

УДК 51

ПРИМЕНЕНИЕ ГРАФОВ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ

Липина Г.А., старший преподаватель
Кондратьев И.А., студент гр. ПИБ-193, 1 курс
Кузбасский государственный технический университет
имени Т. Ф. Горбачёва
г. Кемерово

Теория графов это один из важнейших разделов дискретной математики, родоначальником которой принято считать математика Леонарда Эйлера. Он первый открыл способ решения задач через графы и применил его на практике. В настоящее время теория графов нашла применение в таких областях, как информатика, биология, химия, физика и т.д. Остановимся подробнее на некоторых задачах, решаемых с помощью графов.

Теория информации широко использует свойства двоичных деревьев, когда нужно закодировать некоторое число сообщений в виде определенных последовательностей нулей и единиц различной длины. Код считается наилучшим, для заданной вероятности кодовых слов, если средняя длина слов является наименьшей в сравнении другими распределениями вероятности. Для решения такой задачи был предложен алгоритм, в котором, код представляется деревом-графом в рамках теории поиска. Для каждой вершины предлагается вопрос, ответом на который может быть либо, «да», либо «нет» – что соответствует двум ребрам, выходящим из вершины. Построение такого дерева завершается после установления того, что требовалось.

В химии А. Кэли рассмотрел задачу о возможных структурах, насыщенных углеводородов, молекулы которых задаются формулой C_nH_{2n+2} .

Все атомы углеводорода 4-х валентны, все атомы водорода 1-валентны. Каждую молекулу предельного углеводорода можно представить в виде дерева. При удалении всех атомов водорода, атомы углеводорода образуют дерево с вершинами, степень которых не выше четырех. Значит, количество возможных искомым структур равняется числу деревьев, степени вершин которых, не больше четырёх. Это задача сводится к задаче о перечислении деревьев отдельного вида.

Широкое применение теория графов находит и в биологии. Процесс размножения бактерий – это одна из разновидностей ветвящихся процессов. Пусть каждая бактерия по истечению определенного времени или погибает, или делится на две. Следовательно, для одной бактерии можно получить двоичное дерево размножения ее потомства. Таким образом, можно определить количество потомков в n-м поколении одной бактерии.

В физике графы используются при создании печатных схем (в пластине диэлектрика, изготовленного из изолирующего материала, вытравливаются дорожки в виде металлических полосок). Пересечение дорожек должно происходить только в определенных местах по определенным правилам. Задача сводится к вычерчиванию плоского графа с вершинами в нужных точках.

Даже интернет не смог обойтись без графов. Сеть интернета можно представить в виде графа, вершинами которого являются интернет сайты, а ребра – это ссылки (гиперссылки), идущие с одних сайтов на другие. Веб-граф (Интернет), имеющий миллиарды вершин и ребер, постоянно меняется – спонтанно добавляются и исчезают сайты, пропадают и добавляются ссылки.

Рассмотрим несколько задач, решаемых с помощью графов.

Задача. Проложить оптимальный маршрут через города Кемеровской области: Кемерово, Юрга, Анжеро-Судженск, Белово, Новокузнецк.

Решение: Необходимо построить граф, вершинами которого будут названные города, а ребрами – расстояния между ними. (рис.1)

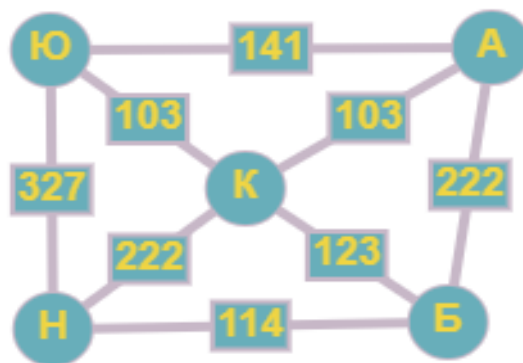


Рис.1

Возможную последовательность посещения городов представим в виде графа – дерева (рис.2).

В качестве корневой вершины выберем Анжеро – Судженск.

