

УДК 656

Применение метода потенциалов для нахождения оптимального плана перевозок

Байгина А.А., студент гр. ТЛб-181, Пкурс

Биба И.С., студент гр. ТЛб-181, Пкурс

Семенова О.С., к.т.н., доцент кафедры АП

Кузбасский государственный технический университет
имени Т.Ф. Горбачева
г. Кемерово

Транспортная задача является наиболее распространенной задачей линейного программирования, которая получила широкое практическое применение, как в промышленности, так и на транспорте. Решение транспортной задачи позволяет найти экономичный план перевозок продукции из пунктов производства в пункты потребления.

Рассмотрим актуальную перед новогодними праздниками задачу доставки искусственных елей марки «Кремлевская» в гипермаркеты «Магнит» (г. Кемерово, г. Новокузнецк, г. Осинники, г. Междуреченск) со складов, находящихся в городах Кемерово, Белово и Промышленная.

Расстояние (в км) между складами и пунктами назначения представлены в таблице 1.

Таблица 1

		Гипермаркет «Магнит»			
		Кемерово	Новокузнецк	Осинники	Междуреченск
Склад	«Кемерово»	20	220	250	315
	«Белово»	126	110	140	202
	«Промышленная»	73	190	219	282

Перевозимая продукция имеет следующие характеристики: наименование – ель искусственная «Кремлевская», габаритные размеры – 1000*500*300 мм (Д*Ш*В), объем – 0,15 м³, вес – 6 кг.

Для перевозки груза используется собственный парк транспортных средств, состоящий из автомобилей MAN TGS 18.320 (грузоподъемность 7 т., грузовместимость до 60м³), таким образом, максимальное количество елей, которое может вместиться в автомобиль равно 400 единицам.

Стоимость доставки единицы груза (в рублях) со складов в соответствующие магазины «Магнит» приведена в таблице 2.

Таблица 2

	Кемерово	Новокузнецк	Осинники	Междуреченск	Запасы
Склад «Кемерово»	2	20	22	28	430
Склад «Белово»	12	10	13	18	250
Склад «Промышленная»	7	17	20	25	220
Потребности	290	240	160	170	

Перед решением задачи необходимо проверить наличие баланса между количеством отгружаемой и поставляемой продукции. Так как суммарное количество складских запасов в пунктах отправления составляет 900 единиц ($430 + 250 + 220$), а заказано 860 единиц продукции ($290 + 240 + 160 + 170$), то есть спрос меньше предложения, то задача является несбалансированной. Для получения сбалансированной модели необходимо добавить фиктивный центр назначения, стоимость транспортировки до которого задается равной нулю, а потребное количество товара таким, чтобы соблюдался баланс (таблица 3).

Таблица 3

	Кемерово	Новокузнецк	Осинники	Междуреченск	Фиктивный	Запасы
Склад «Кемерово»	2 [290]	20 [140]	22	28	0	430
Склад «Белово»	12	10 [100]	13 [150]	18	0	250
Склад «Промышленная»	7	17	20 [10]	25 [170]	0 [40]	220
Потребности	290	240	160	170	40	

Для нахождения начального базисного решения можно воспользоваться методом северо-западного угла. Суть метода состоит в итерационном назначении количества перевозимого груза каждой крайней верхней ячейке, при этом столбец или строка с полной реализованной потребностью или спросом вычеркивается. Значение целевой функции для найденного опорного плана (таблица 3) равно $Z = 2 \cdot 290 + 20 \cdot 140 + 10 \cdot 100 + 13 \cdot 150 + 20 \cdot 10 + 25 \cdot 170 + 0 \cdot 40 = 10780$ руб.

Поиск оптимального решения данной задачи осуществляется с помощью метода потенциалов. В данном методе каждой строке i и каждому столбцу j ставятся в соответствие числа (потенциалы) u_i и v_j . Для каждой базисной переменной x_{ij} потенциалы должны удовлетворять условию $u_i + v_j = c_{ij}$, где c_{ij} – себестоимость перевозки одной единицы груза от i -го отправителя к j -му потребителю, а для небазисных – вычисляются по формуле $u_i + v_j - c_{ij}$. (таблица 4).

