УДК 620.004

ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ ВОЗДУШНОЙ ЛИНИИ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ НА ОСНОВЕ МАРКОВСКОЙ МОДЕЛИ

Уролов Д.Ф. Угли, студент гр. ЭРб-181 II курс
Казунина Г.А., профессор, д.т.н., доцент
Кузбасский государственный технический университет
имени Т.Ф. Горбачева,
г. Кемерово

Обеспечение надежности сложных технических систем является актуальной задачей. Это относится и к линиям электропередачи, особенно воздушным, которые подвержены различным случайным внешним воздействиям. При решении возникающих задач для оценки надежности применяют методы теории вероятностей и математической статистики [1, 2].

В режиме нормальной эксплуатации [1] технической системы поток отказов можно считать простейшим. Тогда интервал времени между двумя соседними отказами имеет показательное распределение с постоянной интенсивностью потока отказов [1,2]. При построении моделей отказов сложных систем с последующим восстановлением удобно использовать вероятностную модель марковских процессов. Случайный процесс, протекающей в системе, называется марковским (процессом без последействия), если при фиксированном настоящей будущее не зависит от предыстории процесса. Этому требованию отвечают случайные процессы с постоянной интенсивностью.

Целью настоящей работы является построение марковской модели отказов воздушной линии электропередачи с двумя типами отказов.

Для построения модели вводим следующие допущения: отказы статистически независимы; восстановленная система имеет те же характеристики, как и новая; интенсивность потока отказов и интенсивность потока восстановлений постоянны.

Рассматриваемая система может находиться в трех состояниях:

1) Основное нормальное рабочее состояние системы;
2) Состояние отказа системы «повреждение опоры»;
3) Состояние отказа системы «обрыв провода».

Для наглядного описания работы системы используем граф состояний, на котором против каждой стрелки, ведущей из одного состояния в другое, указана интенсивность потока событий (отказов или восстановлений), переводящего систему по данной стрелке (рис.1). Здесь введены обозначения: $P_0(t)$ – вероятность того, что в момент времени t система находится в нормальном состоянии; $P_1(t)$ - вероятность того, что в момент времени t система находится в состоянии отказа «повреждение опоры»; $P_2(t)$-

вероятность того, что в момент времени t система находится в состоянии отказа «обрыв провода». Соответственно γ_i ($i = 1, 2$) - постоянные интенсивности потоков отказов (переходов системы из рабочего состояния в состояние отказов); μ_i ($i = 1, 2$) - постоянные интенсивности потоков восстановлений (переходов системы из состояния отказов в рабочее состояние).

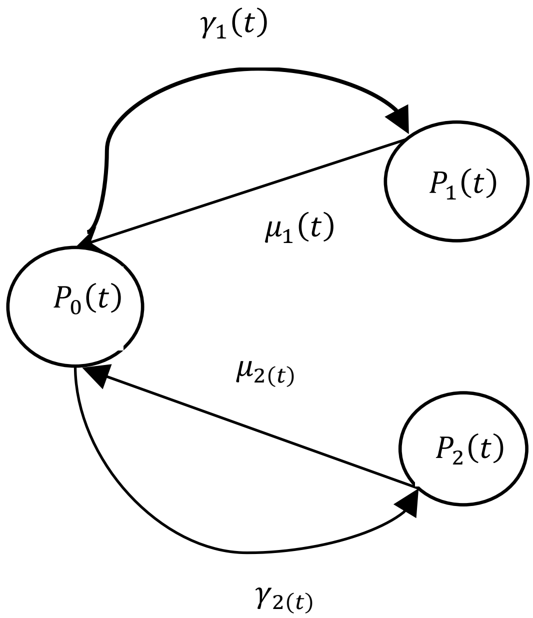

Рис.1. Модель восстанавливаемой системы.

