

УДК 004.023

РЕАЛИЗАЦИЯ ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О N ФЕРЗЯХ

Овчинников Е.Н., студент гр. ПИБ-151, III курс
Научный руководитель: Дороганов В.С., ст. преподаватель
Кузбасский государственный технический университет имени Т.Ф. Горбачева
г. Кемерово

Одна из наиболее известных математических задач на шахматной доске – «Задача о восьми ферзях».

Формулировка ее состоит в том, что на шахматной доске нужно расставить 8 ферзей так, чтобы они не угрожали друг другу. Данную задачу можно расширить и сделать более привлекательной для исследования, если отойти от размерности классической шахматной доски (8) и взять размерность доски N . В этом случае постановкой задачи будет – расставить N ферзей на доске размера $N \times N$ так, чтобы они не угрожали друг другу.

Сложность задачи будет зависеть от способа начальной расстановки ферзей и будет равна $O(N^N)$ в случае, если на каждой строке может находиться только одна фигура и $O(N!)$, если подобное ограничение налагается и на столбцы.

Генетический алгоритм представляет собой эвристический алгоритм поиска, применяемый при решении задач оптимизации и моделирования.

Метод основан на использовании механизмов биологических процессов эволюции: естественный отбор, скрещивание и мутация.

Общая схема генетического алгоритма формируется следующим образом:

1. Генерируется случайная начальная популяция «особей» - потенциальных решений задачи
2. Все особи подвергаются ранжированию, правила которого определяет целевая функция
3. Скрещиваются лучшие «особи», в результате чего появляются «решения-потомки», которые заменяют худшие решения исходной популяции
4. К потомкам с некоторой вероятностью применяется функция мутации
5. Формируется новая популяция и повторяются шаги 2-4 до достижения желаемого результата.

В случае программной интерпретации задачи, решение (особь) можно представить в виде массива размерности N . В таком случае для элемента массива его индекс будет являться номером строки, а его значение – номером столбца.

Начальная популяция генерируется таким образом, чтобы каждое решение заведомо удовлетворяло условию отсутствия конфликтов по горизонтали и по вертикали (т.е. элементы массива принимают уникальные значения в промежутке $[0, N]$).

Рисунок 1 иллюстрирует решение для $N=8$, массив $[4, 0, 3, 5, 7, 1, 6, 2]$.

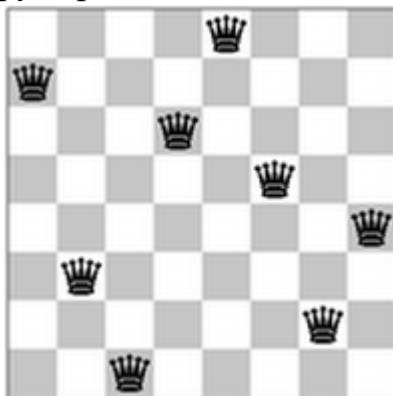


Рис. 1 – Вариант решения для классической шахматной доски

Функция ранжирования, называемая также «фитнес-функция» или функция приспособленности, будет оценивать особь через подсчет конфликтов по диагоналям для каждого решения. Качество решения будет тем выше, чем меньше число этих конфликтов.

Функция получения потомков (скрещивания) на основе двух «родителей» будет генерировать новую «особь», которая содержит повторяющиеся по индексу и значению элементы «родителей», остальные позиции заполняются случайными целыми числами в промежутке $[0, N]$ с соблюдением условия отсутствия конфликтов по столбцам и строкам.

Функция мутации будет применяться с задаваемой вероятностью к потомкам и менять местами 2 случайных элемента.

К сожалению, являясь эвристическим алгоритмом, генетический алгоритм не гарантирует нахождение решения, даже если оно существует. Поэтому, если стоит задача нахождения всех возможных решений поставленной задачи, то говорить о практичности применения генетического алгоритма даже не приходится.

При решении оптимизационных задач, в которых присутствует случайность, важно оптимизировать и сам алгоритм решения.

