

УДК

ЗАДАЧА ВОССТАНОВЛЕНИЯ ФОРМЫ ИСТОЧНИКА ТОКА В КЛАССЕ РАВНОМЕРНО ЗАРЯЖЕННЫХ ШАРОВ

Юртаев М. Е. студент группы ФПс – 141, V курс

Научный руководитель: Сирота Д.Ю. к.т.н., доцент кафедры ТиГМ

Кузбасский государственный технический университет

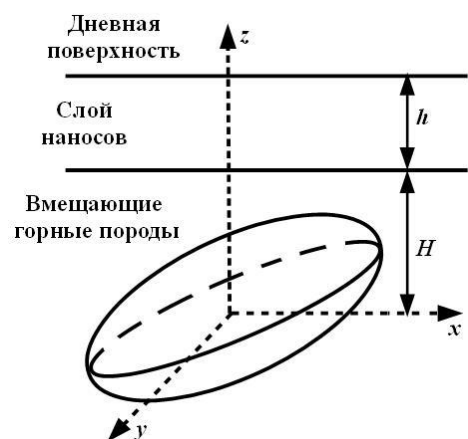
имени Т.Ф. Горбачёва

г. Кемерово

Многие задачи прикладной геофизики требуют восстановить по результатам измерений геометрическую форму источника каких-либо сигналов. Сюда относятся задачи разведки залежей нефти и газа [1]; диагностика пространственной формы залежей магнитных [2] и металлических руд [3]; определение формы очагов самонагревания угля [4] и перепадов механических напряжений [5]. Все эти задачи можно схематизировать следующим образом: некоторый трёхмерный источник произвольной формы порождает сигналы различной физической природы; эти сигналы фиксируются на значительном расстоянии от источника; по величине и пространственному распределению этих сигналов требуется определить геометрическую форму источника. Построение физико-математической модели источника и расчёт порождённого им сигнала является прямой задачей геофизики; определение формы источника по результатам измерения сигнала – обратной задачей. Общий и достаточно универсальный подход к решению обратных задач основан на методе регуляризации А.Н. Тихонова [6, 7], который является модификацией метода наименьших квадратов приближения теоретических параметров модели к своим экспериментальным экземплярам.

Рассмотрим более детально модельную задачу: в нижнем слое трёхслойного однородного, изотропного пространства имеется источник квазистационарного электрического поля (рисунок 1); появление этого поля обусловлено перепадами механических напряжений – «диффузионным механизмом» [5]. Требуется восстановить форму источника этого поля по измерениям потенциала и напряжённости на земной поверхности в гипоцентральной области.

Решение прямой задачи по определению величины потенциала квазистационарного поля на земной поверхности приведено в [8]



– Рисунок 1

$$U_3 = C \cdot h^2 \cdot \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin \psi F[M, R(\varphi, \psi)] d\psi, \quad (1)$$

где φ, ψ – сферические координаты точек источника поля; $d_3 = C \cdot h^2$ – размерный коэффициент, обусловленный физической природой появления поля; $F(M, R) = \sum_{k=1}^{11} q(k) \left[\int_0^{R(\varphi, \psi)} \frac{r^2 dr}{(r^2 + br + a)^{0,5}} \right]$, $a = x_M^2 + y_M^2 + (z_M + k - 1)^2$, $b = -2[x_M \sin \psi \cos \varphi + y_M \sin \psi \sin \varphi + (z_M + k - 1) \cos \psi]$, x_M, y_M, z_M – безразмерные координаты точки измерения на земной поверхности; h – мощность второго слоя (коэффициент перехода к безразмерным координатам), м; $R(\varphi, \psi)$ – функция поверхности источника поля; $q(k)$ – коэффициенты аппроксимации функции потенциала точечного источника многочленом.

Размерный коэффициент определяется по формуле [4]:

$$d_3 = \frac{\rho_2 h^2 S_T}{2\pi \rho_1 V_T} \nabla \sigma_{CP} = \frac{(1+W) h^2 \Omega S_T}{2\pi (1-W) q V_T} \nabla \sigma_{cp}, \quad (2)$$

где $W = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$ – коэффициент отражения второго слоя; $\Omega = 10^{-29}$, м³

– дилатация кристаллической решётки основных породообразующих минералов; $q = 1,602 \cdot 10^{-19}$ – заряд вакансии, Кл; $\nabla \sigma_{cp}$ – перепады среднего механического напряжения в зоне концентраций, Па/м; S_T, V_T – площадь поверхности и объём источника; ρ_k – УЭС k -го слоя, Ом.

