

УДК 681.3.06

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ С ПРИМЕНЕНИЕМ MICROSOFT EXCEL

Круэз М.Е., студент гр. ЭЛб-161, II курс
Научный руководитель: Казунина Г.А., профессор, д.т.н., доцент
Кузбасский государственный технический университет
имени Т.Ф. Горбачева,
г. Кемерово

Освоение таких курсов, как теоретические основы электротехники, теория управления предполагает овладение практическими методами расчетов электрических цепей и систем. Хотя имеется много хороших учебников по этим дисциплинам [1], многие из них, особенно задачники, не соответствуют современному состоянию техники расчетов и развитию методов математического компьютерного моделирования. Использование компьютерного моделирования электрических цепей позволяет контролировать правильность расчетов на различных этапах, строить графики временных и частотных зависимостей характеристик изучаемых систем. Существующий в настоящее время ряд программ для моделирования электрических и электронных систем, таких как PSpice, Micro-Cap, Design Lab [2], не является общедоступным. В то же время широко доступна программная система Microsoft Excel (VBA), которая позволяет минимальными средствами получать и представлять графически результаты численного интегрирования дифференциальных уравнений [3].

В настоящей работе исследована простая линейная цепь, приведенная на рис.1.

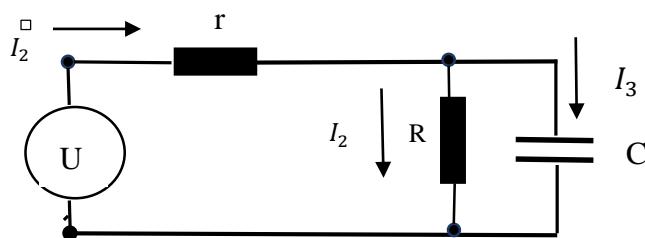


Рис.1. Моделируемая система.

С целью определения временных зависимостей токов в ветвях этой цепи записываем систему уравнений Кирхгофа для напряжений при условии $U_C(0) = 0$:

$$\begin{aligned} I_1 \cdot r + \frac{1}{C} \cdot \int_0^t I_3(t) dt &= U(t) \\ I_1 \cdot r + I_2 \cdot R &= U(t) \end{aligned} \quad (1)$$

$$I_1 = I_2 + I_3.$$

При постоянном входном напряжении $U(t) = E = \text{const}$ решение системы достаточно легко получить аналитически, например, при помощи преобразований Лапласа [4]:

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{E}{R+r} (1 - e^{-\frac{R+r}{RCr}t}) \\ I_3 &= \frac{E}{Rr} e^{-\frac{R+r}{RCr}t} (R+r-1). \end{aligned} \quad (2)$$

Временные зависимости $I_2(t)$, $I_3(t)$ для параметров системы $E = 100\text{в}$, $r = 10\text{ом}$, $R = 90\text{ом}$, $C = 10\text{ мкФ}$, $U_C(0) = 0$ графически представлены на рис.2.

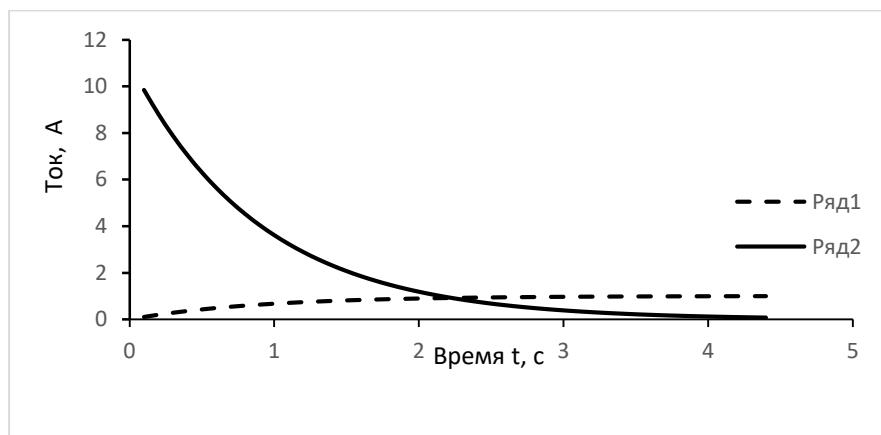


Рис.2. Временные зависимости токов $I_2(t)$ – 1, $I_3(t)$ – 2.