Таблица 4

	$v_1=2$	$v_2=20$	$v_3=23$	$v_4=28$	$v_5=3$
$u_1=0$	2 [290]	20 [140]	22 (1)	28 (0)	0 (3)
$u_2=-10$	12 (-20)	10 [100]	13 [150]	18 (0)	0 (-7)
$u_3=-3$	7 (-8)	17 (0)	20 [10]	25 [170]	0 [40]

Наличие положительных потенциалов говорит о том, что данный план является неоптимальным и его можно улучшить. Для этого выбирается переменная с наибольшим положительным потенциалом, которая будет включена в базис на следующей итерации. Эта переменная находится в ячейке (1;5) и имеет потенциал равный 3. Затем строится контур перерасчета, в котором угловыми ячейками являются либо базисная, либо включаемая переменная. Контур перерасчета выделен в таблице 5 синим цветом и проходит через

ячейки $(1;5 \rightarrow 1;2 \rightarrow 2;2 \rightarrow 2;3 \rightarrow 3;3 \rightarrow 3;5)$.

Таблица 5

	Кемерово	Новокузнецк	Осинники	Междуреченск	Фиктивный	Запасы
Склад «Кемерово»	2 [290]	20 [140] «-»	22 (1)	28 (0)	0 «m+» (3)	430
Склад «Белово»	12 (-20)	10 [100] «+»	13 [150] «-»	18 (-1)	0 (-7)	250
Склад «Промышленная»	7 (-8)	17 (0)	20 [10] «+»	25 [170]	0 «-»[40]	220
Потребности	290	240	160	170	40	

Для всех ячеек, входящих в контур, начиная с включаемой, по очередности прибавляем или вычитаем максимально возможное количество перевозимого груза. Получаем новый опорный план (таблица 6).

Таблица 6

	Кемерово	Новокузнецк	Осинники	Междуреченск	Фиктивный	Запасы
Склад «Кемерово»	2 [290]	20 [100]	22	28	0 [40]	430
Склад «Белово»	12	10 [140]	13 [110]	18	0	250
Склад «Промышленная»	7	17	20 [50]	25 [170]	0	220
Потребности	290	240	160	170	40	

Метод потенциалов – итерационный метод, поэтому все его шаги повторяются до тех пор, пока все потенциалы небазисных ячеек не станут положительными. Оптимальный опорный план, представленный в таблице 7, позволяет перевезти продукцию с минимальными затратами $Z = 2 \cdot 290 + 22 \cdot 100 + 0 \cdot 40 + 10 \cdot 240 + 13 \cdot 10 + 20 \cdot 50 + 25 \cdot 170 = 10560$ руб.

Таблица 7

	$v_1=2$	$v_2=19$	$v_3=22$	$v_4=27$	$v_5=0$
$u_1=0$	2 [290]	20 (-1)	22 [100]	28 (-1)	0 [40]
$u_2=-9$	12 (-2)	10 [240]	13 [10]	18 (0)	0 (-9)
$u_3=-2$	7 (-7)	17 (0)	20 [50]	25 [170]	0 (-2)

Таким образом, получен оптимальный план, согласно которому необходимо со склада в городе Кемерово направить 290 единиц груза в «Магнит Кемерово», 100 единиц груза в «Магнит Осинники»; со склада в городе Белово необходимо направить 240 единиц груза в «Магнит Новокузнецк», 10 единиц груза в «Магнит Осинники»; со склада «Промышленная» необходимо 50 единиц груза направить в «Магнит Осинники», 170 ед. в «Магнит Междуреченск»; на складе «Кемерово» остался невостребованным груз в количестве 40 единиц.

Решение транспортной задачи методом потенциалов не требует больших затрат времени, является понятным и наглядно показывает, какое количество товара необходимо направить в тот или иной пункт назначения.

Список литературы:

1. Таха, Хемди А. Введение в исследование операций [Текст] / Таха Хемди А.-Москва., Издательский дом «Вильямс», 2005. – 912 с.
2. Алгоритм решения транспортной задачи методом потенциалов [Электронный ресурс] / Режим доступа: https://bstudy.net/719765/estestvoznanie/algoritm_resheniya_transportnoy_zadachi_metodom_potentsialov (Дата обращения 14.12.2019)
3. Транспортная задача – Википедия [Электронный ресурс] / Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki> (Дата обращения 08.12.2019)