Значения вертикальной компоненты напряженности будем вычислять по формуле численного дифференцирования

$$E_3 = \frac{U_3(x_M, y_M, z_M + \Delta) - U_3(x_M, y_M, z_M - \Delta)}{2\Delta}. \quad (3)$$

Решение обратной задачи определения формы источника поля основано на анализе измеренных значений потенциала или напряжённости поля, которые зависят как от формы источника – функции $R(\varphi, \psi)$, так и от перепадов механических напряжений $-\nabla \sigma_{cp}$. Поскольку и тот и другой объект заранее неизвестен, то применять для анализа непосредственно значения измеренного потенциала или напряжённости невозможно. Поэтому перейдём к вспомогательной величине U^* которую будем определять по формуле

$$U^*(M) = \frac{U_3(M, R)}{U_3(N, R)}, \quad (4)$$

где M – точка текущего измерения потенциала; N – точка приведения измерений потенциала (будет использовать точку $N(0;0)$). Переходя к величине U^* , мы тем самым избавляемся от необходимости учитывать величину перепадов механических напряжений – $\nabla \sigma_{cp}$. Все остальные компоненты размерного коэффициента, которые одновременно являются и параметрами вмещающего пространства ρ_1, ρ_2, h , задействованы при вычислении безразмерного потенциала поля и поэтому должны быть известны заранее.

Зная распределение приведённого потенциала будем подбирать предполагаемую форму источника поля, используя метод регуляризации А.Н. Тихонова, который основан на поиске минимума специального сглаживающего функционала невязки вида

$$\Phi(R) = \mu(R) + \alpha \cdot \Omega(R), \quad (5)$$

$$\text{где } \Omega(R) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \left[R^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial \varphi} \right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial \psi} \right)^2 \right] d\psi - \text{стабилизирующий функ-}$$

ционал второго порядка; $\mu(R) = \sum_x \sum_y [A(M, R) - A^e(M)]^2$ – мера погрешности

измерения приведённой величины потенциала на земной поверхности; α – параметр регуляризации; $A(M, R)$ – оператор прямого моделирования – формула (1, 3); $A^e(M)$ – измеренные значения потенциала или напряжённости на земной поверхности.

В работах [9, 10] были рассмотрена методика и алгоритмы поиска произвольной положительной функции $R(\varphi, \psi)$. Численные эксперименты показали, что требуемое время расчётов на однопроцессорном компьютере составляет порядка 12 часов на основе потенциала и порядка 24 часов для напряжённости. Это очень долго и не подходит для оперативного принятия решений. Ниже рассмотрим методику восстановления формы источника в классе подобных шаров $R(\varphi, \psi) = R$, что приведёт к упрощению и ускорению процедуры расчётов.

Рассмотрим более детально предлагаемую методику. Во-первых, так как $R(\varphi, \psi) = R$, то частные производные в стабилизирующем функционале будут равны нулю, поэтому можно не тратить время на их вычисления. Кроме того, величины S_T и V_T для шара будут вычисляться по готовым, хорошо известным формулам. Во-вторых, от поиска оптимальных значений функции $R(\varphi, \psi)$ можно перейти к поиску оптимального значения вспомогательного параметра $t^* \in [0; 1]$, который задаст оптимальную точку отрезка $[R_0; R_1]$ $R^* = R_0 + t \cdot (R_1 - R_0)$, границы которого определяются из предельных геометрических соображений. Поиск минимума производится только по одной переменной на известном отрезке методом «золотого сечения».

