

УДК 656

**Применение метода потенциалов для нахождения  
 оптимального плана перевозок**

Байгина А.А., студент гр. ТЛБ-181, Икурс  
 Биба И.С., студент гр. ТЛБ-181, Икурс  
 Семенова О.С., к.т.н., доцент кафедры АП  
 Кузбасский государственный технический университет  
 имени Т.Ф. Горбачева  
 г. Кемерово

Транспортная задача является наиболее распространенной задачей линейного программирования, которая получила широкое практическое применение, как в промышленности, так и на транспорте. Решение транспортной задачи позволяет найти экономичный план перевозок продукции из пунктов производства в пункты потребления.

Рассмотрим актуальную перед новогодними праздниками задачу доставки искусственных елей марки «Кремлевская» в гипермаркеты «Магнит» (г. Кемерово, г. Новокузнецк, г. Осинники, г. Междуреченск) со складов, находящихся в городах Кемерово, Белово и Промышленная.

Расстояние (в км) между складами и пунктами назначения представлены в таблице 1.

Таблица 1

		Гипермаркет «Магнит»			
		Кемерово	Новокузнецк	Осинники	Междуреченск
Склад	«Кемерово»	20	220	250	315
	«Белово»	126	110	140	202
	«Промышленная»	73	190	219	282

Перевозимая продукция имеет следующие характеристики: наименование – ель искусственная «Кремлевская», габаритные размеры – 1000\*500\*300 мм (Д\*Ш\*В), объем – 0,15 м<sup>3</sup>, вес – 6 кг.

Для перевозки груза используется собственный парк транспортных средств, состоящий из автомобилей MAN TGS 18.320 (грузоподъемность 7 т., грузоместимость до 60м<sup>3</sup>), таким образом, максимальное количество елей, которое может вместиться в автомобиль равно 400 единицам.

Стоимость доставки единицы груза (в рублях) со складов в соответствующие магазины «Магнит» приведена в таблице 2.

Таблица 2

	Кемерово	Новокузнецк	Осинники	Междуреченск	Запасы
Склад «Кемерово»	2	20	22	28	430
Склад «Белово»	12	10	13	18	250
Склад «Промышленная»	7	17	20	25	220
Потребности	290	240	160	170	

Перед решением задачи необходимо проверить наличие баланса между количеством отгружаемой и поставляемой продукции. Так как суммарное количество складских запасов в пунктах отправления составляет 900 единиц ( $430 + 250 + 220$ ), а заказано 860 единиц продукции ( $290 + 240 + 160 + 170$ ), то есть спрос меньше предложения, то задача является несбалансированной. Для получения сбалансированной модели необходимо добавить фиктивный центр назначения, стоимость транспортировки до которого задается равной нулю, а потребное количество товара таким, чтобы соблюдался баланс (таблица 3).

Таблица 3

	Кемерово	Новокузнецк	Осинники	Междуреченск	Фиктивный	Запасы
Склад «Кемерово»	2 [290]	20 [140]	22	28	0	430
Склад «Белово»	12	10 [100]	13 [150]	18	0	250
Склад «Промышленная»	7	17	20 [10]	25 [170]	0 [40]	220
Потребности	290	240	160	170	40	

Для нахождения начального базисного решения можно воспользоваться методом северо-западного угла. Суть метода состоит в итерационном назначении количества перевозимого груза каждой крайней верхней ячейке, при этом столбец или строка с полной реализованной потребностью или спросом вычеркивается. Значение целевой функции для найденного опорного плана (таблица 3) равно  $Z = 2 \cdot 290 + 20 \cdot 140 + 10 \cdot 100 + 13 \cdot 150 + 20 \cdot 10 + 25 \cdot 170 + 0 \cdot 40 = 10780$  руб.

Поиск оптимального решения данной задачи осуществляется с помощью метода потенциалов. В данном методе каждой строке  $i$  и каждому столбцу  $j$  ставятся в соответствие числа (потенциалы)  $u_i$  и  $v_j$ . Для каждой базисной переменной  $x_{ij}$  потенциалы должны удовлетворять условию  $u_i + v_j = c_{ij}$ , где  $c_{ij}$  – себестоимость перевозки одной единицы груза от  $i$ -го отправителя к  $j$ -му потребителю, а для небазисных – вычисляются по формуле  $u_i + v_j - c_{ij}$ . (таблица 4).