При более сложном внешнем воздействии на систему решение системы становится более трудоемким. Применение численного интегрирования при помощи Microsoft Excel (VBA) позволяет достаточно быстро получить графики интегральных кривых и проанализировать зависимость решений от параметров системы.

Для численного решения модифицирована пользовательская функция RungeKuttaStep, разработанная в [3], которая продвигает решение дифференциального уравнения в расширенном фазовом пространстве на один шаг по алгоритму Рунге-Кутта. Для непосредственного использования алгоритма исходная система уравнений (1) после исключения переменных преобразована в дифференциальное уравнение первого порядка относительно переменной $I_3(t)$:

$$\frac{dI_3}{dt} + \frac{R+r}{RCr} \cdot I_3 = \frac{1}{r} \frac{dU}{dt},$$

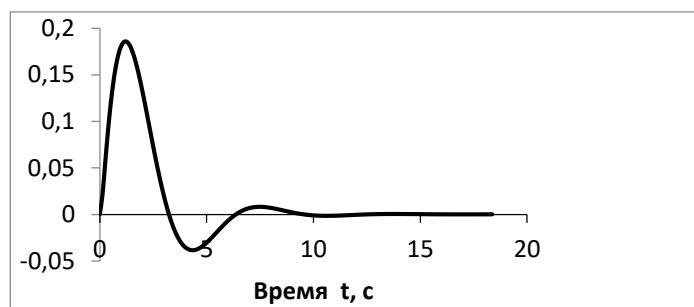
которое записываем в виде равносильной системы

$$\begin{aligned} \frac{dt}{dt} &= 1 \\ \frac{dI_3}{dt} &= -\frac{R+r}{RCr} \cdot I_3 + \frac{1}{r} \frac{dU}{dt}. \end{aligned} \quad (3)$$

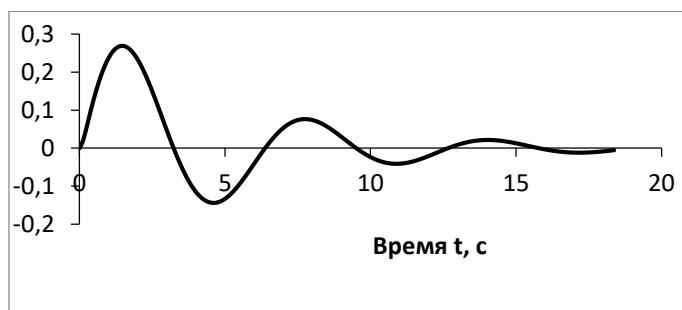
В качестве примера зададим входное напряжение функцией

$$U(t) = Ae^{-kt} \sin t$$

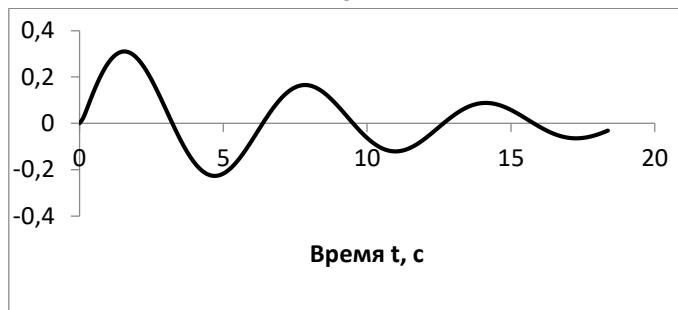
и проанализируем, как изменяется ток на конденсаторе $I_3(t)$ при изменении параметров цепи и входного напряжения. Результаты моделирования показаны на рис.3 и рис.4.



a



b



c

Рис.3. Влияние уменьшения по абсолютной величине коэффициента затухания входного напряжения: $k = 0,5 - a$; $k = 0,2 - b$; $a = 0,1 - c$.