В качестве тестовых моделей рассмотрим два варианта:

1) источник имеет форму эллипсоида, повернутого под углом $\gamma = 45^\circ$ с полуосями $A = 70$, $B = 35$, $C = 15$ метров, уравнение которого в сферической

системе координат выглядит, как
$$R(\varphi, \psi) = \frac{ABC}{h \cdot (T_1^2 + T_2^2 + T_3^2)^{0,5}},$$
 где

$$T_2 = \sin \psi \sin \varphi AC,$$

$$T_1 = (\sin \psi \cos \varphi \cos \gamma - \cos \psi \sin \gamma) BC,$$

$$T_3 = (\sin \psi \cos \varphi \sin \gamma + \cos \psi \cos \gamma) AB, \quad \varphi \in [0; 2\pi], \quad \psi \in [0; \pi].$$

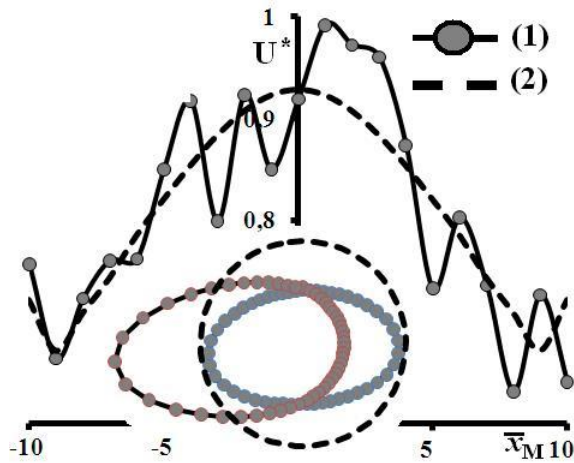
2) источник имеет случайную форму, которая моделируется с помощью равномерно распределённой случайной величины $rand_1$ на отрезке $[0; 1]$ по формуле $R(\varphi, \psi) = rand * 70/h$ с последующим двойным сглаживанием.

Параметры вмещающего пространства будут едины для обеих моделей: $h = 25$, $H = 150$ м; $W = -0,85$; величина перепадов механических напряжений $\nabla \sigma_{cp} = 5$ МПа/м.

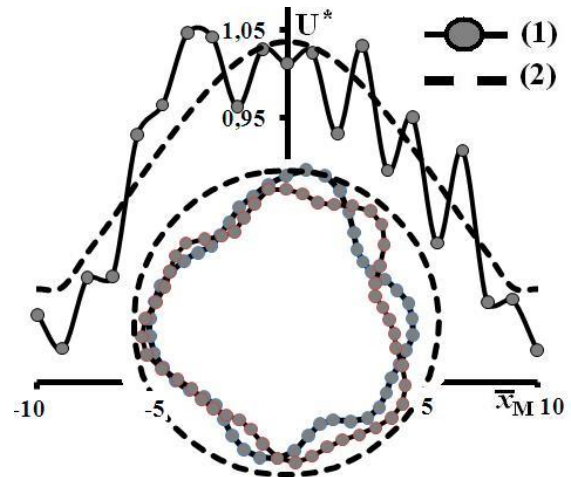
Моделирование погрешности измерений будем производить путём добавления случайной величины к вычисленному потенциалу по формуле $U_3^e = U_3 \cdot (1 + 0,1 \cdot rand_2)$, где $rand_2$ – равномерно распределённая на отрезке $[-1; 1]$ случайная величина.

Приведём графики двух сечений истинного и восстановленного источника поля; а также истинной и теоретической кривой значений приведённого потенциала (рисунок 2, 3) и напряжённости (рисунок 4, 5). Для рисунка 2 радиус восстановленного шара $R = 37,572$ м; величина перепадов $\nabla \sigma_{cp} = 5,213$

МПа/м; значение потенциала над эпицентром $U_3^{\max} = 0,0475$ В. Для рисунка 3 радиус восстановленного шара $R = 62,021$ м; величина перепадов $\nabla\sigma_{cp} = 4,931$ МПа/м; значение потенциала над эпицентром $U_3^{\max} = 0,1224$ В.

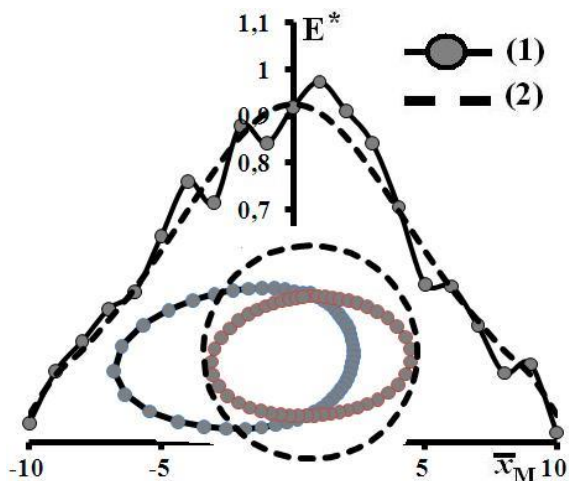


– Рисунок 2.

