_H$ , водило неподвижно. При неподвижном водиле передаточное отношение  $u_{1,3}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -\frac{z_{3a}}{z_{1a}}$ .

Чтобы в уравнении появилось передаточное отношение  $u_{H,1}$ , числитель и знаменатель его центральной части делят на  $\omega_1$ . После деления и замены  $-\frac{z_{3a}}{z_{1a}}$  на  $u_{1,3}^{(H)}$  получают:  $\frac{1 - u_{H1}}{u_{3,1} - u_{H,1}} = u_{1,3}^{(H)}$ . Входящее сюда  $u_{3,1} = -\frac{z_{1b}}{z_{3b}}$ . Остаётся вывести  $u_{H,1}$  за знак равенства и взять обратное:

$$u_{1,H} = \frac{u_{1,3}^{(H)} - 1}{u_{3,1} u_{1,3}^{(H)} - 1}.$$

В доступной нам модели дифференциала, схема которого изображена на рис. 1, числа зубьев имеют следующие значения:

$z_{1a}$	$z_2$	$z_{3a}$	$z_{1b}$	$z_4$	$z_{3b}$
20	20	60	21	20	60

При этом  $u_{1,H} = 80$ . Столь высокое значение передаточного отношения достигается за счёт замыкающей цепи, вращающей верх и низ сателлита в разные стороны (см. скорости  $BB'$  и  $DD'$  на рис. 1, б). Чем меньше разница в этих скоростях, тем меньше скорость в центре сателлита и тем медленнее вращается водило.

#### Анализ реального замкнутого дифференциала

Замкнутые дифференциалы широко распространены в карьерных автомобилях-самосвалах. Огромные размеры и масса самосвала вынуждают оснащать каждое его колесо отдельным электродвигателем. Энергию для этого двигателя вырабатывает электрогенератор, приводимый в движение двигателем внутреннего сгорания. Вращающий момент передаётся от электродвигателя к опорному колесу через редуктор. Как правило, редуктор представляет собой замкнутый дифференциал.

На рис. 2 приведена типичная конструкция – а) и кинематическая схема – б) редуктора реального автомобиля-самосвала. В конструкцию внесены незначительные изменения, не существенные для кинематического анализа.