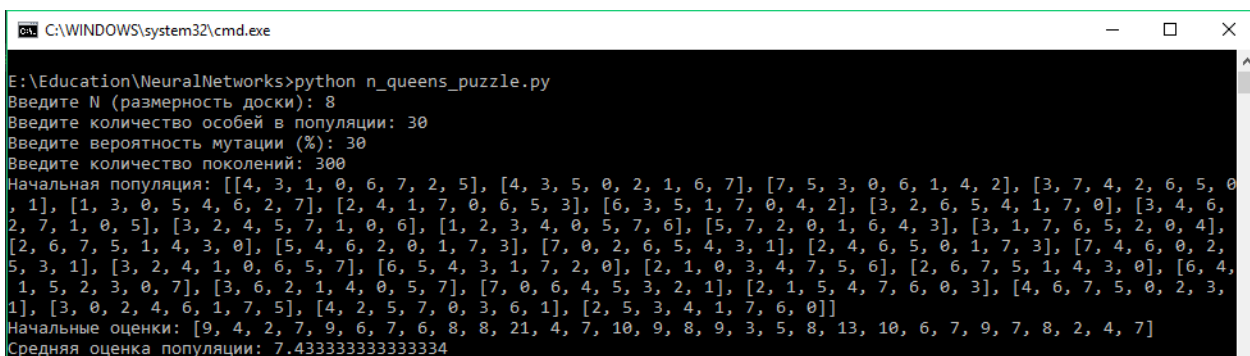
Так в рассматриваемой задаче большую роль имеет функция ранжирования, сократив время выполнения которой можно значительно сократить общее время решения задачи.

Алгоритм плохо масштабируется под сложность задачи, поэтому важную часть имеет предварительный тщательный анализ предметной области, четкая формулировка и постановка задачи и исключение как можно большего количества вычислений, связанных с ограничениями. На примере задачи о ферзях – при генерациях особи всегда проверяется условие отсутствия угрозы по вертикали и горизонтали. Оптимизировать данный процесс по

времени поможет ограничение на отсутствие угрозы и по диагонали, но в случае отсутствия каких-либо ограничений в принципе, время нахождения решения и сложность задачи возрастает в разы.

Программная реализация алгоритма решения:

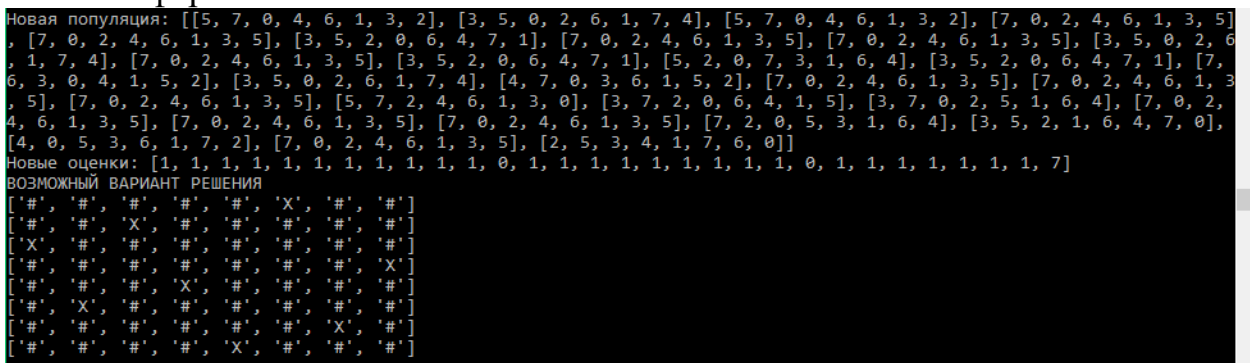
1. Ввод начальных данных (рисунок 2):
 - a. Размерность доски («длина особи» соответственно)
 - b. Количество «особей» (потенциальных решений) в популяции
 - c. Вероятность мутации (в процентах)
 - d. Количество поколений (количество итераций скрещивания/мутации/отбора)



```
C:\WINDOWS\system32\cmd.exe
E:\Education\NeuralNetworks>python n_queens_puzzle.py
Введите N (размерность доски): 8
Введите количество особей в популяции: 30
Введите вероятность мутации (%): 30
Введите количество поколений: 300
Начальная популяция: [[4, 3, 1, 0, 6, 7, 2, 5], [4, 3, 5, 0, 2, 1, 6, 7], [7, 5, 3, 0, 6, 1, 4, 2], [3, 7, 4, 2, 6, 5, 0, 1], [1, 3, 0, 5, 4, 6, 2, 7], [2, 4, 1, 7, 0, 6, 5, 3], [6, 3, 5, 1, 7, 0, 4, 2], [3, 2, 6, 5, 4, 1, 7, 0], [3, 4, 6, 2, 7, 1, 0, 5], [3, 2, 4, 5, 7, 1, 0, 6], [1, 2, 3, 4, 0, 5, 7, 6], [5, 7, 2, 0, 1, 6, 4, 3], [3, 1, 7, 6, 5, 2, 0, 4], [2, 6, 7, 5, 1, 4, 3, 0], [5, 4, 6, 2, 0, 1, 7, 3], [7, 0, 2, 6, 5, 4, 3, 1], [2, 4, 6, 5, 0, 1, 7, 3], [7, 4, 6, 0, 2, 5, 3, 1], [3, 2, 4, 1, 0, 6, 5, 7], [6, 5, 4, 3, 1, 7, 2, 0], [2, 1, 0, 3, 4, 7, 5, 6], [2, 6, 7, 5, 1, 4, 3, 0], [6, 4, 1, 5, 2, 3, 0, 7], [3, 6, 2, 1, 4, 0, 5, 7], [7, 0, 6, 4, 5, 3, 2, 1], [2, 1, 5, 4, 7, 6, 0, 3], [4, 6, 7, 5, 0, 2, 3, 1], [3, 0, 2, 4, 6, 1, 7, 5], [4, 2, 5, 7, 0, 3, 6, 1], [2, 5, 3, 4, 1, 7, 6, 0]]
Начальные оценки: [9, 4, 2, 7, 9, 6, 7, 6, 8, 8, 21, 4, 7, 10, 9, 8, 9, 3, 5, 8, 13, 10, 6, 7, 9, 7, 8, 2, 4, 7]
Средняя оценка популяции: 7.433333333333334
```