Таблица 4

	$v_1=2$	$v_2=20$	$v_3=23$	$v_4=28$	$v_5=3$
$u_1=0$	2 [290]	20 [140]	22 (1)	28 (0)	0 (3)
$u_2=-10$	12 (-20)	10 [100]	13 [150]	18 (0)	0 (-7)
$u_3=-3$	7 (-8)	17 (0)	20 [10]	25 [170]	0 [40]

Наличие положительных потенциалов говорит о том, что данный план является неоптимальным и его можно улучшить. Для этого выбирается переменная с наибольшим положительным потенциалом, которая будет включена в базис на следующей итерации. Эта переменная находится в ячейке (1;5) и имеет потенциал равный 3. Затем строится контур перерасчета, в котором угловыми ячейками являются либо базисная, либо включаемая переменная. Контур перерасчета выделен в таблице 5 синим цветом и проходит через

ячейки (1;5 → 1;2 → 2;2 → 2;3 → 3;3 → 3;5).

Таблица 5

	Кемерово	Новокузнецк	Осинники	Междуреченск	Фиктивный	Запасы
Склад «Кемерово»	2 [290]	20 [140] «←»	22 (1)	28 (0)	0 «←+» (3)	430
Склад «Белово»	12 (-20)	10 [100] «←+»	13 [150] «←»	18 (-1)	0 (-7)	250
Склад «Промышленная»	7 (-8)	17 (0)	20 [10] «←+»	25 [170]	0 «←»[40]	220
Потребности	290	240	160	170	40	

Для всех ячеек, входящих в контур, начиная с включаемой, по очередности прибавляем или вычитаем максимально возможное количество перевозимого груза. Получаем новый опорный план (таблица 6).

Таблица 6

	Кемерово	Новокузнецк	Осинники	Междуреченск	Фиктивный	Запасы
Склад «Кемерово»	2 [290]	20 [100]	22	28	0 [40]	430
Склад «Белово»	12	10 [140]	13 [110]	18	0	250
Склад «Промышленная»	7	17	20 [50]	25 [170]	0	220
Потребности	290	240	160	170	40	

Метод потенциалов – итерационный метод, поэтому все его шаги повторяются до тех пор, пока все потенциалы небазисных ячеек не станут положительными. Оптимальный опорный план, представленный в таблице 7, позволяет перевезти продукцию с минимальными затратами  $Z = 2 \cdot 290 + 22 \cdot 100 + 0 \cdot 40 + 10 \cdot 240 + 13 \cdot 10 + 20 \cdot 50 + 25 \cdot 170 = 10560$  руб.

Таблица 7

	$v_1=2$	$v_2=19$	$v_3=22$	$v_4=27$	$v_5=0$
$u_1=0$	2 [290]	20 (-1)	22 [100]	28 (-1)	0 [40]
$u_2=-9$	12 (-2)	10 [240]	13 [10]	18 (0)	0 (-9)
$u_3=-2$	7 (-7)	17 (0)	20 [50]	25 [170]	0 (-2)

Таким образом, получен оптимальный план, согласно которому необходимо со склада в городе Кемерово направить 290 единиц груза в «Магнит Кемерово», 100 единиц груза в «Магнит Осинники»; со склада в городе Белово необходимо направить 240 единиц груза в «Магнит Новокузнецк», 10 единиц груза в «Магнит Осинники»; со склада «Промышленная» необходимо 50 единиц груза направить в «Магнит Осинники», 170 ед. в «Магнит Междуреченск»; на складе «Кемерово» остался невостребованным груз в количестве 40 единиц.

Решение транспортной задачи методом потенциалов не требует больших затрат времени, является понятным и наглядно показывает, какое количество товара необходимо направить в тот или иной пункт назначения.

#### **Список литературы:**

1. Таха, Хемди А. Введение в исследование операций [Текст] / Таха Хемди А.-Москва., Издательский дом «Вильямс», 2005. – 912 с.

2. Алгоритм решения транспортной задачи методом потенциалов [Электронный ресурс] / Режим доступа: [https://bstudy.net/719765/estestvoznanie/algorithm\\_resheniya\\_transportnoy\\_zadachi\\_metodom\\_potentsialov](https://bstudy.net/719765/estestvoznanie/algorithm_resheniya_transportnoy_zadachi_metodom_potentsialov) (Дата обращения 14.12.2019)

3. Транспортная задача – Википедия [Электронный ресурс] / Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki> (Дата обращения 08.12.2019)