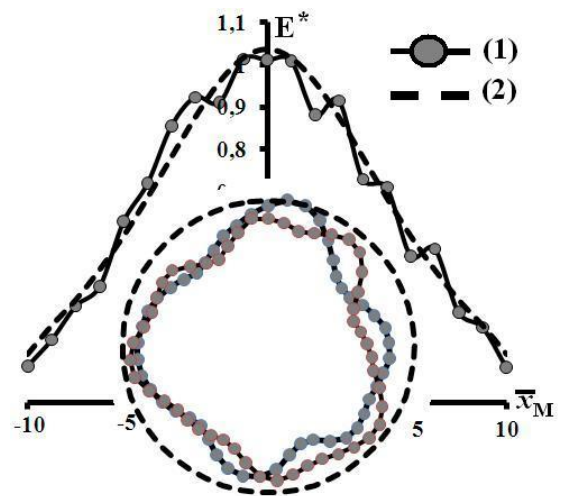


– Рисунок 3.

Для рисунка 4 радиус восстановленного шара $R = 37,389$ м; величина перепадов $\nabla\sigma_{cp} = 5,225$ МПа/м; значение напряжённости над эпицентром $E_3^{\max} = -4,905 \cdot 10^{-3}$ В. Для рисунка 5 радиус восстановленного шара $R = 62,041$ м; величина перепадов $\nabla\sigma_{cp} = 4,928$ МПа/м; значение напряжённости над эпицентром $E_3^{\max} = -1,072 \cdot 10^{-3}$ В.



– Рисунок 4.



– Рисунок 5.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Знаменский В. В. Геофизические методы разведки и исследования скважин [Текст] / В.В. Знаменский, М.С. Жданов, Л.П. Петров. – М.: Недра, 1980, 320 с.
2. Логачёв, А. А. Магниторазведка [Текст] / А. А. Логачёв, В.П. Захаров. – Л.: Недра, 1979, 353 с.
3. Семёнов, А. С. Электроразведка методом естественного электрического поля [Текст] / А. С. Семёнов. – Л.: Недра, 1980, 448 с.
4. Тарасов, Б. Г. Физический контроль массива горных пород [Текст] / Б. Г. Тарасов, В. В. Иванов, В. В. Дырдин, А. Н. Фокин. – М.: Недра, 1994, 239 с.
5. Тарасов, Б. Г. Геоэлектрические процессы и аномалии квазистационарного электрического поля в земной коре [Текст] / Б.Г. Тарасов, В.В. Дырдин, В.В. Иванов // ДАН СССР. – 1990. – т. 312 (5), с. 1092 – 1095.
6. Тихонов А. Н. О приближённом решении интегральных уравнений Фредгольма 1 рода [Текст] / А.Н. Тихонов, В. Б. Гласко // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1964. – т.4 (3), с. 564 – 571.
7. Тихонов А. Н. Применение метода регуляризации в нелинейных задачах [Текст] / А.Н. Тихонов, В. Б. Гласко // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1965. – т.5 (3), с. 463 – 473.
8. Бурсиан В. Р. Теория электромагнитных полей, применяемых в электроразведке [Текст] / В.Р. Бурсиан. – Л.: Недра, 1972, 308 с.
9. Sirota D. Diagnostics of the 3D shape of a rock failure zone by electrical measurements on the earth's surface [Текст] / D. Sirota, V. Ivanov // The 9-th Russian-Chinese symposium... 2018, p. 348 – 351.
10. Сирота Д.Ю. Диагностика формы и ориентации очага разрушения горных пород на основе электрических измерений как обратная задача геофизики [Текст] / Д.Ю. Сирота, В.В. Иванов // Геология и геофизика. 2018. – т. 59 (1), с. 129 – 135.