

УДК 51

## МАТЕМАТИКА И МЕДИЦИНА

Зырянова Н.В., студентка гр. ХТб-191, I курс  
Гутова Е.В., ст. преподаватель кафедры математики  
Кузбасский государственный технический университет  
имени Т.Ф. Горбачева  
г. Кемерово

В последнее время математические методы анализа данных проникают в самые различные сферы научных исследований. Так, математика не смогла обойти стороной и медицину.

Сегодня в мире клинической и фундаментальной медицины наблюдается переход от различных «эмпирических» результатов лечения и исследования, к «доказательным». Доказательная медицина использует лучшие результаты клинических исследований для лечения, а также внедрение научных доказательств с клиническим опытом.

Но с переходом к доказательной медицине появляются и множество других проблем: сбор и анализ полученных данных, формирование репрезентативных выборок, их правильная интерпретация и многое другое. Современные врачи не всегда могут справиться с данной задачей и тогда к ним на помощь приходит математика.

Вся медицинская статистика основана на использовании инструментов и методов математической статистики и биоинформатики.

Для примера попробуем использовать следующую ситуацию. В ходе исследования экскреции селена у детей города Кемерово мы получили следующие результаты по экскреции среди мальчиков. В основном, при анализе результатов медицинских исследований без использования контрольных групп делается описательная статистика полученного материала. В эту статистику входят: среднее арифметическое выборки, дисперсия, средняя квадратичная ошибка отдельного измерения/стандарт отклонения, наибольшая возможная ошибка отдельного измерения, ревизия с использованием правила «трёх сигм», нахождение доверительных интервалов, точность прямого измерения, доверительный интервал измеряемой величины, предельная относительная погрешность.

Таблица 1. Полученные результаты исследования

Уровень экскреции, мкг	00	00	02	02	06	09	09	12	18	47	69
------------------------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Вся обработка результатов проводится в 2 этапа:

1. Доказательство достоверности каждой полученной в эксперименте величины.

2. Нахождение точности измерений  $\Delta\chi$  и доверительный интервал значений.

Этап I

Необходимо составить ранжированный ряд полученных результатов с указанием их значений  $\chi_i$  и количеством частот  $m_i$ .

Таблица 2. Значения и частоты

$\chi_i$	$m_i$
100	2
102	2
106	1
109	2
112	1
118	1
147	1
169	1

Находим среднее арифметическое  $\chi_{\text{ср}}$ :

$$\chi_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^k \chi_i \cdot m_i}{n}$$

$$\chi_{\text{ср}} = \frac{(100 \cdot 2) + (102 \cdot 2) + \dots + (147 \cdot 1) + (169 \cdot 1)}{11} = 115,8 \text{ мкг/л}$$

Далее находим дисперсию:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (\chi_i - \chi_{\text{ср}})^2 \cdot m_i}{n}$$

Таблица 3. Промежуточные вычисления при нахождении дисперсии

$\chi_i$	$m_i$	$\chi_i - \chi_{\text{ср}}$	$(\chi_i - \chi_{\text{ср}})^2$	$(\chi_i - \chi_{\text{ср}})^2 \cdot m_i$
100	2	-15,8	249,64	499,28
102	2	-13,8	190,44	380,88
106	1	-9,8	96,04	96,04
109	2	-6,8	46,24	92,48
112	1	-3,8	14,44	14,44
118	1	2,2	4,84	4,84
147	1	31,2	973,44	973,44
169	1	53,2	2830,24	2830,24
				$\sum 4891,64$

$$S^2 = \frac{4891,64}{11} = 444,69 \text{ мкг/л}$$

Находим среднюю квадратичную ошибку:

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (\chi_i - \chi_{\text{ср}})^2 \cdot m_i}{n}} = \sqrt{444,69} = 21,09 \text{ мкг/л}$$

Находим наибольшую ошибку:

$$S_{\text{наиб}} = 3S = 21,09 \cdot 3 = 63,27 \text{ мкг/л}$$

Для проведения ревизии нам необходимо сравнить модули отклонений  $|\chi_i - \chi_{\text{ср}}|$  с наибольшей ошибкой  $S_{\text{наиб}}$ . по следующему условию:

$$|\chi_i - \chi_{\text{ср}}| < S_{\text{наиб}}$$

Так как для всех значений условие выполняется, то можно продолжать расчёты.

Этап II

Находим среднюю квадратичную ошибку среднего арифметического:

$$S_{\chi_{\text{ср}}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{21,09}{\sqrt{11}} \approx 6,41 \text{ мкг/л}$$

Определяем точность прямого измерения:

$$\Delta\chi = t_{\alpha,k} \cdot S_{\chi_{\text{ср}}}$$

Как правило, в медицинских исследованиях уровень  $P$  доверительной вероятности обычно равен 99,9%, 99,5% и т.п. Мы будем использовать вероятность  $P=95\%$  с уровнем значимости  $\alpha = 1 - 0,95 = 0,05$ . Параметр  $t_{\alpha,k}$  находится в таблице критических точек распределения Стьюдента. Число степеней свободы  $k = n - 1$ ,  $k = 11 - 1 = 10$ ,  $t_{0,05;10} = 2,23$

Следовательно, точность измерений будет определяться как:

$$\Delta\chi = 2,23 \cdot 6,41 \approx 14,30 \text{ мкг/л}$$

Доверительный интервал будет вычисляться как:

$$\chi_{\text{ср}} - \Delta\chi < \mu < \chi_{\text{ср}} + \Delta\chi$$

$$115,8 - 14,30 < \mu < 115,8 + 14,30,$$

$$96,31 < \mu < 135,29 \text{ или } \mu = 115,8 \pm 14,30 \text{ мкг/л}$$

Предельная относительная погрешность:

$$\delta = \frac{\Delta\chi}{\chi_{\text{ср}}} \cdot 100\% = \frac{14,30}{115,8} \cdot 100\% \approx 12,35\%$$

Итог: истинное значение экскреции селена у мальчиков равна  $\mu = 115,8 \pm 14,30$  мкг/л с доверительной вероятностью 0,95.

Из всех вышеперечисленных вычислений приходим к выводу о том, что математика является неотъемлемой частью современной доказательной медицины.

### Список литературы:

1. Трухачева Н.В. Медицинская статистика: учеб. пособие [Книга]. - Ростов н/Д : Феникс, 2017. - Т. 79 : стр. 324. - ил.- (Высшее медицинское образование).

2. Бухтоярова, В.И. Математика [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие по внеаудиторной самостоятельной работе для

обучающихся по основным профессиональным образовательным программам высшего образования по специальности «Педиатрия» (уровень высшего образования специалитет) / В. И. Бухтоярова. - Электрон. дан. - Кемерово, 2019.