Как видно из приведенных зависимостей (рис.3), по мере уменьшения по абсолютной величине коэффициента затухания начинает проявляться периодическая составляющая входного сигнала.

Изменение параметра $D = \frac{R+r}{rCR}$ приводит к существенному изменению характера зависимости тока от времени (рис.4). А при изменении значений параметра от $D > 20$ вид зависимости качественно изменяется, обнаруживая вместо временного затухания значительный рост (рис. 4c).

Таким образом численное решение дифференциальных уравнений с использованием Microsoft Excel (VBA) дает возможность предварительного качественного анализа решения, а во многих случаях является единственным методом.

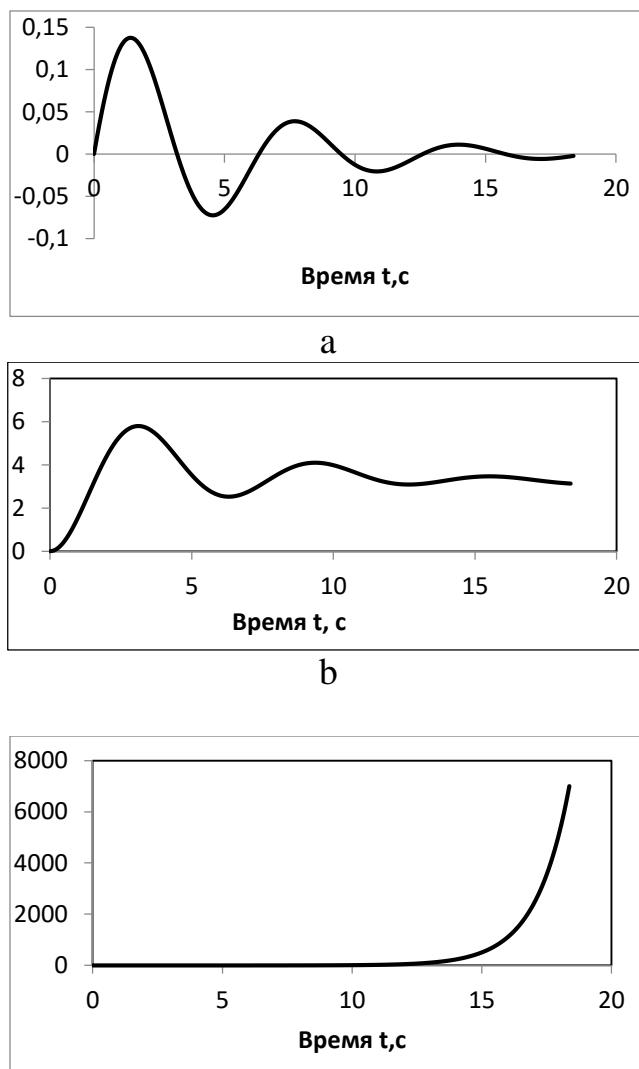


Рис.4. Влияние изменения параметра системы $D = \frac{R+r}{rCR}$ на ток $I_3(t)$:
 $D = 1 - a$; $D = 20 - b$; $D = 22,8 - c$.

Список литературы:

1. Сиберт, У.М. Цепи. Сигналы. Системы. Часть 1/ У.М. Сиберт // М.: Мир, 1988. - 336 с.

2. Пряничников В.А. Электротехника и ТОЭ в примерах и задачах/ Пряничников В.А., Петров Е.А., Осипов Ю.М. // Санкт-Петербург: «Корона.Век», 2013.- 332с.
3. Алексеев, Д.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения: вводный курс с иллюстрациями в Microsoft Excel /Д.В. Алексеев, Г.А. Казунина // М:УРСС , 2018. - 159 с. (в печати)
4. Казунина, Г.А. Математика: преобразования Фурье, преобразования Лапласа. - Кемерово: КузГТУ, 2015. – 128 с.