

УДК 517.4

ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНЫХ В ЖИЗНИ

Ярыгин Д.А. студент гр. ХОБ-181,1 курс
Чередниченко А.В., к.т.н., доцент
Кузбасский государственный технический
университет имени Т.Ф. Горбачёва
г. Кемерово

Многие современные студенты изучают производную на первом курсе в рамках общей программы, затрагивая ее лишь поверхностно, но только малая часть студентов задумывается над тем, что производная не ограничивается лишь уроками математики, а выходит за ее рамки и имеет большое значение в других науках и даже обыденной жизни. Производная упрощает многие операции, которые нужно совершить, чтоб найти ту или иную величину.

Так что же понимают под термином производная?

Производная - это скорость изменения величины математической функции относительно изменений независимой переменной. Данную формулировку легко услышать от школьников или студентов, но не для математиков.

Математики используют другую формулировку, которая точно описывает всю суть производной. Для них существует понятие производная функции в точке, которая характеризует предел отношения приращения функции к приращению аргумента при бесконечно малом приращении аргумента [1].

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (1)$$

Если этот предел конечный, то функция $f(x)$ называется дифференцируемой в точке x_0 ; при этом она оказывается обязательно и непрерывной в этой точке.

Обозначают производную той же буквой, что и функцию, только со штрихом сверху справа $f'(x)$

На лекциях и практике по математике студенты используют формулу 1, для нахождения производной. Существуют целые алгоритмы нахождения производных простых и сложных функций, которые изучаются на лекциях.

Многие студенты боятся производных, так как для них это сложно. Но самая интересная наука, где применяется производная, - это физика.

Физика-это та наука, которая неразрывно связана с математикой. Зная достаточно хорошо математику, можно с легкостью решать некоторые задачи из физики. К примеру, знание векторов и основных операций над ними, можно легко решать задачи, связанные с движением и током.

Но самое обширное применение в физике получило интегрирование и нахождение производных. Остановимся более подробно над последним.

Применение производных в физике.

Самое распространенное применение производной является решение задач, связанных с движением тела или материальной точки.

Зависимость $x = x(t)$ является законом движения материальной точки.

Исходя из этого закона, можно легко найти среднюю скорость, которая характеризует отношение длины пути, пройденного телом, ко времени, за которое этот путь был пройден [2]:

$$v_{\text{ср}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t} \quad (2)$$

Также, исходя из закона движения, мы можем найти мгновенную скорость тела, которая характеризует скорость тела в данный момент времени или в данной точке траектории. Говоря другими словами, мгновенная скорость это есть производная пути по времени, которая характеризует механический смысл производной.

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t} = x'(t) \quad (3)$$

Используя формулу для скорости, очень легко найти ускорение, которое является первой производной скорости по времени

Применение производных в физике не ограничивается нахождением скорости или ускорения. Благодаря производным можно находить силу и плотность тока

Пусть $q = q(t)$ – количество электричества, которое протекает через поперечное сечение проводника за определенный промежуток времени, тогда сила тока есть не что иное, как производная количество протекающего электричества по времени или в формульном виде: $I = q'(t)$

Также мы можем найти линейную плотность. К примеру, у нас имеется стержень массой m , длиной l , разобьем его на малые части длиной x , тогда масса всего стержня равняется $m = m(x)$. Линейная плотность стержня равняется производной массы по длине или: $\rho = m'(x)$

Разберем физическую задачу на применение производных.

Задача: Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 6t^2 - 48t + 17$. Где x – расстояние от точки отсчета в метрах, t – время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 9$ с

Решение:

Находим производную $x'(t) = (6t^2 - 48t + 17)' = 12t - 48$. Таким образом мы получили зависимость скорости от времени. Чтобы найти

скорость в заданный момент времени, нужно подставить его значение в полученную формулу: $x'(t) = 12t - 48$. 60 м/с.

Список литературы:

1. Высшая математика в упражнениях и задачах: Учеб. пособие для вузов / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова, С. П. Данко. — 7-е изд., испр. — М.: ООО «Издательство АСТ»: ООО «Издательство «Мир и Образование», 2014. — 816 с.: ил.
2. Горбунов, А.К. Сборник задач по физике для поступающих в вуз [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.К. Горбунов, Э.Д. Панайотти. — Электрон. дан. — Москва : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. — 272 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/106614>. — Загл. с экрана.