УДК 378

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ К РЕШЕНИЮ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ЗАДАЧ КАК СРЕДСТВО ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА ПОДГОТОВКИ ИНЖЕНЕРНЫХ КАДРОВ

Победаш П.Н., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры математики
Мальцева О.М., ст. преподаватель кафедры математики
Туманов Р.Ф., студент гр. ИСт-193, I курс
Кузбасский государственный технический университет
имени Т.Ф. Горбачева
г. Кемерово

В работе обосновывается необходимость использования разных способов решения теоретических и прикладных задач из различных разделов математики (геометрии, алгебры, математического анализа и др.) как важного подхода, нацеленного на повышение общего уровня математической культуры и математических знаний, что необходимо для качественной подготовки инженерных кадров. В статье предлагаются примеры использования этих подходов к решению квадратного уравнения.

К важным задачам педагогической науки всегда относилась подготовка кадров с развитым системным творческим мышлением, способных решить инновационные задачи, которые ставит перед ними общество.

Подготовку обучающихся к научной деятельности необходимо осуществлять на всех этапах их образования. При взаимодействии системы школьного и вузовского образования, обеспечении преемственности в содержании, методах и средствах обучения, предоставлении возможности осуществить погружение в предметную среду вуза, в его научную жизнь, повышается мотивация обучающихся на получение инженерно-технического образования, что является актуальным в соответствие с государственной программой Российской Федерации развития образования [1]. Поэтому подготовка квалифицированных инженерно-технических кадров является практически значимой задачей.

Показывать применение алгебры к решению геометрических задач и использование геометрии при решении алгебраических задач необходимо, чтобы обучающийся имел возможность выбирать наиболее понятный для него ход решения. Это в перспективе важно при решении прикладных инженерно-технических задач [2].

Рассмотрим геометрические подходы применительно к задаче решения квадратного уравнения, которая является одной из основных тем алгебры.

Квадратными уравнениями занимались еще около 2000 лет до н.э. вавилоняне, изложив методы решения некоторых типов квадратных уравнений. При этом правила решения таких уравнений совпадают с современными, однако, их обоснование не приведено. Прикладные задачи на применение квадратных уравнений встречаются уже в 499 г. в Древней Индии. Однако, общее правило решения квадратных уравнений было сформулировано только в 1544 году Михаэлем Штифелем, а немного позднее Франсуа Виет предложил вывод формулы решения квадратного уравнения в общем виде, правда, учитывая только положительные корни. Лишь в 17 веке, благодаря работе многих ученых, метод решения квадратных уравнений принимает современный вид.

В курсе алгебры предлагается ряд общепринятых алгебраических методов решения квадратных уравнений (разложение левой части уравнения на множители; решение по формуле с использованием дискриминанта и др.).

При этом графические способы их решения в курсе математики освещены в меньшей степени. Для развития образного мышления, необходимого для решения прикладных инженерных задач, целесообразно больше внимания уделять примерам, показывающим взаимосвязь между алгебраическим и геометрическим подходами.

Приведем примеры применения геометрического подхода к решению квадратных уравнений.

Пример 1. Рассмотрим пример из «Алгебры» ал-Хорезми [3] решения квадратного уравнения $x^2 + 10x = 39$.

Эта задача формулировалась следующим образом: «Квадрат и десять корней равны 39».

Строим малый квадрат со стороной x (на рис.1 он выделен черным цветом) и на его сторонах – четыре прямоугольника высотой $\frac{10}{4}$ (т.к. коэффициент при x в исходном уравнении равен 10). В углах фигуры построим четыре квадрата со стороной $\frac{10}{4}$.

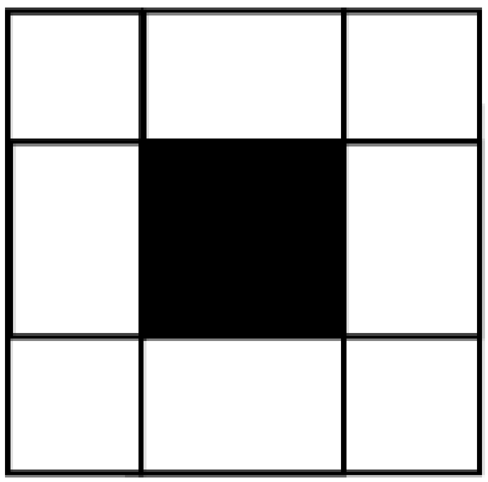

Рисунок. 1. Квадрат для решения уравнения $x^2 + 10x = 39$

Подсчитаем площадь получившегося большого квадрата как сумму площадей составляющих его фигур:

$$x^2 + 4 \cdot \left(\frac{10}{4}x + \left(\frac{10}{4}\right)^2\right) = x^2 + 10x + \left(\frac{10}{4}\right)^2 \cdot 4$$

По условию $x^2 + 10x = 39$, т.е. площадь большого квадрата равна

$$39 + \left(\frac{10}{4}\right)^2 \cdot 4 = 39 + 25 = 64.$$

Значит, сторона большого квадрата равна 8. Следовательно, $x + 2 \cdot \left(\frac{10}{4}\right) = 8$, откуда находим $x = 3$ (Ал–Хорезми не признавал отрицательных чисел).

