

УДК 51

РАСЧЕТ НЕОБХОДИМОГО РАЗМЕРА ЗАКАЗА В МАГАЗИНЕ

Николаева Е.А., к.ф.-м.н., доцент
Николаев Ю.А., студент гр. АГс-161, III курс
Кузбасский государственный технический университет
имени Т.Ф. Горбачева
г. Кемерово

Для обеспечения постоянного наличия товаров в магазине необходимо создавать их запасы. Малое количество запасов может привести к дефициту, а большое количество - к избытку. Причем хранение товара, так же влечет за собой затраты (например, хранить нужно в холодильнике). Вечный вопрос: сколько запасов необходимо иметь?

Данная задача решается с помощью теории запасов, которая начала свое развитие в середине шестидесятых лет прошлого столетия.

Случай детерминированного статического спроса рассматривается как простейший. Спрос на продукты массового потребления не существенно меняется от одного дня к другому, поэтому для них можно считать спрос статическим детерминированным, такое предположение несущественно искажает действительность, но значительно облегчает расчеты.

Рассмотрим многопродуктовую статическую модель с ограничениями на емкость складских помещений: имеется

- $n > 1$ видов продукции, которая должна храниться на складе ограниченной площади,
- A – максимально допустимая площадь складского помещения,
- y_i – размер заказа на продукцию вида i ,
- a_i – площадь, необходимая для хранения единицы продукции вида i .

Ограничения на потребность в складском помещении имеют вид:

$$\sum_{i=1}^n a_i y_i \leq A.$$

Общие затраты равны:

$$F(y_1, y_2, \dots, y_n) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{K_i \beta_i}{y_i} + \frac{h_i}{2} y_i \right),$$

где β_i - интенсивность спроса продукции вида i ,

K_i - затраты на оформление заказа продукции вида i ,

h_i - затраты на хранение единицы продукции вида i в единицу времени.

Многопродуктовая модель с ограничениями на емкость склада имеет вид:

$$F(y_1, y_2, \dots, y_n) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{K_i \beta_i}{y_i} + \frac{h_i}{2} y_i \right) \rightarrow \min$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^n a_i y_i \leq A$$

$$y_i \geq 0.$$

Решение многопродуктовой статической модели с ограничениями на емкость складских помещений находится методом множителей Лагранжа:

$$\begin{aligned} L(\lambda, y_1, y_2, \dots, y_n) &= \\ &= F(y_1, y_2, \dots, y_n) - \lambda \left(\sum_{i=1}^n a_i y_i - A \right) = \\ &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{K_i \beta_i}{y_i} + \frac{h_i}{2} y_i \right) - \lambda \left(\sum_{i=1}^n a_i y_i - A \right), \end{aligned}$$

где $\lambda < 0$ – множитель Лагранжа.

Оптимальные значения y_i и λ находят из системы уравнений вида:

$$\frac{\partial L}{\partial y_i} = -\frac{K_i \beta_i}{y_i^2} + \frac{h_i}{2} - \lambda a_i = 0;$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = -\sum_{i=1}^n a_i y_i + A = 0.$$

Отметим, что оптимальное значение заказов (y_i^*) по различным видам товаров должны удовлетворять ограничению на площадь складского помещения:

$$y_i^* = \sqrt{\frac{2K_i \beta_i}{h_i - 2\lambda \cdot a_i}}.$$

Опишем задачу управления запасами в случае трех видов продукции для которых известны исходные данные, такие как, затраты и требуемая площадь:

Вид продукции	K_i	β_i	h_i	a_i
1	10	2	0,3	1
2	5	4	0,1	1
3	15	4	0,2	1

Площадь складского помещения составляет 25 м².

Требуемые расчеты представим в таблице:

λ	y_1	y_2	y_3	$\sum_{i=1}^3 a_i y_i - A$
0	11,5	20,0	24,5	31
-0,05	10,0	14,1	17,3	16,4
-0,10	9,0	11,5	14,9	10,4
-0,15	8,2	10,0	13,4	6,6
-0,20	7,6	8,9	12,2	3,7
-0,25	7,1	8,2	11,3	1,6
-0,30	6,7	7,6	10,6	-0,1

При имеющейся площади склада, объемом 25м² проверим (при $\lambda=0$) является ли ограничение на объем склада избыточным. У нас ограничение на складскую площадь не является избыточным (смотри Табл.).

Изменяя значение параметра λ , найдем значения размеров заказов, удовлетворяющих имеющемуся объему склада (более точно эти значения можно оценить с помощью линейной интерполяции). Из таблицы видно, что оптимальное значение λ^* близко к -0,3, тогда оптимальные значения заказов y_i^* приближенно равны $y_1^* \approx 6,7$; $y_2^* \approx 7$ и $y_3^* \approx 10,6$.

Таким образом, мы решили задачу управления запасами в случае трех видов продукции для которых известны исходные данные, такие как, затраты и требуемая складская площадь.