

УДК 519.622.1

РАЗРАБОТКА ПРИЛОЖЕНИЯ «ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ»

Рогозин А.О., студент гр. ИВТ-81, IV курс

Научный руководитель: Шевченко А.С., канд. физ.-мат. наук, доцент
Рубцовский индустриальный институт (филиал) ФГБОУ ВО «Алтайский
государственный технический университет им. И.И. Ползунова»
г. Рубцовск

Математическое моделирование многих задач механики, физики, химии и других областей науки и техники приводит к дифференциальным уравнениям. Дифференциальными называются уравнения, которые содержат одну или несколько производных [2].

Задача Коши (1) – одна из основных задач теории дифференциальных уравнений, которая состоит в нахождении решения (интеграла) $y = y(x)$ дифференциального уравнения $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$, удовлетворяющего так называемым начальным условиям (начальным данным) $y(a) = y_0$ [1-2]:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = f(x, y), & x \in [a, b], \\ y(a) = y_0. \end{cases} \quad (1)$$

В отличие от задачи Коши, в которой все необходимые условия задаются в начальной точке, в краевых задачах (2) часть условий задается в начальной точке, а другая часть условий – в конечной точке отрезка, на котором определено дифференциальное уравнение:

$$\begin{cases} y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x), \\ \alpha_0y'(0) + \beta_0y(0) = y_0, \\ \alpha_1y'(l) + \beta_1y(l) = y_1. \end{cases} \quad (2)$$

Инженеры часто сталкиваются с дифференциальными уравнениями при разработке новых изделий или решении многих прикладных задач. Также дифференциальные уравнения используются в экономике, медицине, биологии, экологии и других областях науки.

Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений можно разбить на следующие группы: графические, аналитические, приближенные и численные.

К сожалению, лишь очень немногие из них удается решить без помощи вычислительных машин. Поэтому численные методы решения дифференциальных уравнений играют важную роль в практике инженерных расчетов. Более того, в настоящее время являются основным инструментом

при исследовании научно-технических задач, описываемых дифференциальными уравнениями.

Объектом исследования являются обыкновенные дифференциальные уравнения.

Предметом исследования являются задача Коши и краевая задача для обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ).

Целью исследования является разработка приложения «Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений».

Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи:

- изучены численные методы для решения краевой задачи и задачи Коши для ОДУ;
- выполнен обзор программных продуктов;
- выполнено обоснование проектных решений по видам обеспечения;
- разработано приложение «Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений».

Для решения дифференциальных уравнений можно использовать различные системы компьютерной алгебры (СКА или математические пакеты), которые изменились на протяжении нескольких поколений [3]. Самые распространенные – MathCad, MatLab, Maple, Maxima и Mathematica, которые используют современный и удобный интерфейс пользователя, различные символьные и численные анализаторы, а также различные графические средства визуализации данных. Более того, СКМ не требуют от студентов и преподавателей знания языков программирования, позволяют экономить огромное количество времени на отладку программ, отслеживания ошибок. Основной проблемой использования СКА является то, что надо знать синтаксис и команды.

Так же существуют целые сайты с математическими разделами онлайн калькуляторов [5]. С помощью бесплатных математических онлайн – калькуляторов можно легко и быстро выполнять необходимые расчеты. Такие калькуляторы имеют существенный недостаток: при отсутствии интернета, доступ к ним запрещен.

Выполнив обзор готовых программных продуктов, можно сделать вывод о том, что готового решения не нашлось. В связи с этим принято решение о разработке собственного приложения.

Разработанное приложение предназначено для:

- ввода дифференциального уравнения и задания параметров;
- нахождения численного решения задачи Коши одношаговыми методами (метод Эйлера, усовершенствованные методы ломаных (метод хорд, усовершенствованный метод Эйлера-Коши, метод Эйлера-Коши с итерационной обработкой), метод Рунге-Кutta четвертого порядка);
- нахождения численного решения задачи Коши многошаговыми методами (метод Адамса, метод Милна);
- нахождения численного решения краевой задачи методами конечных разностей и прогонки;

- представления таблицы значений решения краевой задачи и задачи Коши в виде графиков функций;
- выгрузки численных решений в Microsoft Excel.

Задачи разрабатываемого приложения:

- интерфейс должен быть простым, удобным и приятным для визуального восприятия пользователя;
- приложение должно быть направлено на снижение временных затрат пользователя.

