

УДК 519.6

## ИНТЕГРАЛ ПРОИЗВЕДЕНИЯ

Дягилева А.В., к.т.н., доцент, Кенн М.Ю., Кенн П.Ю., студенты гр. ИТб-182, 2  
курс  
Кузбасский государственный технический университет имени Т.Ф.Горбачева  
г. Кемерово

В данной работе представлен поиск пары функций  $f(x)$  и  $g(x)$ , которым удовлетворяет следующее уравнение:

$$\int f(x) \cdot g(x) dx = \int f(x) \cdot \int g(x) dx \quad (1)$$

Известно, что уравнение (1) не применимо в общем случае для интегрирования функций. Поэтому необходимо найти частные случаи интегрирования.

Поиск частных случаев описан авторами Ярковым М. А., Тихоновым А. Р., Липиной Г.А. в статье «Исключение из правил интегрирования» [1]. В ней приведено 3 примера частных случаев, но вычисление интегралов с использованием представленных формул требует проверки.

Для поиска частных случаев функций было решено разработать программу, так как в процессе исследования необходимо вычислить интегралы множества функций, и эту работу необходимо автоматизировать.

Так как цель исследования – поиск равенства, а не значения интеграла, то было решено вычислять численные значения интегралов на интервале, выбранном произвольно.

Промежуток интегрирования также выбран произвольно, но с условием, что подынтегральная функция определена и непрерывна на выбранном интервале.

В программе реализовано вычисление интегралов методом Симпсона, так как этот метод является одним из самых точных при подсчете численного значения интегралов.

Алгоритм разработанной программы следующий:

- 1) Выбираются 2 функции, для которых будут вычислены интегралы;
- 2) Затем методом Симпсона вычисляются значения интегралов на одинаковых промежутках по отдельности, результаты перемножаются, таким образом мы находим правую часть уравнения (1);

- 3) После этого вычисляем интеграл произведения: методом Симпсона на том же промежутке, что и при предыдущих расчетах вычисляется значение интеграла произведения заданных функций, то есть левая часть уравнения (1);

4) Результаты 2 и 3 пунктов сравниваются, и если они равны, то можно сделать вывод что интеграл произведения данных функций равен произведению интеграла первой функции на интеграл второй.

Листинг данной программы представлен на рисунке 1.

```
using System;
using System.Collections.Generic;
using System.Linq;
using System.Text;
using System.Threading.Tasks;
using static System.Math;

namespace integrall
{
    class Program
    {
        static double Y(double p)
        {
            return p * Math.Sin(p / 2);
        }

        static void Main(string[] args)
        {
            double x, a, b, h, s;
            int n;
            a = 0;
            b = 2 * Math.PI;
            Console.Write("Введите количество шагов разбиения n=");
            n = int.Parse(Console.ReadLine());

            h = (b - a) / n;
            s = 0; x = a + h;
            while (x < b)
            {
                s = s + 4 * Y(x);
                x = x + h;
                s = s + 2 * Y(x);
                x = x + h;
            }
            s = h / 3 * (s + Y(a) - Y(b));
            Console.WriteLine("Интеграл = {0}", s);
            Console.ReadKey();
        }
    }
}
```

Рисунок 1 - Листинг кода

С помощью данной программы были проверены на равенство следующие интегралы:

$$\int e^{nx} \cdot a^{nx} dx = \int e^{nx} \cdot \int a^{nx} dx ,$$

$$\int e^{nx} \cdot x^n dx = \int e^{nx} \cdot \int x^n dx ,$$

$$\int a^{nx} \cdot x^n dx = \int a^{nx} \cdot \int x^n dx ,$$

а также приведенную в источнике [1] формулу:

$$\int nx^{n-1} \cdot \frac{nC}{(n-x)^{n+1}} dx = \int nx^{n-1} \cdot \int \frac{nC}{(n-x)^{n+1}} dx ,$$

при  $n \in [0; 100]$ .

В результате исследований, не было обнаружено новых частных случаев. Описанные в источнике [1] формулы подтвердились и могут использоваться в дальнейшем без проверки.

### Список литературы:

1. Ярков М. А., Тихонов А. Р., Липина Г.А. Исключение из правил интегрирования//Россия молодая. – Кемерово, 2019