УДК 51

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АППАРАТА ДЛЯ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЯ В КОНФЛИКТНЫХ СИТУАЦИЯХ

Закусилов В.Е., 11 класс, гимназия №71 «Радуга», г. Кемерово
Мальцева О.М., ст. преподаватель кафедры математики
Кузбасский государственный технический университет
имени Т.Ф. Горбачева
г. Кемерово

Часто при решении бытовых или рабочих проблем, между взаимодействующими сторонами возникают конфликты интересов. Конфликт встречается во многих областях, например, в экономике, политологии, социологии, биологии, кибернетике, военном деле и ряде других. Из конфликтных ситуаций каждый участник старается выйти с наименьшим для себя ущербом и максимальной выгодой, которую он может получить.

Существует специальная дисциплина - теория игр, изучающая закономерности в возникающих конфликтных ситуациях, которая занимается вопросом принятия решения в условиях конфликта несколькими противниками, каждый из которых стремится за счет других оптимизировать свои решения [3].

Жозеф Луи Франсуа Бертран, французский математик, попытался дать математическую трактовку стратегии в играх еще в 1889 году в курсе теории вероятностей «Calcul des probabilités». Но, официально принято считать, что теория игр зародилась в начале XX века как итог многолетних исследований в области азартных игр, которые подвел выдающийся французский математик Луи Борель. Долгое время она оставалась лишь математической теорией, хотя рассматривала математические модели. Как самостоятельная дисциплина, теория игр сформировалась к середине XX века. Ее основателями считают американского экономиста Оскара Моргенштерна и венгерского математика Джона фон Неймана. Позже весомый вклад в ее развитие внес американский математик, лауреат Нобелевской премии по экономике, Джон Форбс Нэш. Теория игр стала гораздо шире просто теории азартных игр. Игры перестали быть развлечением [1].

Современная теория игр является самостоятельным разделом математики, изучающим математические модели принятия решений в конфликтных ситуациях. Игрой считают математическую модель данной конфликтной ситуации, а игроками - стороны, участвующие в конфликте. Каждый участник реализует свою стратегию, которая может привести к его выигрышу, если построить ее рационально, и к проигрышу, если нерационально. А теория игр позволяет спланировать действия участника на несколько шагов вперед с целью выбора наилучшей стратегии, учитывая известные данные о возможностях и ресурсах других участников.

Применение теории игр актуально в международных отношениях, в экономике монополий, в разработках искусственного интеллекта и многих других отраслях [3]. Игры представляют собой строго определённые математические объекты. Они являются планом, согласно которому двое или большее количество игроков реализуют свои стратегии с целью влияния на результат игры. К признакам игры, как математической модели ситуации, относятся: наличие нескольких участников; конфликт их интересов, неопределённость и взаимосвязанность их поведения. Оговариваются правила поведения, известные всем участникам. Игры можно квалифицировать: по количеству стратегий; по количеству игроков; по характеру взаимодействия сторон; по характеру выигрышей; по виду функции игры [1]. Хотя основное количество игр дискретны, можно их составляющие (количество игроков, ходов, результатов и т. п.) расширить на множество действительных чисел. Такие игры рассматриваются в теории оптимизации, в технике и технологиях, в физике.

Сценарий игры позволяет создавать математические модели. *Случай* определяет инициативу игроков при выборе стратегии. Существуют игры, в которых случай роли не играет (шахматы), и игры, результат которых целиком устанавливается случаем (подкидывание монеты). В такой игре инициатива игроков ограничена закладом. *Заклад* является итогом игры. Он может быть нематериальным и материальным. Поскольку закладу можно присвоить номер, что является важной числовой характеристикой (в простом случае номера могут быть 1 (выигрыш) и 0 (проигрыш)), следовательно, к нему можно применить математический метод.

В условиях рыночных отношений разумное применение методов теории игр может повысить качество и эффективность принимаемых экономических решений. Поэтому теория игр является обязательным разделом математической экономики. Она помогает определить оптимальный выпуск продукции на предприятии в условиях конкуренции с аналогичными производителями, определить оптимальную выплату страховых взносов и т.п.

В экономических ситуациях чаще всего сталкиваются с недостаточно полной информацией. Поэтому принятие решения связано с определенным риском. При анализе экономических ситуаций можно столкнуться как с одноходовыми, так и с многоходовыми играми. При этом количество стратегий может быть как конечным, так и бесконечным [2].