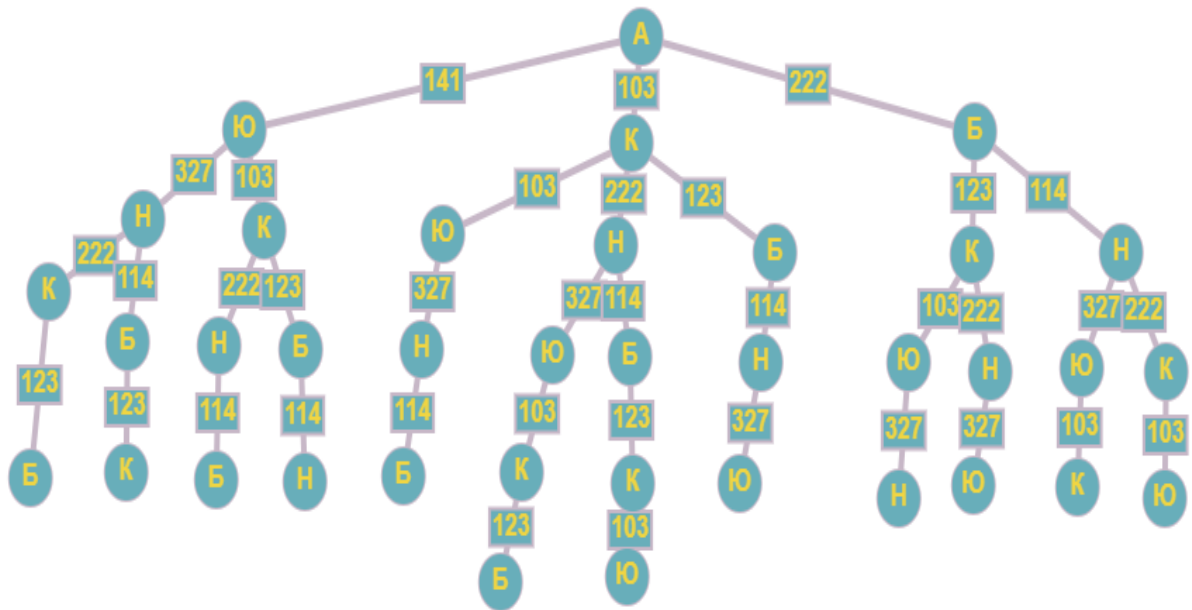


Рис.2

Вычислим длины каждого из возможных маршрутов и найдем среди них самый оптимальный. Оказалось, что кратчайшим является маршрут, представляющий такую последовательность посещения городов: Анжеро-Судженск; 2. Юрга; 3. Кемерово; 4. Белово; 5. Новокузнецк. Его длина составила 481 км.

Задача: Определить кратчайший маршрут между магазинами «Лига спорта», находящихся в городе Кемерово.

Решение: в городе Кемерово есть 3 магазина «Лига спорта», поэтому обозначим их: Л1, Л2, Л3. Теперь построим граф с вершинами (Л1, Л2, Л3), соединив их ребрами и написав на ребрах длину кратчайшего маршрута между магазинами (рис.3).

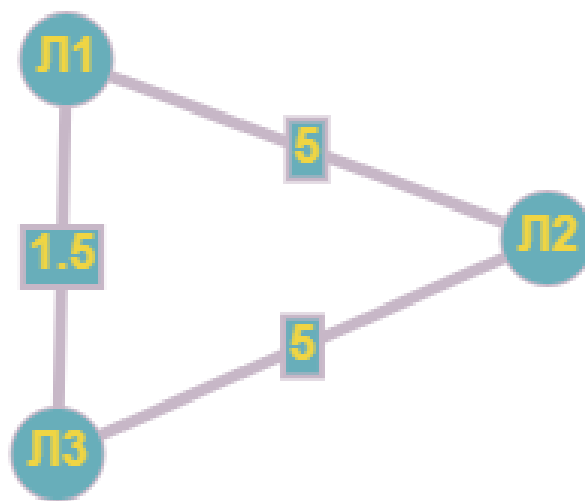


Рис.3

После построения этого графа, необходимо построить граф-дерево (рис.4).

