

УДК 656

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ ПРИ ПЛАНИРОВАНИИ ТРАНСПОРТИРОВКИ ГРУЗА АВТО- МОБИЛЬНЫМ ТРАНСПОРТОМ

Семенова О.С., к.т.н., доцент кафедры АП  
Евдокимова А.О., студент гр. ТЛб-181, II курс;  
Черных Е.Д., студент гр. АПб-181, II курс;  
Хевиашвили Л.З., студент гр. ТЛб-181, II курс;  
Кузбасский государственный технический университет  
имени Т.Ф. Горбачева,  
г. Кемерово

Планирование перевозочной деятельности транспортных предприятий является основой для оптимального использования материальных и трудовых ресурсов. После получения заказа и согласования договора на транспортировку с клиентом [1], необходимо выбрать транспортное средство, которое по своим технико-эксплуатационным характеристикам подходит для перевозки данного вида груза. Затем составляется наиболее оптимальный перевозочный маршрут. Следует заметить, что не для всех видов груза и типов транспортных средств перевозка по выбранному маршруту будет минимизировать целевую функцию, представляющую собой транспортные затраты. Например, большинство дорог, по которым перевозят крупногабаритные грузы, не проходят через населенные пункты, а идут в обход, тем самым увеличивается рабочее время водителя, возрастает время доставки груза и увеличиваются затраты на топливо.

Рассмотрим задачу планирования доставки крупногабаритного груза – строительных материалов – из города Мариинска в города Анжеро-Судженск, Березовский, Кемерово, Ленинск-Кузнецкий, Белово, Киселёвск, Бачатский, Прокопьевск, Новокузнецк (рисунок 1). Для транспортировки груза по перевозочному маршруту выбран автомобиль КамАЗ-65117, грузоподъемностью 14 тонн, грузовместимостью 46,4 м<sup>3</sup>.

В настоящее время существует большое количество методов поиска кратчайшего пути между узлами сети. Рассмотрим стандартный алгоритм решения этой задачи – алгоритм Беллмана-Форда, идея которого состоит в нахождении связанных между собой дорог на транспортной сети, которые в совокупности имеют минимальную длину от исходного пункта  $i$  до пункта назначения  $j$  [3]. Предположим, что вершина 1 (г. Мариинск) является вершиной-источником и требуется найти длины кратчайших путей  $U_j$  от вершины 1 до каждой другой вершины  $j$  графа (рисунок 1), тогда

$$U_j = \min(U_i + d_{ij}), \quad (1)$$

где  $d_{ij}$  – расстояние на сети между смежными узлами  $i$  и  $j$ ,  $U_i$  – кратчайшее расстояние до узла  $i$ . Согласно алгоритму расстояние до первого пункта всегда принимается равным нулю, то есть  $U_1 = 0$  км.