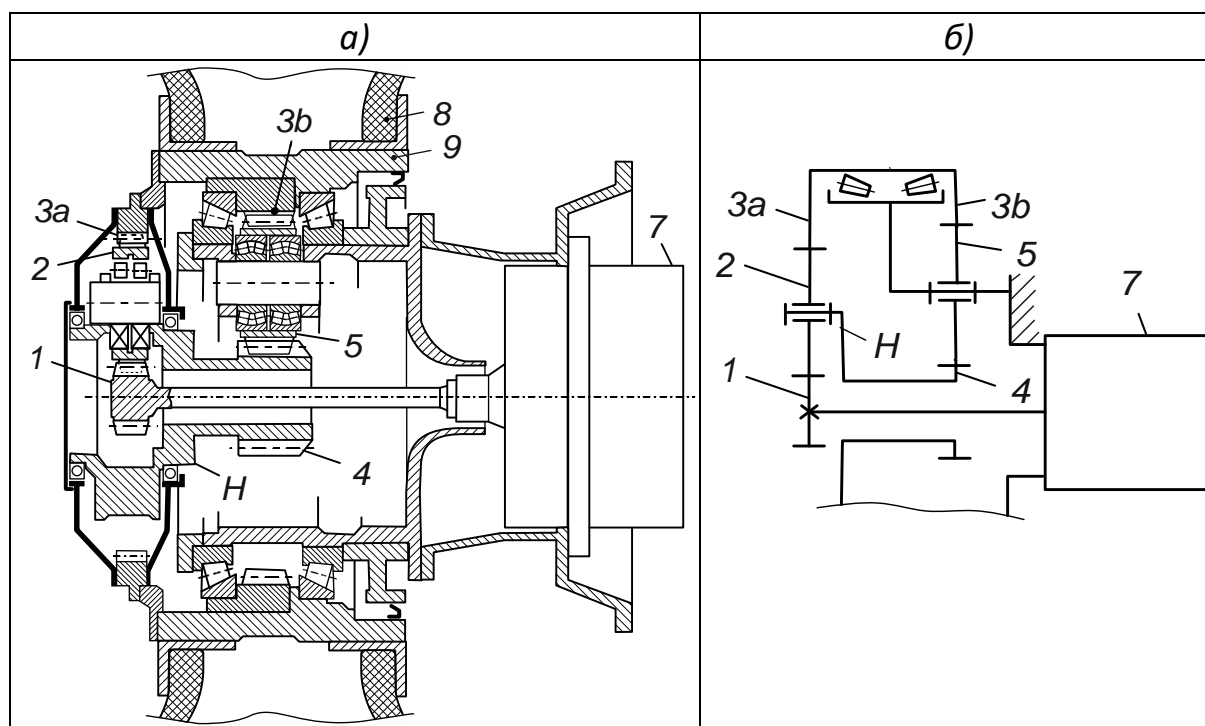


Рис. 2

Исходный дифференциал состоит из зубчатых колёс  $1, 2, 3a$  и водила  $H$ . Замыкающую цепь образуют колёса  $4, 5, 3b$ . Ступица 9 опорного колеса и зубчатые колёса  $3a, 3b$  считаются далее звеном 3. Наибольший интерес представляет передаточное отношение  $u_{1,3}$  от звена 1 (вал-шестерни) двигателя 7 к опорному колесу 8 или, иначе, к звену 3.

Схема, изображённая на рис. 2, б, называется конструктивно-кинематической. Исходя из поставленной задачи, эта схема заменена далее на чисто кинематическую (рис. 3, а), вычерченную в определённом масштабе. Для масштаба должны быть известны числа зубьев или диаметры начальных окружностей колёс (окружностей взаимного обката). Эти диаметры сняты у нас с чертежа, взятого из интернета. Кинематическая схема должна давать представление только о возможных движениях звеньев, поэтому она существенно отличается от конструктивно-кинематической.

