УДК 51

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЦВЕТОК: «РОЗЫ» ГВИДО ГРАНДИ

Гутова Е.В., ст. преподаватель кафедры математики
Галандин И.С., студент гр. ОДб-181, I курс
Кузбасский государственный технический университет
имени Т.Ф. Горбачева
г. Кемерово

Математика – это научная дисциплина о пространственных формах и количественных отношениях действительного мира. Данная наука не относится к естественным, но обильно используется, например, в физике, химии или биологии для точной формулировки их содержания и для получения новых результатов. Математические законы и те же задачи используются нами повседневно. Существует множество разных и интересных вычислений, теорий, определений, задач и много занимательных исследований, которые нам оставили великие умы того времени.

Однажды, заинтересовавшись историей некоторых философов, математиков и вовсе самим предметом, я наткнулся в интернете на необычные, красивые фигуры, построенные, при помощи линий. Мне стало настолько интересно, что я решил более углубиться в данную сферу. На просторах интернета, опять же, нашёл большое количество кривых линий, из которых мне показались очень интересными «розы» Гвидо Гранди, которым и посвящена данная работа.

Меня заинтересовали «розы» тем, что, используя пару формул можно создать очень много разных форм цветов, с разным количеством лепестков, да и не только цветов, а много различных красивых узоров в полярной системе координат. Я захотел научиться строить их и использовать на практике.

Создание различных рисунков, узоров было актуально с того момента, как наши предки начали рисовать на скалах, так актуально и по сей день. Ежедневно нам встречаются изображения в виде красивых цветов, которые на самом деле очень легко сделать, мало кто знает, что они являются результатом несложных подсчетов и построений в полярной системе координат. И действительно формы цветов можно увидеть в любом городе в любом виде, например, как узоры на ограждениях, на различных постройках просто в виде узоров либо рисунков, формы цветов придают даже окнам.

Итак, вот я уже и подошёл к основной информации о построении этих роз и первое – это полярная система координат. Полярная система координат – это двухмерная система координат, у неё есть два числа – полярный угол и полярный радиус они играют главную роль, так как с помощью них определяются все точки на плоскости. Такая система координат особенно удобна в случаях, когда в виде радиусов и углов отношение между точками можно установить более просто, чем в декартовой или прямоугольной системе координат, так как чтобы установить такие отношения в этих системах придется решить тригонометрические уравнения и больше никаким иным способом. Получается, что определяемая радиальная координата принимает значения от 0 до ∞, а угловая координата изменяется от 0° до 360°. А чтобы было более удобно, область значений полярной координаты, мы можем расширить за пределы полного угла, и если применить ей отрицательные значения, то полярная ось будет поворачиваться по часовой стрелке.

Второе – это полярные уравнения, по которым мы будем задавать параметры, и создавать различные формы цветов. Розами или кривыми Гвидо Гранди называют семейство кривых, полярное уравнение которых записывают в виде: $r = a \cdot \sin k\varphi$ или в виде: $r = a \cdot \cos k\varphi$ затем просто подставив значения у меня и получатся «розы». φ – это полярный угол, r – это радиальная координата, также называется полярным радиусом, а a и k – являются положительными постоянными ($a>0$ и $k>0$) . Так как синус и косинус являются ограниченными функциями $|\sin k\varphi| \leq 1$. $|\cos k\varphi| \leq 1$, то $|a \sin k\varphi| \leq a$ и $|a \cos k\varphi| \leq a$. Следовательно, поэтому вся кривая располагается внутри круга радиуса a. Из-за периодичности синуса и косинуса роза состоит из одинаковых лепестков, симметричных относительно радиуса окружности, внутри которой она располагается. Итак, геометрический смысл параметра a заключается в том, что это величина радиуса окружности, внутри которой располагается данная роза. Рассмотрим параметр k. Количество лепестков зависит от величины модуля k. Модулем k может являться целое число, рациональное и иррациональное. Если модуль k — целое число, то роза состоит из k лепестков при k нечётном и из $2k$ лепестков при k чётном. Если модуль k – рациональное число, равное m/n (n >1), то роза состоит из m лепестков в случае, когда оба числа m и n нечётные, и из $2m$ лепестков, если одно из этих чисел является чётным; при этом, в отличие от первого случая, каждый следующий лепесток будет частично перекрывать предыдущий. Если модуль k – число иррациональное, то роза состоит из бесчисленного множества лепестков, частично накладывающихся друг на друга. При k=2 розы называются четырех лепестковыми, при k=3 трех лепестковыми. Полярные уравнения их соответственно будут иметь вид $r = a \cdot \sin 2\varphi$ и $r = a \cdot \cos 3\varphi$.