Рис. 2 – Ввод начальных данных

2. Результат выполнения алгоритма («Рис. 3»), где X – расположение ферзей



```
Новая популяция: [[5, 7, 0, 4, 6, 1, 3, 2], [3, 5, 0, 2, 6, 1, 7, 4], [5, 7, 0, 4, 6, 1, 3, 2], [7, 0, 2, 4, 6, 1, 3, 5], [7, 0, 2, 4, 6, 1, 3, 5], [3, 5, 2, 0, 6, 4, 7, 1], [7, 0, 2, 4, 6, 1, 3, 5], [7, 0, 2, 4, 6, 1, 3, 5], [3, 5, 0, 2, 6, 1, 7, 4], [7, 0, 2, 4, 6, 1, 3, 5], [3, 5, 2, 0, 6, 4, 7, 1], [5, 2, 0, 7, 3, 1, 6, 4], [3, 5, 2, 0, 6, 4, 7, 1], [7, 6, 3, 0, 4, 1, 5, 2], [3, 5, 0, 2, 6, 1, 7, 4], [4, 7, 0, 3, 6, 1, 5, 2], [7, 0, 2, 4, 6, 1, 3, 5], [7, 0, 2, 4, 6, 1, 3, 5], [7, 0, 2, 4, 6, 1, 3, 5], [5, 7, 2, 4, 6, 1, 3, 0], [3, 7, 2, 0, 6, 4, 1, 5], [3, 7, 0, 2, 5, 1, 6, 4], [7, 0, 2, 4, 6, 1, 3, 5], [7, 0, 2, 4, 6, 1, 3, 5], [7, 0, 2, 4, 6, 1, 3, 5], [7, 2, 0, 5, 3, 1, 6, 4], [3, 5, 2, 1, 6, 4, 7, 0], [4, 0, 5, 3, 6, 1, 7, 2], [7, 0, 2, 4, 6, 1, 3, 5], [2, 5, 3, 4, 1, 7, 6, 0]]
Новые оценки: [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 7]
ВОЗМОЖНЫЙ ВАРИАНТ РЕШЕНИЯ
['#', '#', '#', '#', '#', 'X', '#', '#']
['#', '#', 'X', '#', '#', '#', '#', '#']
['X', '#', '#', '#', '#', '#', '#', '#']
['#', '#', '#', '#', '#', '#', '#', 'X']
['#', '#', '#', 'X', '#', '#', '#', '#']
['#', 'X', '#', '#', '#', '#', '#', '#']
['#', '#', '#', '#', '#', '#', 'X', '#']
['#', '#', '#', '#', 'X', '#', '#', '#']
```

Рисунки 2 и 3 показывают результаты работы программы для классической шахматной доски (8 x 8). В данном примере за 300 поколений среди популяции из 30 особей и вероятностью мутации 30% было найдено как минимум одно из возможных решений, что и требовалось для решения поставленной задачи.

Список литературы:

1. Гик, Е.Я. Шахматы и математика. – Москва: «Наука», 1983.
2. Гарднер, Мартин. Математические головоломки и развлечения. – Москва: «Мир», 1999.
3. Math.ru [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.math.ru/lib/> (дата обращения 28.03.2018)
4. Машинное обучение [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php?title=Заглавная_страница (дата обращения 27.03.2018)