Пример 2. Решить уравнение $y^2 + 6y - 16 = 0$.

Рассмотрим прием, который использовали в Древней Греции для некоторых видов квадратных уравнений. Иллюстрация решения показана на рисунке 2.

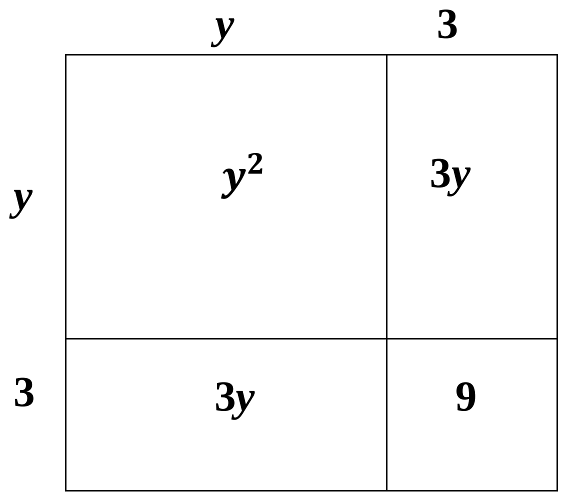

Рисунок 2. Квадрат для решения уравнения$y^2 + 6y - 16 = 0$

Перегруппируем слагаемые исходного уравнения: $y^2 + 6y = 16$. По свойствам решения уравнений $y^2 + 6y + 9 = 16 + 9$ или $y^2 + 6y + 9 = 25$. Это означает, что выражения $y^2 + 6y + 9$ и 25 геометрически представляют собой площадь одного и того же квадрата со стороной $(y + 3)$, то есть сумма площадей прямоугольников, составляющих площадь этого квадрата, равна, с одной стороны, $y^2 + 2 \cdot 3y + 9$, а с другой стороны, $(y + 3)^2$. Таким образом, данное геометрическое соотношение алгебраически можно переписать в виде $y^2 + 6y + 9 = (y + 3)^2$. Откуда получаем, что $y + 3 = \pm 5$, или $y_1 = 2$, $y_2 = -8$.

Данный метод решения квадратных уравнений, использующий геометрическую трактовку, алгебраически эквивалентен методу выделения полного квадрата для приведенных квадратных уравнений.

Говоря о геометрическом подходе к решению квадратных уравнений, нельзя не упомянуть о графическом подходе, основанном на следующем алгоритме.

Пусть требуется решить уравнение $x^2 + px + q = 0$.

1. Преобразуем его к виду $x^2 = -px - q$.

2. В одной прямоугольной системе координат построим графики зависимостей $y = x^2$ и $y = -px - q$, соответствующих левой и правой частям последнего уравнения (графиком левой части является парабола с вершиной в точке $O(0; 0)$, графиком правой части является прямая).

3. Графически находим абсциссы точек пересечения указанных линий (рис.3).

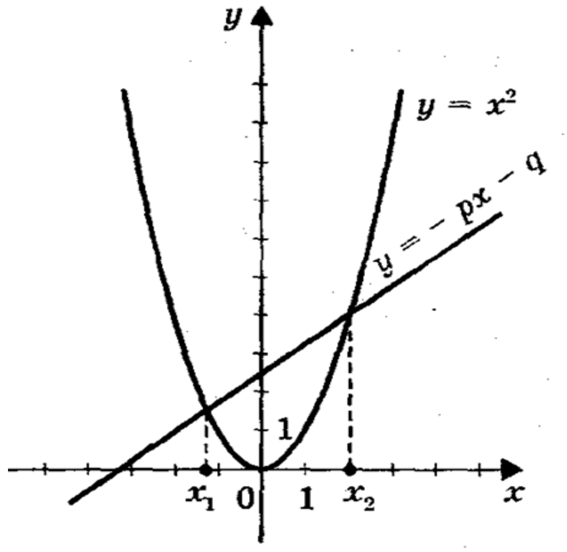

Рисунок 3. Графики функций $y = x^2$ и $y = -px - q$

При построении возможны следующие случаи:

- две точки пересечения графиков соответствуют наличию двух различных действительных корней исходного уравнения;
- одна общая точка – точка касания параболы и прямой – соответствует наличию единственного действительного корня кратности 2;
- отсутствие точек пересечения графиков означает отсутствие действительных корней, то есть корни являются комплексно-сопряженными.

Отметим, что, несмотря на простоту геометрического подхода к решению квадратных уравнений, у него имеется ограничение: в отличие от алгебраического подхода он не позволяет находить комплексные корни.

Список литературы:

1. Постановление Правительства РФ от 15.04.2014 N 295 "Об утверждении государственной программы Российской Федерации "Развитие образования" на 2013 - 2020 годы"

2. Организационно-методическое обеспечение учебного процесса в вузе. Учебно-методическое пособие [текст] / Н. Г. Берденникова, В. И. Меденцев. – СПб: БАТиП, 2006.

3. Сираждинов С.Х, Матвиевская Г.П. Ал-Хорезми – выдающийся математик и астроном средневековья: Пособие для учащихся.- М.: Просвещение, 1983