УДК 51

ПРИМЕНЕНИЕ МАТРИЧНОГО МЕТОДА В ЭКОНОМИКЕ

Нагибина Т.Ю., Максименко Е.С., студенты гр. БЭс-162, 2 курс
Научный руководитель: Победаш П.Н., к.ф.-м.н., доцент
Кузбасский Государственный Технический Университет
имени Т.Ф. Горбачева
г. Кемерово

Впервые матрица упоминается в Древнем Китае, где матрица называлась «волшебный квадрат». Позже матрица отслеживается в трудах арабских математиков. В конце 17 века ученый Габриэль Крамер (родом из Швейцарии) разработал свою теорию решения систем линейных уравнений (СЛУ). Перед смертью, в 1751 году он опубликовал один из методов решения СЛУ, который назван «правилом Крамера» или «формулой Крамера». Примерно в это же время был создан другой метод решения систем линейных уравнений, которой тоже носит фамилию своего изобретателя – это «метод Гаусса». Заметим, что «правило Крамера» работает только для систем с ненулевым детерминантом (определителем системы), тогда как «метод Гаусса» работает для любой СЛУ. В середине 19 века большой вклад в исследование матриц внесли такие известные ученые как ирландец У. Гамильтон и англичанин А. Кэли. Наряду с ними развивали данную теорию немецкие математики К. Вейерштрасс и Ф. Фробениус, а также, французский математик Жордан. В 1850 году Джеймс Сильвестр ввел современное понятие матрицы [5].

Естественно под влиянием работ этих великих ученых в математике появился новый раздел, который был назван матричной алгеброй. Матричная алгебра имеет очень важное значение в науке, в том числе и в экономике.

Напомним понятие матрица. Матрицей размера $n\times m$ называется прямоугольная таблица состоящая из n строк и m столбцов, элементы которой являются числами или иными математическими выражениями a_{ij} (называемых элементами матрицы), $i = 1,2,3\ldots m$, $j = 1,2,3\ldots n$ [3].

Следовательно, матрицей можно представить информацию, например, о затратах на производство какой-либо продукции или производительности по каким-либо видам предприятия.

Рассмотрим несколько примеров использования матриц в экономике [4].

Пример 1. Найти общую стоимость сырья, планируемую для производства кирпича из глины (p_1) и силикатного кирпича (p_2), если план выпуска задан матрицей $P=(p_1, p_2)$, если нормы расхода сырья (S_1, S_2, S_3) на единицу продукции P_i заданы матрицей S и известна стоимость (у.е.) единицы сырья каждого вида кирпича – матрица С.

$$P = (30{,}30);\ S = \begin{pmatrix} 317 \\ 524 \end{pmatrix};\ C = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Решение: общую стоимость сырья можно вычислить следующим образом: вначале вычислим матрицу стоимостей затрат сырья на единицу продукции, т.е. матрицу:

$$R = S \cdot C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 28 \\ 41 \end{pmatrix},$$

а затем общую стоимость сырья по формуле:

$$Q = P \cdot R = \begin{pmatrix} 30 & 30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 28 \\ 41 \end{pmatrix} = 30 \cdot 28 + 30 \cdot 41 = 2070,$$

где R – стоимость затрат сырья, S – норма расхода сырья, C – стоимость единицы сырья, Q – общая стоимость сырья, P – план выпуска кирпича из глины и силикатного кирпича.

Пример 2. Фирма «Крона» производит следующие изделия: перчатки, сумки и портмоне. Для производства используется сырье 3-х видов. Известен расход сырья на единицу изделия и объем расхода сырья на 1 неделю (заданы в таблице). Необходимо найти еженедельный объем выпускаемой продукции каждого. S_1 – производство перчаток, S_2 – производство сумки, S_3 – производство портмоне [2].

S_1	6	2	0	280
S_2	1	0	1	60
S_3	3	2	4	310

Решение: По исходным данным составим математическую модель задачи. Пусть x – это объем производства перчаток, y – объем производства сумок и z - объем производства портмоне. С учетом нормы расходы каждого вида сырья на единицу изделия составим систему уравнений:

$$\begin{cases} 6x + 2y = 280 \\ x + z = 60 \\ 3y + 2y + 4z = 310 \end{cases}$$

Решим данную систему ее методом Крамера.

Указанный метод заключается в том, что вычисляется сначала определитель Δ основной матрицы системы, состоящий из коэффициентов при неизвестных. Если определитель не равен нулю ($\Delta \neq 0$), то система имеет единственное решение, которое можно найти по формулам Крамера

$$x = \frac{\Delta_1}{\Delta},\quad y = \frac{\Delta_2}{\Delta},\quad z = \frac{\Delta_3}{\Delta},$$

где Δ_i – определитель матрицы, получаемой из основной, путем замены i-го столбца столбцом свободных членов [1].

Для нашей системы найдем значение определителя системы (или главного определителя):

$$\Delta = \begin{vmatrix} 6 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{vmatrix} = -14, \text{ так как } \Delta \neq 0,$$

Аналогично найдем дополнительные определители:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 280 & 2 & 0 \\ 60 & 0 & 1 \\ 310 & 2 & 4 \end{vmatrix} = -420, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 6 & 280 & 0 \\ 1 & 60 & 1 \\ 3 & 310 & 4 \end{vmatrix} = -700, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} 6 & 2 & 280 \\ 1 & 0 & 60 \\ 3 & 2 & 310 \end{vmatrix} = -420.$$

Таким образом, по формулам Крамера получим:

$$x = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-420}{-14} = 30, \quad y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-700}{-14} = 50, \quad z = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-420}{-14} = 30.$$

Следовательно, еженедельный объем выпускаемой продукции, с учетом запасов сырья, составит 30 шт перчаток, 50 шт – сумок и 30 шт – портмоне.

Рассмотренные примеры лишь малая часть экономических тех задач, которые можно реализовать с помощь матриц.

Список литературы:

1. Гусак А.А. Высшая математика. Т.1. Минск: ТетраСистемс, 2003.
2. Кремер Н.Ш.; Путко Б.А.; Тришин И.М., "Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики", Москва, 2007.
3. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука, 1980.
4. Решение задач интернет маркетинга матричным методом экспертного оценивания // Экономика и управление, 2008, № 3.
5. Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браилов А.В. Математика в экономике: Учебник: в 3 частях, 2008.