Для нахождения вероятностей состояний $P_i(t)$; $i = 0, 1, 2$ составляем систему дифференциальных уравнений (уравнений Колмогорова) по правилу: «производная вероятности каждого состояния равна сумме всех потоков вероятности, идущих из других состояний в данное, минус сумма всех потоков вероятности, идущих из данного состояния в другие» [2]:

$$\frac{dP_0}{dt} = -(\gamma_1 + \gamma_2)P_0(t) + \mu_1 P_1(t) + \mu_2 P_2(t),$$
$$\frac{dP_1}{dt} = -\gamma_1 P_0(t) - \mu_1 P_1(t),$$
$$\frac{dP_2}{dt} = -\gamma_2 P_0(t) - \mu_2 P_2(t).$$

Начальные условия соответствуют тому, что в начальный момент система находится в нормальном состоянии: $P_0(0) = 1$; $P_1(0) = P_2(0) = 0$.

Решение полученной системы линейных дифференциальных уравнений находим методом преобразований Лапласа [3], заменяя искомые вероятности и их производные на соответствующие изображения, где $s -$ комплексная переменная:

$$P_0(t) \to P_0(s); \qquad P_1(t) \to P_1(s); \qquad P_2(t) \to P_2(s);$$

$$\frac{dP_0(t)}{dt} \to sP_0(s) - 1; \quad \frac{dP_1(t)}{dt} \to sP_1(s); \quad \frac{dP_2(t)}{dt} \to sP_2(s).$$

В результате имеем систему алгебраических уравнений относительно переменных $P_0\,(s)$; $P_1\,(s)$; $P_2\,(s)$:

$$(s+\gamma_1+\gamma_2)P_0(s) - \mu_1 P_1(s) - \mu_2 P_2(s) = 1,$$
$$-\gamma_1 P_0(s) + (s+\mu_1\,)P_1(s) = 0,$$
$$-\gamma_2 P_0(s) + (s+\mu_2\,)P_2(s) = 0.$$

Полученную систему уравнений решаем методом Крамера. Главный определитель системы уравнений выражается соотношением

$$\begin{vmatrix} (s+\gamma_1+\gamma_{2)} & -\mu_1 & -\mu_2 \\ -\gamma_1 & (s+\mu_{1)} & 0 \\ -\gamma_2 & 0 & s+\mu_2 \end{vmatrix} =$$

$$= s[s^2 + s(\mu_1+\mu_2+\gamma_1+\gamma_2) + (\mu_1\mu_2 + \gamma_1\,\mu_2 + \gamma_2\mu_1)],$$

корни которого имеют вид: $s = 0$;

$$s_1 = \frac{1}{2}\Big[-(\mu_1+\mu_2+\gamma_1+\gamma_2) + \sqrt{(\mu_1+\mu_2+\gamma_1+\gamma_2)^2 - 4(\mu_1\mu_2+\gamma_1\,\mu_2+\gamma_2\mu_1}\Big]\,;$$

$$s_2 = \frac{1}{2}\Big[-(\mu_1+\mu_2+\gamma_1+\gamma_2) - \sqrt{(\mu_1+\mu_2+\gamma_1+\gamma_2)^2 - 4(\mu_1\mu_2+\gamma_1\,\mu_2+\gamma_2\mu_1}\Big].$$

С учетом того, что вспомогательный определитель для вероятности основного состояния системы равен

$$\begin{vmatrix} 1 & -\mu_1 & -\mu_2 \\ 0 & (s+\mu_{1)} & 0 \\ 0 & 0 & s+\mu_2 \end{vmatrix},$$

выражение для вероятности основного состояния в операторном виде представляется задается соотношением:

$$P_0(s) = \frac{(s+\mu_1)(s+\mu_2)}{s(s-s_1)(s-s_2)} = \frac{\mu_1}{s_1}\cdot\frac{\mu_2}{s_2}\cdot\frac{1}{s} + \frac{(s_1+\mu_1\,)(s_1+\mu_2\,)}{s_1\,(s_1-s_{2)}}\cdot\frac{1}{s-s_1} - \frac{(s_2+\mu_1\,)(s_2+\mu_2\,)}{s_2\,(s_1-s_{2)}}\cdot\frac{1}{s-s_2}\,.$$

Во временной области, после возвращения к оригиналам [3], вероятность основного состояния принимает вид

$$P_0(s) = \frac{\mu_1}{s_1}\frac{\mu_2}{s_2} + \frac{(s_1+\mu_1)(s_1+\mu_2)}{s_1\ (s_1-s_2)} e^{s_1 t} - \frac{(s_2+\mu_1)(s_2+\mu_2)}{s_2\ (s_1-s_2)} e^{s_2 t}\ ;$$

$$P_0(t) + P_1(t) + P_2(t) = 1.$$

При условии $t \to \infty$ предельное (финальное) значение вероятности, называемое коэффициентом готовности, равно $\lim_{t\to\infty} P_0\,(t) = \frac{\mu_1}{s_1}\frac{\mu_2}{s_2}$.

