

УДК 51

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ В ЭКОНОМИКЕ СЕМЕЙНОГО БЮДЖЕТА

Черданцева Е.А., студентка гр. ХТб-161, 2 курс
Липина Г.А., старший преподаватель кафедры математики КузГТУ
Кузбасский государственный технический университет
имени Т. Ф. Горбачёва
г. Кемерово

Деньги и связанные с ними расчеты являются неотъемлемой частью жизни современного человека. Мы ежедневно ведем подсчет доходов и расходов, что-то приобретаем, пытаемся оптимизировать затраты. Умение грамотно расходовать средства — один из показателей успешности современного человека. Умение правильно спланировать свой бюджет — залог безбедного существования семьи.

С течением времени деньги довольно сильно изменились. Изначально торговля основывалась на обмене товарами: люди обменивали излишки, накопленные одним сообществом, на излишки, накопленные другим. Вскоре некоторые товары, например скот, стали использоваться при обмене как базовые для оценки стоимости других товаров. Так, например, двадцать амфор оливок по стоимости равнялись одной овце, сто амфор вина – волу. Амфоры емкостью от 25 до 30 литров, наполненные водой, назывались талантами и выступали единицами веса, а позднее так стали называть денежные единицы. Использование голов скота как платежной единицы привело к тому, что их изображения появились на камнях, глиняных табличках, а позднее – на металлических монетах. Впоследствии монеты стали чеканиться из драгоценных металлов, таким образом, стоимость монеты равнялась стоимости металла, из которого она была отчеканена (такие деньги называются товарными, или натуральными).

Следующим шагом стала чеканка монет из менее ценных металлов, и стоимость металла, из которого изготавливалась монета, была значительно меньше ее номинала. Такие деньги стали называться фидуциарными (от лат. fiducia - «доверие»), или символическими, и этот этап их эволюции завершился с появлением бумажных денег. Также деньги чеканились из бронзы, серебра или золота. Купцы позднего Средневековья обращались к ювелирам, чтобы те, взвесив наиболее ценные монеты, определили их реальную стоимость. Ювелиры и стали первыми банкирами: они принимали ценности на хранение, выдавая при этом свидетельства - расписки. Вскоре купцы стали считать эти свидетельства удобной и безопасной заменой самих монет. Позднее на смену распискам пришли банковские билеты, и появились первые банки. В банках хранились вклады, за которыми владельцы обращались нечасто. Вскоре

ювелиры и банкиры поняли, что достаточно хранить постоянно лишь небольшое количество ликвидных средств своих клиентов, а остальные вклады можно выдавать в виде займов при условии сохранения определенного коэффициента ликвидности, так появились банковские деньги. Когда собственник клал деньги в банк, а банк выдавал их третьему лицу, то эти деньги формально находились у трех разных людей: владельца вклада, банкира и заемщика, - отсюда следует определение денежной массы как суммы наличных денег на руках у населения и банковских вкладов [3].

Номинальная стоимость денег, по сути, всегда неизменна: один рубль – это один рубль, один доллар – это один доллар. Эта неизменность позволяет использовать деньги, как единицу расчета стоимости товаров, услуг, недвижимости, земли, а также общепринятое средство платежа, имеющее конкретную физическую форму – металлических монет, банковских билетов и т. д. Однако стоимость товаров и услуг меняется с течением времени. Во время инфляции стоимость денег снижается, при снижении цен (дефляции) происходит обратный процесс. Однако деньги обладают еще одним неотъемлемым качеством – ликвидностью, то есть возможностью использования в качестве средства платежа. Когда кому-либо не нужны ликвидные деньги, он может дать их займы третьему лицу, которому они необходимы для приобретения каких-либо товаров. Взамен третье лицо возвращает долг в размере, превышающем полученную сумму. Эта дополнительная сумма, которую готов платить должник за предоставленный займ, называется процентной ставкой. Таким образом, процентная ставка – это цена денег.

Представим ситуацию: потребителю нужна определенная сумма денег для покупки товара, предпринимателю – для покупки оборудования, при этом ни у того, ни у другого недостаточно денег для удовлетворения своих потребностей. Они обращаются в банк и, получив нужную сумму, обязуются вернуть ее в указанный срок и заплатить определенную цену за возможность использовать эти деньги. Цена, которую они заплатят за деньги, полученные займы, называется процентной ставкой. С другой стороны, некий человек, у которого есть лишние деньги, согласен снизить их ликвидность и поместить их на банковский вклад за определенный процент от этой суммы. Следовательно, деньги имеют свою цену не только для заемщиков, которым нужно вернуть займы с процентами, но и для банка, которому, чтобы привлечь клиентов, необходимо заплатить им [2].