Для успешного функционирования разрабатываемого приложения необходимо наличие следующего технического обеспечения: процессор Intel Pentium Xeon Core Duo/Core 2 Duo, AMD Opteron Dual Core/Quad-Core; тактовая частота 1 ГГц или выше (рекомендуется 1,6 ГГц); 1024 МБ оперативной памяти; 80 МБ свободного дискового пространства; монитор с разрешением 1024x768 (или выше) с 32-битными (или больше) цветами, клавиатура, мышь.

При проектировании приложения использовались:

- среда разработки Microsoft Visual Studio 2019;
- EPPlus – библиотека для создания файлов Excel с помощью формата Office Open XML;
- NCalc2 – библиотека для вычисления математических выражений;
- OxyPlot – библиотека для построения графиков.

Microsoft Visual Studio – линейка продуктов компании , включающих программного обеспечения и ряд других инструментальных средств. Данные продукты позволяют разрабатывать как , так и приложения с , в том числе с поддержкой технологий , а также , веб-приложения [4, 6-7].

Выбор именно Microsoft Visual Studio 2019 [4,6], заключается в том, что он содержит набор инструментов для создания программного обеспечения: от планирования до разработки пользовательского интерфейса, написания кода, тестирования, отладки, анализа качества кода и производительности, быстрая компиляция, запускается на любой Windows.

Основные языки программирования VS 2019 – это Visual C#, Visual Basic, Visual C++, Visual F# (функциональный язык). Также доступны дополнения, позволяющие программировать в Visual Studio на языках Python, Rube и других. В качестве языка программирования был выбран C# [6].

Входной информацией для задачи Коши в разрабатываемом приложении будет:

- функция $f(x, y)$ от двух переменных, служащая правой частью дифференциального уравнения;
- параметры краевых условий;
- число разбиения отрезка;
- точность вычислений;
- методы решения задачи Коши.

Входной информацией для краевой задачи в разрабатываемом

приложении будет:

- функции $p(x)$, $q(x)$, $f(x)$;
- значения начала и конца исследуемого отрезка;
- начальное приближение;
- число разбиения отрезка;
- точность вычислений;
- методы решения краевой задачи.

Выходной информацией является:

- таблица значений, полученная при решении ОДУ и содержащая столбцы: номер шага i , значение x , значение y .
- график решения;
- предупреждения о неверно введенных данных;
- выгрузка полученных численных решений в MS Excel.

На рисунке 1 представлена форма для решения задачи Коши, которая содержит области: «Ввод функции», «Параметры», «Методы», «График решения», «Результаты вычислений».