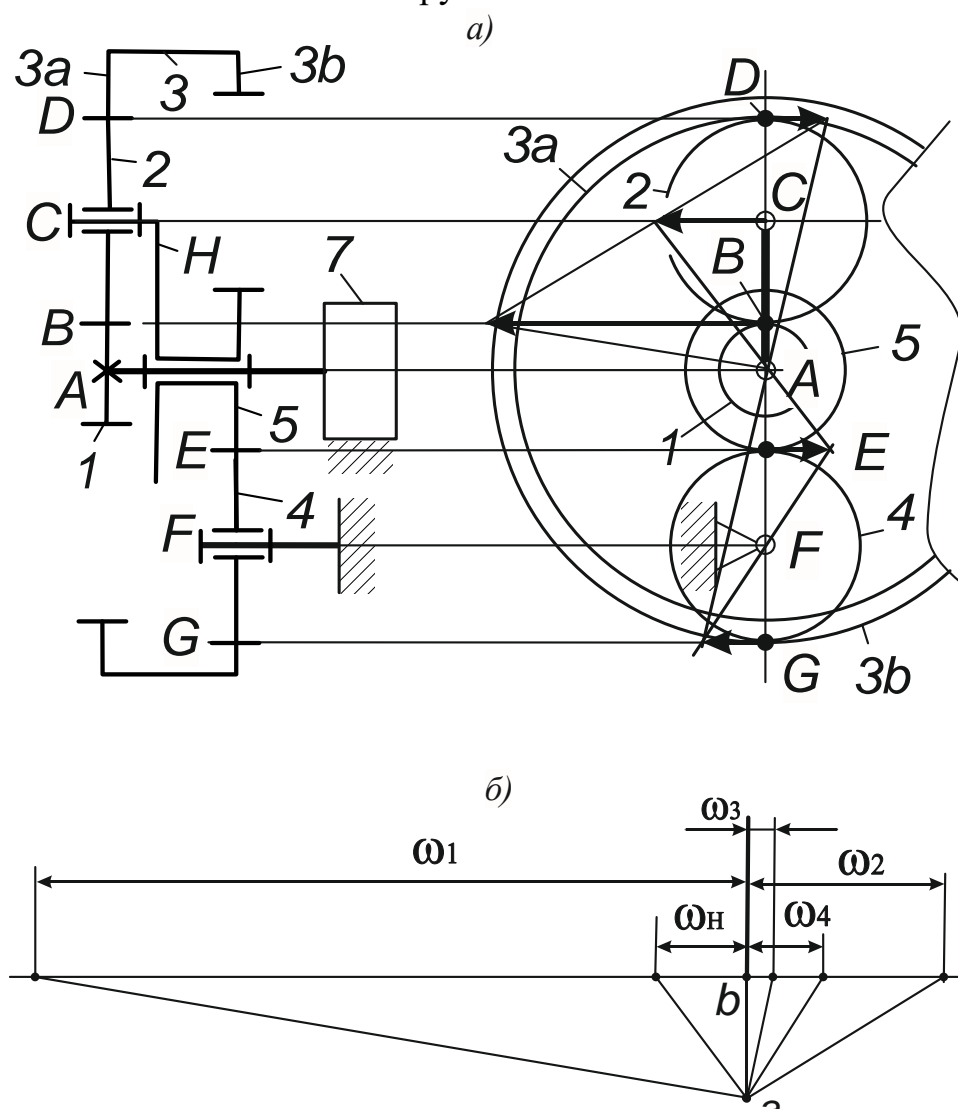


Рис. 3

Методика кинематического анализа учебного замкнутого дифференциала (см. рис. 1) подробно рассмотрена в начале данной статьи, поэтому далее анализ будет более коротким.

Зададимся скоростями точек  $E$  и  $G$  замыкающего колеса 4. К опорному колесу 3 пойдём двумя путями. Первый – через водило  $H$ , второй – через опорное колесо 3.

Первый путь. Через  $E$  определяем скорость в центре сателлита  $C$ .

Второй путь. Через  $G$  определим скорость в полюсе зацепления  $D$  колёс 2 и 3а. Через  $C$  и  $D$  определим скорость в полюсе зацепления  $B$  колёс 1 и 2. Соединяя концы скоростей (векторов скоростей) с центрами вращения звеньев, получим линии распределения скоростей всех других точек вращающихся звеньев. Передаточное отношение от колеса 1 к опорному колесу 3 можно определить уже на данном этапе. Однако для полноты кинематического анализа построим ещё картину угловых скоростей (см. рис. 3, б). Методика её построения рассмотрена в начале статьи, поэтому не будем повторяться. Измерив отрезки, изображающие скорости и  $\omega_1$  и  $\omega_3$ , искомое передаточное отношение получим по формуле  $u_{1,3} = \langle \omega_1 \rangle / \langle \omega_3 \rangle$ .

Аналитический метод определения величины  $u_{1,3}$ .

Как и в задаче, решённой в начале статьи, составляем формулу передаточного отношения – относительно водила – от звена 1 к звену 3:

$$\frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -\frac{z_{3a}}{z_1}.$$

Делим числитель и знаменатель левой части уравнения на  $\omega_3$ :

$$\frac{u_{1,3} - u_{H,3}}{1 - u_{H,3}} = -\frac{z_{3a}}{z_1}.$$

Входящее в формулу передаточное отношение  $u_{H,3} = -\frac{z_{3b}}{z_4}$ . Дробь  $-\frac{z_{3a}}{z_1}$  равна передаточному отношению  $u_{1,3}^{(H)}$ . После подстановок и преобразований искомое передаточное отношение выражает формула:

$$u_{1,3} = u_{1,3}^{(H)}(1 - u_{H,3}) + u_{H,3}.$$

Числа зубьев, необходимые для вычислений, сведены в таблицу, приведённую ниже. Эти числа определены через диаметры колёс, снятые нами с чертежа, взятого из интернета.

$z_1$	$z_2$	$z_{3a}$	$z_{3b}$	$z_4$	$z_5$
15	33	82	90	26	32

После подстановок и вычислений  $u_{1,3} = -27.8$ . По картине угловых скоростей (см. рис. 3, б)  $u_{1,3} = -28.8$ . Отличие от предыдущего – 3,6%, что можно считать хорошим результатом, т. к. графический метод был использован для предупреждения грубых ошибок обоих методов анализа.

## Литература

Ермак В. Н. Теория механизмов и машин: учеб. пособие / Кузбас. Гос. техн. ун-т. – Кемерово, 2011. – 164 с.