В основном, в экономике теория игр использует матричные, или прямоугольные игры, для которых составляют платежную матрицу. При наличии седловой точки решением игры являются чистые стратегии, при ее отсутствии решение следует искать в смешанных стратегиях, то есть используя случайные величины, где их возможными значениями являются чистые стратегии. При этом можно воспользоваться графическим методом, решением систем уравнений, симплекс-методом. Решая матричную задачу, мы находим лучшую стратегию для каждого из участников. При этом полезно руководствоваться принципом: для участника следует выбирать стратегию, которая при наихудшем поведении его противника позволит получить наибольший выигрыш [2].

Рассмотрим пример прикладной производственной задачи в области экономики: пусть в городе две конкурирующие компании («Сладушка» и «Шокомир») занимаются производством горького и молочного шоколада. Участники имеют противоположные интересы. Обозначим стратегию компании «Сладушка» Ai, компании «Шокомир» - Bi. Будем рассчитывать эффективность для всех возможных вариантов сочетаний стратегий данных компаний. Для этого построим платежную матрицу с модельными данными (Таблица 1).

Таблица 1. Платежная матрица игры

«Шокомир» / «Сладушка»	B_1	B_2	min
A_1	3	5	**3**
A_2	8	2	**2**
max	**8**	**5**	

Проверим наличие седловой точки.

Нижняя цена игры (гарантированный выигрыш компании «Сладушка»): a = max (min) = max (3; 2) = 3. Верхняя цена игры (гарантированный проигрыш компании «Шокомир») b = min (max) = min (8; 5) = 5. Получили $a \neq b$, то есть седловой точки нет, и ситуация неравновесная. Цена игры $\boldsymbol{v}$ будет находиться в интервале [3; 5]. Так как у данной платежной матрицы седловая точка отсутствует, то матричную игру будем решать в смешанных стратегиях.

Если компания «Сладушка» использует свою оптимальную смешанную стратегию, то при чистых активных стратегиях компании «Шокомир» получим

$$\begin{cases} 3p_1 + 8p_2 = v, \\ 5p_1 + 2p_2 = v, \\ p_1 + p_2 = 1. \end{cases}$$

где p_1 и p_2 – соответственно вероятности выбора 1-й и 2-й чистой стратегии компании «Сладушка».

Для компания «Шокомир», соответственно, получим

$$\begin{cases} 3q_1 + 5q_2 = v, \\ 8q_1 + 2q_2 = v, \\ q_1 + q_2 = 1. \end{cases}$$

где q_1 и q – соответственно вероятности выбора 1-й и 2-й чистой стратегии компании «Шокомир».

Из систем уравнений, находим: $p_1 = 3/4$, $p_2 = 1/4$, $q_1 = 3/8$, $q_2 = 5/8$ – вероятности применения первой и второй стратегии компаний «Сладушка» и «Шокомир» соответственно. Цена игры $v = 17/4$. Для компании «Сладушка» оптимальной смешанной стратегией является стратегия P (3⁄4; 1⁄4), а для компании «Шокомир» - Q (3⁄8; 5⁄8).

Можно рекомендовать компании «Сладушка» распределить производство шоколада таким образом: 75% от общего объема производства отдать производству горького шоколада, а 25% - молочного шоколада.

Компании «Шокомир» целесообразно распределить производство горького и молочного шоколада 37,5% и 62,5% соответственно.

Таким образом, применение методов теории игр позволяет избежать реального конфликта при несовпадении интересов участников процесса. Появляется возможность, используя известные данные о ресурсах и возможностях другого игрока, заранее разработать рекомендации для участника игры по его действиям на несколько шагов вперед с целью выбора лучшей для него стратегии. Ценность применения оптимальной смешанной стратегии в возможности обеспечить игроку максимальный средний выигрыш, равный цене игры, независимо от действий, предпринимаемых соперником, при условии, что тот не выйдет за пределы своих активных стратегий.

Список литературы:

1. Берн, Эрик. Игры, в которые играют люди: психология человеческих взаимоотношений / Эрик Берн; [пер. с англ. А. Грузберга]. Москва: Издательство «Э», 2017,- 256 с.
2. Слива, И. И. Применение метода теории игр для решения экономических задач [Текст] / И. И. Слива // Известия Московского государственного технического университета МАМИ. – 2013. - №1. – С. 154-162.
3. Нейлбафф Б. Д. Теория игр. Искусство стратегического мышления в бизнесе и жизни / Б. Д. Нейлбафф - «Манн, Иванов и Фербер (МИФ)», 2008, 750 с.