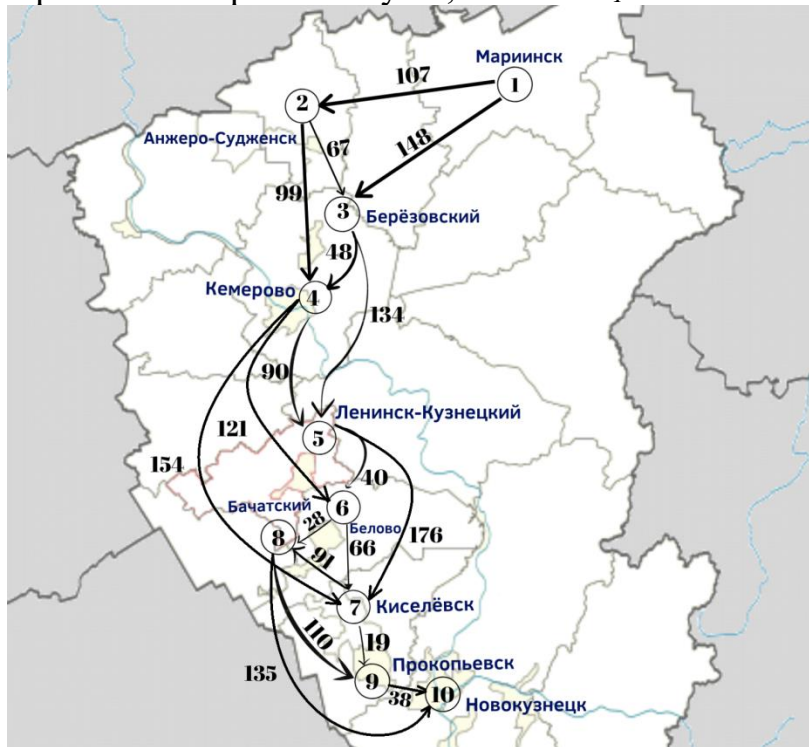


Рисунок 1 – Дислокация потребителей

Проводя расчеты по формуле (1), получаем длину пути до Анжеро-Судженска  $U_2 = U_1 + d_{12} = 0 + 107 = 107$  км, до Березовского  $U_3 = \min(U_1 + d_{13}; U_2 + d_{23}) = \min(148; 174) = 148$  км, до Кемерово  $U_4 = \min(U_2 + d_{24}; U_3 + d_{34}) = \min(206; 196) = 196$  км, до Ленинск-Кузнецкого  $U_5 = 283$  км, до Белово  $U_6 = 317$  км, до Киселевска  $U_7 = 383$  км, до Бачатского  $U_8 = 345$  км, до Прокопьевска  $U_9 = 402$  км, до Новокузнецка  $U_{10} = 440$  км. Таким образом, сформирован развозочный маршрут с 9 пунктами разгрузки общей протяженностью  $L = 440$  км.

Для расчета продолжительности рейса необходимо определить время, затрачиваемое на ожидание и разгрузку транспортного средства в каждом промежуточном пункте доставки груза. Для этого воспользуемся теорией массового обслуживания (СМО), позволяющей оценить среднее число заявок в системе обслуживания  $L_s$ , среднее число заявок в очереди  $L_q$ , среднюю продолжительность пребывания заявки в очереди  $W_q$ , среднюю продолжительность пребывания заявки в системе обслуживания  $W_s$ , вероятность  $p_0$  отсутствия заявок в системе и вероятность  $p_n$ , что в системе будет ровно  $n$  заявок.

Каждый пункт разгрузки можно описать моделью многоканальной системы массового обслуживания М/М/с, в которой поток поступающих и обслуженных заявок является пуассоновским с интенсивностью входного потока  $\lambda$ , интенсивностью обслуживания  $\mu$  и количеством обслуживающих при-

боров (погрузчиков)  $c$  (рис 2). Выгрузка строительных материалов осуществляется электро-погрузчиком, нормы времени на погрузку-выгрузку (время обслуживания заявки в системе  $T_{обс}$ ) приведены в [2].

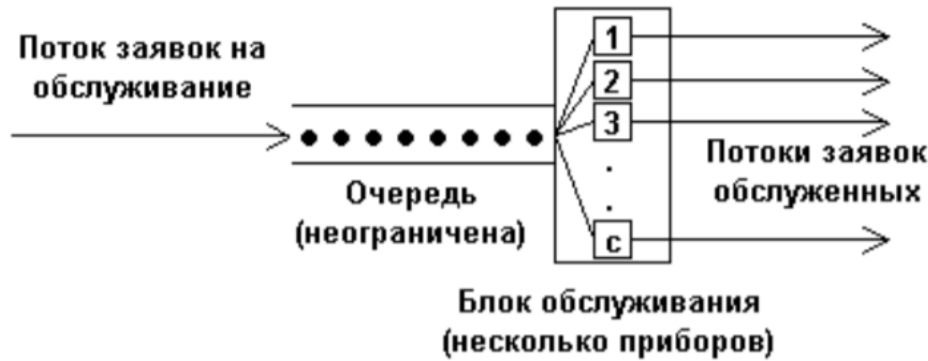


Рисунок 2 – СМО М/М/с

Обозначим  $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ , тогда, согласно [3]:

$$\mu = \frac{1}{T_{обс}} \text{ авто/час}$$

$$L_q = \frac{\rho^{c+1} * p_0}{(c-1)! * (c-\rho)^2} = \frac{c * \rho * p_c}{(c-\rho)^2}$$

$$L_s = L_q + \frac{\lambda}{\mu} = \frac{c * \rho * p_c}{(c-\rho)^2} + \rho$$

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda} = \frac{c * \rho * p_c}{\lambda * (c-\rho)^2} + \frac{1}{\mu}$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{c * \rho * p_c}{\lambda * (c-\rho)^2}$$

$$p_0 = \left( \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\lambda^n}{n! \mu^n} + \sum_{n=c}^{\infty} \left[ \left( \frac{\lambda}{c! c^{n-c}} \right) \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^n \right] \right)^{-1} = \left( \sum_{n=0}^{c-1} \frac{p^n}{n!} + \frac{p^c}{(c-1)!(c-p)} \right)^{-1}$$

$$p_n = \begin{cases} \frac{p^n p_0}{c! c^{n-c}}, & n > c \\ \frac{p^n p_0}{n!}, & n < c \end{cases}$$