При покупке недвижимости кредит выдается под залог приобретенного имущества, такой кредит называется *ипотечным*. Это означает, что если заемщик не сможет выполнить обязательства по кредиту, приобретенная им недвижимость перейдет в собственность банка.

Погашение обычных и ипотечных кредитов осуществляется периодическими платежами (раз в месяц, квартал, полугодие, год и т.д.), в этих платежах часть суммы идет на уплату процентов, а остаток – на погашение основного долга [1].

Чаще используются так называемые аннуитетные платежи (как правило, выплачиваемые в конце расчетного периода). Часть аннуитетного платежа идет в уплату процентов, часть – в уплату основного долга по кредиту. В первые годы большую часть аннуитетных платежей составляют проценты и лишь малая часть идет в уплату долга по кредиту. С течением времени доля выплачиваемых процентов в каждом платеже уменьшается, а доля, идущая в уплату основного долга, возрастает [2].

Чтобы рассчитать размер аннуитетного платежа по кредиту в размере C_0 с процентной ставкой i , выданному на n расчетных периодов (лет), нужно использовать формулу суммы геометрической прогрессии.

Для кредита с аннуитетным платежом a сроком n лет и процентной ставкой i будущая стоимость капитала C_n , выплаченная в виде суммы платежей a за n расчетных периодов, будет равна:

$$C_n = a(1+i)^0 + a(1+i)^1 + \dots + a(1+i)^{n-1} = a + (1+i)a + \dots + a(1+i)^{n-1}.$$

Результат является суммой геометрической прогрессии, первый член которой равен a , знаменатель – $(1+i)$

Применив формулу $S_n = a_1(r^n - 1)/(r - 1)$ суммы геометрической прогрессии, получим:

$$C_n = a((1+i)^n - 1)/(1+i - 1) = a((1+i)^n - 1)/i \quad (2).$$

Учитывая, что $C_n = C_0(1+i)^n$, и подставив это в (2), получим:

$$C_0(1+i)^n = a((1+i)^n - 1)/i, \text{ откуда}$$

$$a = C_0 i (1+i)^n / ((1+i)^n - 1) \quad (3),$$

где C_0 - сумма кредита.

Если платежи осуществляются в конце расчетного периода, величину фиксированного платежа следует рассчитывать по формуле, которую мы вывели выше. Часть фиксированного платежа идет в уплату основного долга. В конце каждого периода сумма основного долга к уплате уменьшается, следовательно, уменьшается и сумма процентов к уплате, а часть платежа, направленная в уплату основного долга, последовательно увеличивается. На основе этих данных составляется график выплат по кредиту, который позволяет в любой момент времени определить, какая часть основного долга выплачена, а какая – подлежит уплате. Далее в качестве примера приведен график платежей по кредиту суммой 100000 рублей под 5% годовых сроком на пять лет. В этих условиях рассчитывается сумма годового платежа, составляющего 23097,5 рублей.

Это величина получена по формуле (3), где a - сумма аннуитетного платежа, срок – n лет и процентная ставка i .

$$a = C_0 \left(i(1+i)^n - 1 \right) / \left((1+i)^n - 1 \right) = 10^5 \left(0,05 \cdot 1,05^5 / (1,05^5 - 1) \right) = 23097,5.$$

Таблица 1. График платежей по кредиту 1

Год	Капитал	Процент	На погашение процентов	На погашение основного долга	Фиксированный платеж	Остаток основного долга
1	100000,0	0,05	5000,0	18097,5	23097,5	81902,5
2	81902,5	0,05	4095,1	19002,4	23097,5	62900,1
3	62900,1	0,05	3145,0	19952,5	23097,5	42947,6
4	42947,6	0,05	2147,4	20950,1	23097,5	21997,5
5	21997,5	0,05	1099,9	21997,6	23097,5	-0,1

Как вы можете видеть, с течением времени и по мере внесения платежей сумма основного долга, подлежащего уплате, уменьшается. Как следствие, уменьшается и сумма процентов, а доля платежа, идущая в уплату основного долга, растет.