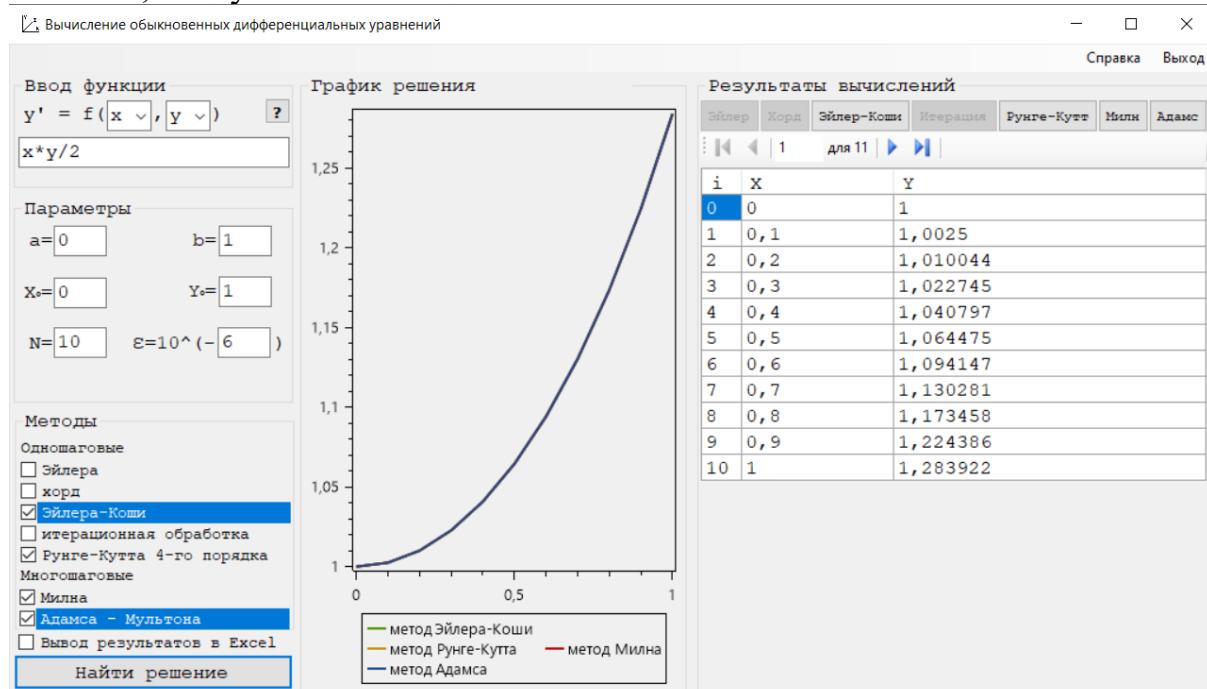


Рисунок 1 – Форма «Решение задачи Коши»

Рассмотрим работу приложения на примере. Вычислите интеграл дифференциального уравнения $\frac{dy}{dx} = \frac{xy}{2}$, $y(0)=1$ на отрезке $[0,1]$ с шагом $h=0.1$ [8].

Шаг 1. Введите функцию $\frac{xy}{2}$. Правила ввода содержаться в справке (рисунок 2).

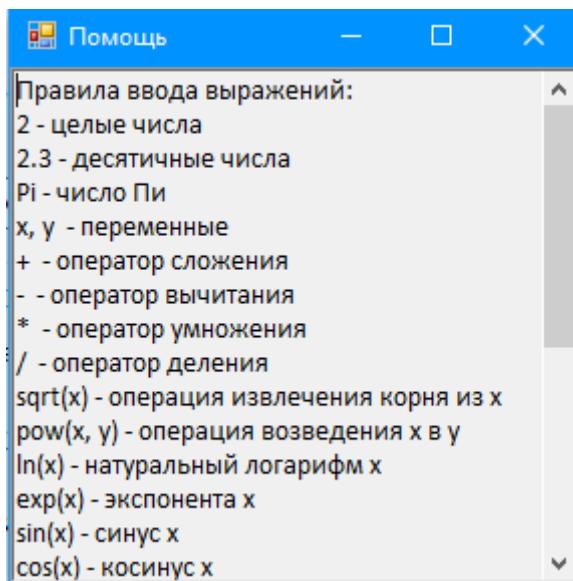


Рисунок 2 – Справка по вводу функции

Шаг 2. Задайте параметры: $a=0$, $b=1$, $x_0=0$, $y_0=1$, $N=10$, $\varepsilon=10^{-6}$.

Шаг 3. Выберите методы.

Шаг 4. Нажмите кнопку «Найдите решение».

Шаг 5. Сохраните результаты. Для этого необходимо указать галочку в поле «Вывод результатов в Excel» и выбрать место сохранения файла (рисунок 3, рисунок 4).

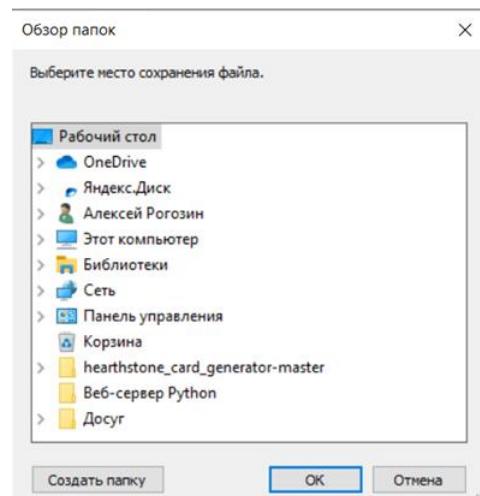


Рисунок 3 – Выбор места сохранения файла с результатами

The screenshot shows a Microsoft Excel spreadsheet with four tables side-by-side, each representing a different numerical method for solving differential equations:

- метод Эйлера-Коши** (Euler-Cauchy): Shows values for i, X, and Y from 0 to 10.
- метод Рунге-Кутта** (Runge-Kutta): Shows values for i, X, and Y from 0 to 10.
- метод Милна** (Milne): Shows values for i, X, and Y from 0 to 10.
- метод Адамса** (Adams): Shows values for i, X, and Y from 0 to 10.

Рисунок 4 – Результаты, сохраненные в Excel

На рисунке 5 представлена форма для решения краевой задачи.