По данным, предоставленным Сетевой компанией, интенсивности потоков отказов и восстановлений системы значительно изменяются от месяца к месяцу. В данной работе сравниваются коэффициенты готовности системы в июле и марте. Для расчетов использованы интенсивности потоков отказов, представленные в таблице:

Вид отказа	июль	март
Повреждение опоры, $\gamma_1\,\frac{1}{\text{час}}$	0,0319	0,0042
Восстановление опоры, $\mu_1\,\frac{1}{\text{час}}$	0,0201	0,0799
Обрыв провода,$\gamma_2\,\frac{1}{\text{час}}$	0,0319	0,0069
Восстановление провода, $\mu_2\,\frac{1}{\text{час}}$	0,0301	0,0651

В результате временная зависимость вероятности основного состояния системы (вероятность безотказной работы за месяц) определяется в июле соотношением

$P_0(s) = 0{,}2762 + 0{,}3444e^{-0{,}0249t} + 0{,}3794e^{-0{,}0894t}$,

а в марте соотношением

$P_0(s) = 0{,}8630 + 0{,}1233e^{-0{,}0701t} + 0{,}0{,}0137e^{-0{,}0860t}$.

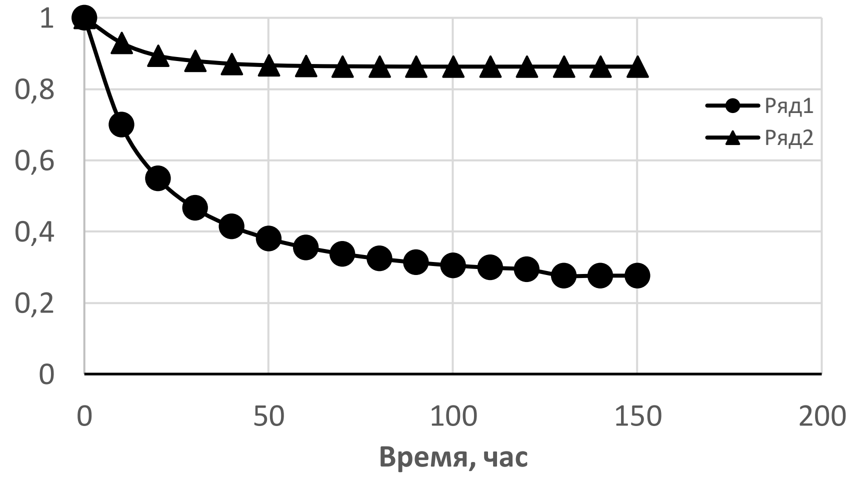

Рис.2. Временная зависимость надежности (вероятности основного состояния системы): 1- июль; 2- март.

Полученные результаты графически представлены на рис.2, из которого видно, что финальное значение вероятности основного состояния в июле и марте существенно различаются и составляют $\frac{\mu_1}{s_1}\frac{\mu_2}{s_2} = 0{,}2762$ в июле и $\frac{\mu_1}{s_1}\frac{\mu_2}{s_2} = 0{,}8630$ в марте и достигается примерно через 150 часов работы системы. Сезонное различие в надежности системы показывает, что в летние месяцы необходимы дополнительные меры для ее обеспечения.

Список литературы:

1. Диллон, Б. Инженерные методы обеспечения надежности систем /Б. Диллон, Ч. Сингх // М: МИР,1984. – 576 с.
2. Венцель, Е.С. Прикладные задачи теории вероятностей / Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. // М.: Радио и связь, 1983.- 415 с.
3. Казунина, Г.А. Математика: преобразования Фурье, преобразования Лапласа. - Кемерово: КузГТУ, 2015. – 128 с.