Может случиться так, что человеку или семье нужно выплачивать сразу несколько кредитов. Например, если человек, взявший кредит, описанный в предыдущем примере, возьмет второй кредит на сумму 300000 рублей со сроком погашения 10 лет под 8% годовых, платеж по которому составляет 44708,8 рублей, общая сумма платежей будет составлять 67806,3 рублей.

Таблица 2. График платежей по кредиту 2

Год	Капитал	Процент	На погашение процентов	На погашение основного долга	Фиксированный платеж	Остаток основного долга
1	300000,0	0,08	24000,0	20708,8	44708,8	279291,2
2	279291,2	0,08	22343,3	22365,5	44708,8	256925,7
3	256925,7	0,08	20554,1	24154,7	44708,8	232771,0
4	232771,0	0,08	18621,7	26087,1	44708,8	206683,8
5	206683,8	0,08	16534,7	28174,1	44708,8	178509,7
6	178509,7	0,08	14280,8	30428,0	44708,8	148081,7

7	148081, 7	0,08	11846,5	32862,3	44708,8	115219,4
8	115219, 4	0,08	9217,6	35491,2	44708,8	79728,2
9	79728,2	0,08	6378,3	38330,5	44708,8	41397,7
10	41397,7	0,08	3311,8	41397,0	44708,8	0,7

Если этому человеку не удастся вовремя вносить платежи по кредитам, он может обратиться в банк или другое финансовое учреждение, выдавшее кредит, с просьбой о его реструктуризации под более низкие проценты, а главное, при меньшем размере платежей, так как, например, он не может вносить свыше 50000 рублей ежегодно. Организация, выдавшая кредит, может предложить объединить два кредита в один суммой 400000 рублей под 6%. Задача заключается в том, чтобы определить срок погашения нового кредита при условии, что ежегодный платеж не превышает 50000 рублей.

Чтобы рассчитать срок нового кредита, нужно выразить переменную n из формулы (3) для расчета платежа:

$$a = C_0 i (1+i)^n / ((1+i)^n - 1) \Rightarrow n = (\log_b a - \log_b (a - C_0 i)) / \log_b (1+i).$$

Подставив в эту формулу значения a, i, C_0 , получим:

$$n = (\log_b 50000 - \log_b (50000 - 400000 \cdot 0,06)) / \log_b 1,06 = 11,22(\tilde{ä}\tilde{ä}).$$

Если мы составим график погашения кредита, то увидим, что на 11-м году остаток долга к уплате будет составлять 10737,3 рублей, что соответствует 21,5% платежа. Следовательно, срок кредита составляет 11 лет плюс 22% года, то есть 11 лет и 80 дней.

Ипотечные кредиты, или просто ипотека, - это кредиты с фиксированной суммой платежа и переменной процентной ставкой, которая зависит от колебаний базовой процентной ставки. При изменении процентной ставки составляется новый график платежей при том же сроке кредита. Как правило, процентная ставка по ипотеке равна официальной базовой процентной ставке, увеличенной на несколько пунктов или десятых долей пункта. В качестве базовой процентной ставки обычно используется межбанковская процентная ставка или процентная ставка, по которой продаются или приобретаются ипотечные кредиты на кредитном рынке. При подписании ипотечного договора указывается базовая процентная ставка за один квартал, один год и т.д., а также число пунктов, на которые она увеличивается, и сроки пересмотра процентной ставки по кредиту (раз в год, раз в квартал и т.д.) [3].

Подводя итоги этой работы, можно сказать следующее: очень важно уметь самостоятельно просчитать свои приобретения и затраты, оценить возможные риски. Ведь сделать это совсем несложно, достаточно использовать обычные знания из школьного курса математики (прогрессии, логарифмы) и некоторые формулы для расчетов процентных ставок и платежей.

Список литературы:

1. Арталь Л., Салес Ж. Ипотека и уравнения. Математика в экономике. – М.: Де Агостини, 2014. – 160 с.
2. Деньги. Кредит. Банки: Учебник. / Под ред. Г. Н. Белоглазовой Белоглазова Г. Н. – М.:Высшее образование, 2009.– 135 с.
3. Рыкова И.Н. Рынок потребительских кредитов: российский и зарубежный опыт.//Финансы и кредит.- 2010.– №36.–С.2–11.