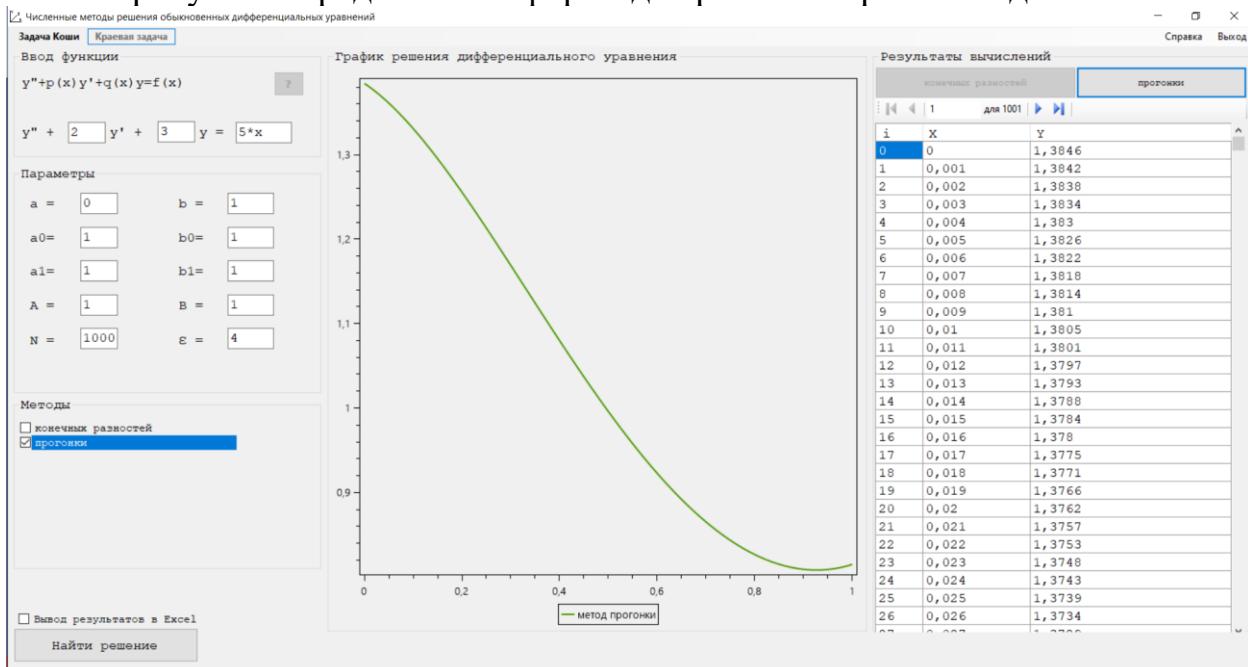


Рисунок 5 – Форма «Решение краевой задачи»

Разработанное приложение, быстро и надежно позволить численно решать обыкновенные дифференциальные уравнения.

Данное приложение может быть использовано студентами и преподавателями в учебном процессе при изучении теории численных методов и дифференциальных уравнений.

Список литературы:

1. Бахвалов, Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. – 9-е изд. – Москва: Лаборатория знаний, 2020. – 637 с.

2. Буйначев, С. К. Применение численных методов в математическом моделировании: учебное пособие / С. К. Буйначев; под редакцией Ю. В. Песин. – Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014. – 72 с.
3. Дьяконов, В. П. Maple 8 в математике, физике и образовании / В. П. Дьяконов. – Москва: СОЛОН-ПРЕСС, 2010. – 656 с.
4. Мейер, Б.В. Объектно-ориентированное программирование и программная инженерия / Б. В. Мейер. – 2-е изд., испр. – Москва: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2017. – 286 с.
5. Онлайн калькулятор по задаче Коши [Электронный ресурс] / Режим доступа: <https://math.semestr.ru> / (Дата обращения 28.02.2021).
6. Подбельский, В. В. Программирование. Базовый курс С#: учебник для бакалавриата и специалитета / В. В. Подбельский. – Москва: Издательство Юрайт, 2019. – 369 с.
7. Черткова, Е. А. Программная инженерия. Визуальное моделирование программных систем: учебник для академического бакалавриата / Е. А. Черткова. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2018. – 168 с.
8. Шевченко, А. С. Численные методы: учебное пособие / А.С. Шевченко. – Москва : ИНФРА-М, 2022. – 381 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/996207. – ISBN 978-5-16-014605-8. – Текст : электронный. – URL: <https://znanium.com/catalog/product/996207> (дата обращения: 06.02.2022).