Теперь перейдём, непосредственно к построению. Чтобы построить трёх- и четырёхлепестковые розы, я использовал электронную таблицу Excel. И для того, чтобы моя роза получилась как можно точнее, я брал изменение угла φ с малым шагом вперёд по 0,1 от 0 до 6,3. Дальше в столбце r для 0 градусов я ввёл самую простую формулу розы из трёх лепестков r=2cos(3·0) и растянул её по всему столбцу до 6,3 градусов. Затем я сделал ещё четыре столбца, которые обозначил $\sin(\varphi)$, $\cos(\varphi)$, X и Y. Я нашёл синусы и косинусы данных углов, потом в значение X было записано r·$\cos(\varphi)$, а в Y – r·$\sin(\varphi)$. Далее я опять автоматически заполнил все ячейки данных столбцов до 6,3, и получилось большое количество чисел. Ну и осталось только выделить все получившиеся значения *X* и *Y* и вставить подходящую диаграмму, на которой уже по данным координатам будет построена трёхлепестковая роза.

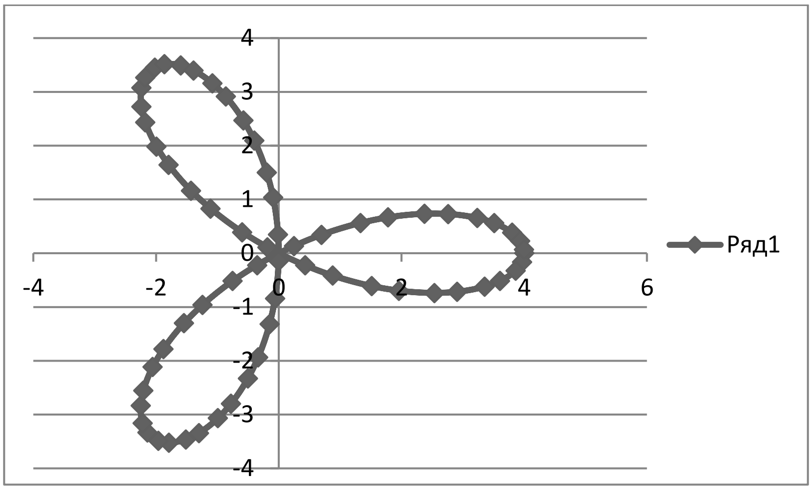

рис.1

Дальше, чтобы построить другие виды роз стоить заменить только формулу в столбце *r* на любую другую. В нашем случае, чтобы построить четырёхлепестковую розу в прошлой формуле тройку заменяем на двойку по всему столбцу *r*.

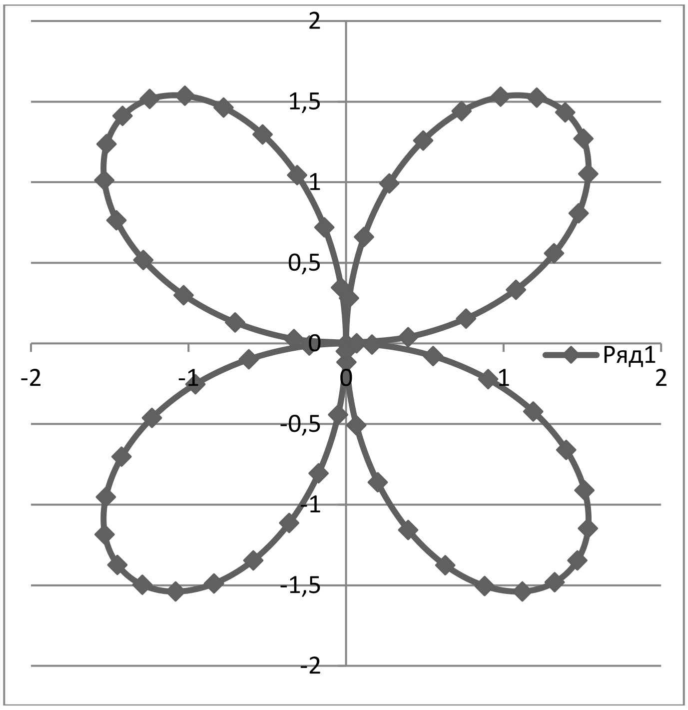

рис.2

И готово, таким образом можно сделать множество красивых цветов, придумав любую свою подходящую для постройки формулу.

Кроме трёх- и четырёхлепестковых «роз» я сделал ещё несколько графиков. Первая «роза» имеет формулу $1 \cdot \sin 4\varphi$. У неё k является чётным числом, значит, цветок состоит из 8 лепестков.