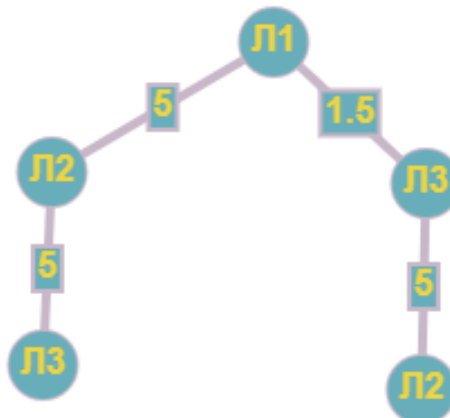


Рис.4

Сложив длины ребер графа по двум направлениям, находим из них наименьшее - это и будет нашим ответом. Ответ: 6.5 км.

Практическое применение имеют графы для наглядного изображения некоторого комплекса работ. Вершинами графа здесь могут служить этапы проведения производственного процесса или планируемого мероприятия, а ребрам могут соответствовать числа, означающие, например, время выполнения.

Допустим, требуется провести олимпиаду по математике в КузГТУ.

Числами обозначим этапы подготовки и проведения данного мероприятия:

- 1 – утверждение ответственных за проведение олимпиады;
- 2 – обеспечение материальной составляющей, разработка банка задач, информация о проведении олимпиады (объявление в корпусах, на сайте, оповещение через преподавателей);
- 3 – проведение олимпиады;
- 4 – проверка работ, подведение итогов;
- 5 – апелляция;
- 6 – награждение.

Представим диаграмму поэтапного проведения олимпиады. На ребрах указано время, затраченное на выполнение этой работы (в днях) (рис 5).

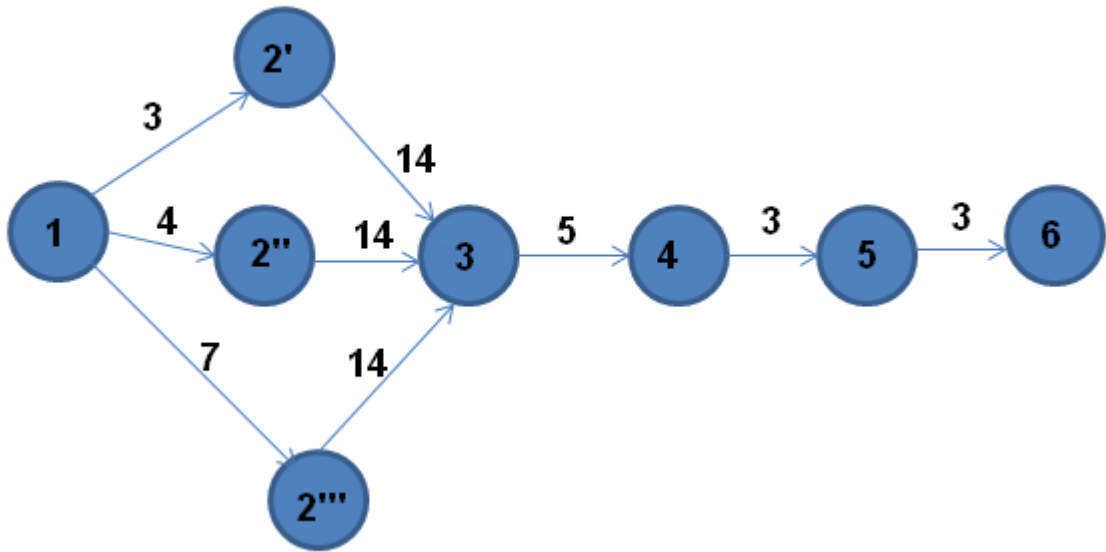


Рис.5

Сценарий проведенного мероприятия, представленного в виде графа, позволяет нам эффективно планировать действия для решения поставленной задачи.