Расчетные значения количества заявок  $L_s$  и  $L_q$ , времени  $W_q$  и  $W_s$ , вероятности  $p_0$  и  $p_n$  приведены в таблице 1.

Время движения со средней скоростью  $V_{cp}$  по маршруту, протяженностью  $L$  с грузом

$$t = \frac{L}{V_{cp}}$$

При  $V_{cp} = 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ ,  $t = \frac{440}{60} = 7,34 = 7 \text{ ч } 18 \text{ мин}$

Таблица 1 – Расчетные значения

Параметры	Город (пункт доставки)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Количество погрузчиков $c$	1	2	2	4	3	2	2	1	3	4
	Среднее число заявок в очереди $L_q$	0,50	0,12	0,06	0,07	0,01	0,12	0,80	0,50	0,00	0,00
	Среднее число заявок в системе обслуживания $L_s$	1,00	0,87	0,66	1,74	0,68	0,87	2,05	1,00	0,40	0,75
	Средняя продолжительность пребывания заявки в очереди $W_q, ч$	0,50	0,04	0,02	0,01	0,00	0,04	0,27	0,50	0,00	0,00
	Средняя продолжительность пребывания заявки в системе обслуживания $W_s, ч$	1,00	0,29	0,22	0,35	0,17	0,29	0,68	1,00	0,20	0,15
	Время обслуживания $T_{обс}, мин$	30	15	12	20	10	15	25	30	12	9
	Интенсивность поступления ТС $\lambda$ , авто/ час	1	3	3	5	4	3	3	1	2	5
	Количество заявок в системе $n$	1	2	2	4	3	2	2	1	3	4
	Интенсивность обслуживания $\mu$ , авто/ час	2	4	5	3	6	4	2,4	2	5	6,67
	Интенсивность нагрузки $\rho$	0,50	0,75	0,60	1,67	0,67	0,75	1,25	0,50	0,40	0,75
	Вероятность того что в системе отсутствуют заявки $p_0$	0,50	0,45	0,54	0,19	0,51	0,45	0,23	0,50	0,67	0,47
Вероятность того что в системе $n$ заявок	0,71	0,44	0,38	0,05	0,14	0,44	0,53	0,71	0,09	0,04	

Суммарное время, потраченное на простои в ожидании погрузки/разгрузки и на обслуживание во всех пунктах составит

$$W = \sum_{k=1}^{10} W_s = 4,35 = 4ч 21 мин.$$

Тогда, суммарное время, затраченное на перемещение по маршруту и выполнение технологических операций составит  $T = t + W$

$$T = 7ч 18мин + 4ч 21мин = 11ч 39мин$$

В ходе решения задачи доставки стройматериалов по развозочному маршруту из г. Мариинск в города Анжеро-Судженск, Березовский, Кемерово, Ленинск-Кузнецкий, Белово, Киселёвск, Бачатский, Прокопьевск и Новокузнецк был найден оптимальный маршрут, определена его протяженность, рассчитано время движения по маршруту с учетом простоев под погрузкой/разгрузкой. Построенную модель функционирования системы доставки

грузов можно улучшить, если включить в нее дополнительные параметры – время на заправку топливом, отдых и смену водителя.

### Список литературы:

1. Самусова, Т. В. Совершенствование методики планирования перевозок грузов автомобилем на маятниковых и кольцевых маршрутах // Т.В. Самусова, Е.Е. Витвицкий // Вестник СГТУ. 2014. No 3 (76). С.137-140.
2. Нормы времени при механизированной погрузке и выгрузке ТМЦ [Электронный ресурс]. – Режим доступа <http://xn--80aaahprbaegphgef9d.xn--p1ai/press-centr/stati/2791/23368/> свободный– (10.01.2020)
3. Аналитическое моделирование [Электронный ресурс]. – Режим доступа <https://books.ifmo.ru/file/pdf/470.pdf>. свободный - (10.01.2020)