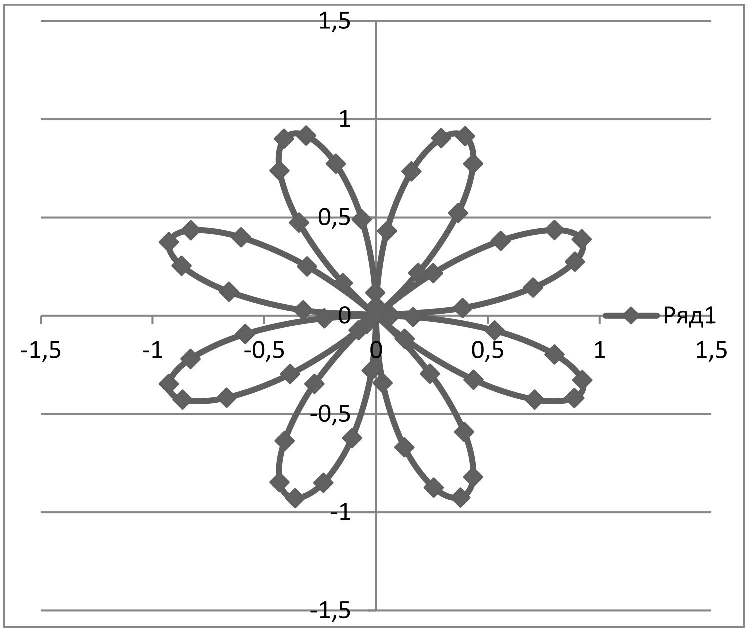

Рис.3

А следующий график мне стало интересно посмотреть, что же будет, если его построить более сложный и я придумал такую формулу: $3 \cdot \cos 4\varphi + 2 \cdot \sin 3\varphi$. В принципе она не очень трудная и понять её довольно легко и, когда я полностью заполнил все ячейки в столбце r, у меня получилась «роза» больше похожая на крылатое насекомое – «стрекозу».

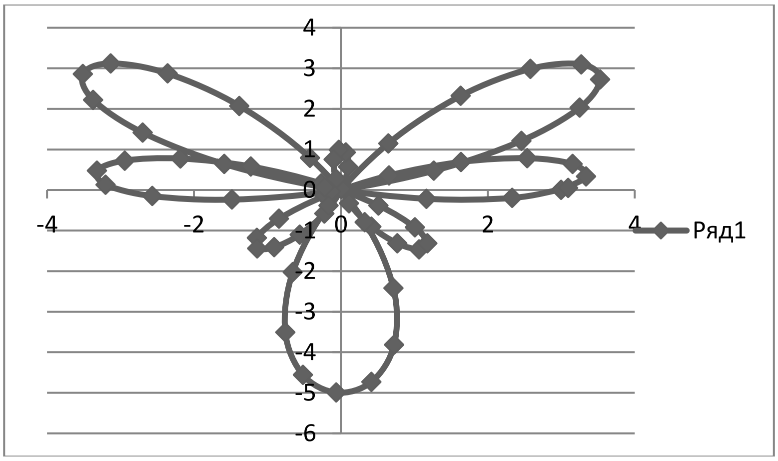

Рис.4

И последнюю розу я делал очень долго, сделав большую формулу, подбирая все параметры, синусы и косинусы в поисках какой-нибудь красивой «розы» и тут у меня получилась такая необычная форма в виде «бабочки», формула её $5 \cdot \sin 4\varphi + 3 \cdot \sin 6\varphi + 5 \cdot \sin 2\varphi + 3 \cdot \sin 8\varphi$.

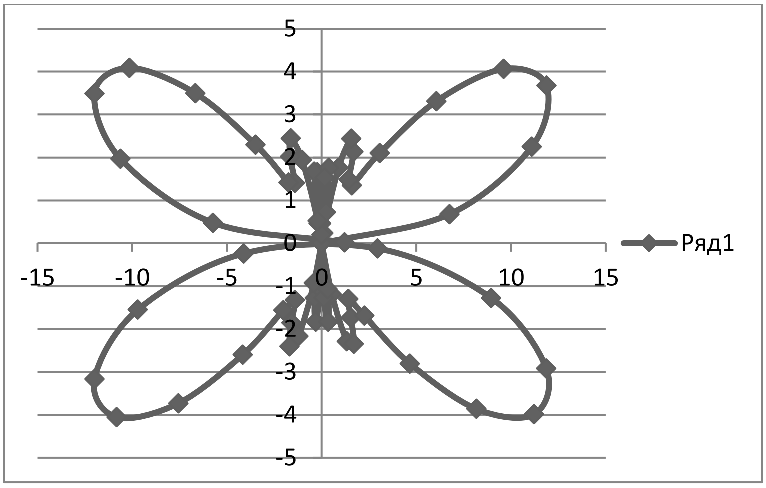

рис.5

Итак, в процессе проведённой работы у меня получилось большое количество форм роз Гвидо Гранди. Переделывая формулы, пытаясь сделать их более сложными, чтобы получить цветок ещё красивее в полярных координатах, я обнаружил, что можно сделать узоры не только в виде цветов, но и насекомых, например, ту же бабочку. Немного поработав над кривыми можно создавать невероятно красивые узоры.

Список литературы:

1. https://ru.wikipedia.org/wiki/Полярная_система_координат
2. https://wiki2.org/ru/Полярная_система_координат
3. http://matematikaiskusstvo.ru/rosesgrandy.html