

УДК 621.78

## **РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА ПРИ СТРУЙНОМ НАГРЕВЕ АЛЮМИНИЕВОГО РУЛОНА ГОРЯЧИМ ВОЗДУХОМ**

А.С. Горшенин, к.т.н., доцент  
Самарский государственный технический университет  
г. Самара

При непрерывном литье алюминиевой ленты происходит образование неоднородной структуры металла, т.е. дендритной ликвации, появлению микропор, трещин [1]. Для устранения таких дефектов, ухудшающих качество слитков, проводят термическую обработку, одним из видов которой является отжиг. Исследование теплообмена при отжиге круглых алюминиевых слитков подробно описано в [2]. Помимо круглых слитков в качестве алюминиевого полуфабриката используется также лента, которую также подвергают отжигу. В связи с этим возникает необходимость подробно изучить теплообмен при термообработке алюминиевой ленты. Для исследования процесса теплообмена прежде всего необходимо получить математическую модель теплообмена между алюминиевым рулоном и горячим воздухом.

Сформулируем физическую постановку задачи теплообмена в системе горячий воздух – алюминиевый рулон.

В печи происходит термическая обработка садки - алюминиевой ленты, скрученной в рулон, из литейной машины. Термическая обработка – нагрев для отжига (гомогенизации), температура процесса -  $600^{\circ}\text{C}$ . Подвод теплоты происходит струями горячего воздуха в два боковых торца рулона. Следствием данной физической постановки задачи являются следующие допущения:

1. на торцах рулона происходит равномерный нагрев конвекцией,
2. нагрев листов рулона происходит теплопроводностью вдоль оси рулона,
3. передача теплоты происходит вдоль рулона, по радиусу рулона теплота не передается из – за термических сопротивлений.

Сформулируем математическую постановку задачи.

Лист рулона можно представить пластиной в прямоугольных координатах. Примем следующие условные обозначения:  $t_B$  - температура горячего воздуха,  $^{\circ}\text{C}$ ,  $t$  - температура алюминиевого листа,  $^{\circ}\text{C}$ ,  $\tau$  - время нагрева,  $ч$ ,  $l$  - ширина рулона,  $м$ . Лист омывается горячим воздухом с температурой  $t_B$ ,  $^{\circ}\text{C}$  с постоянной скоростью  $W, м/с$ . Теплота  $q$  равномерно подводится по всему торцу листа. В процессе нагрева температура листа алюминия изменяется от начальной  $t_0$  до конечной температуры  $t$ .

Расчетная схема теплообмена к постановке задачи теплообмена в системе горячий воздух – алюминиевый рулон представлена на рис. 1.

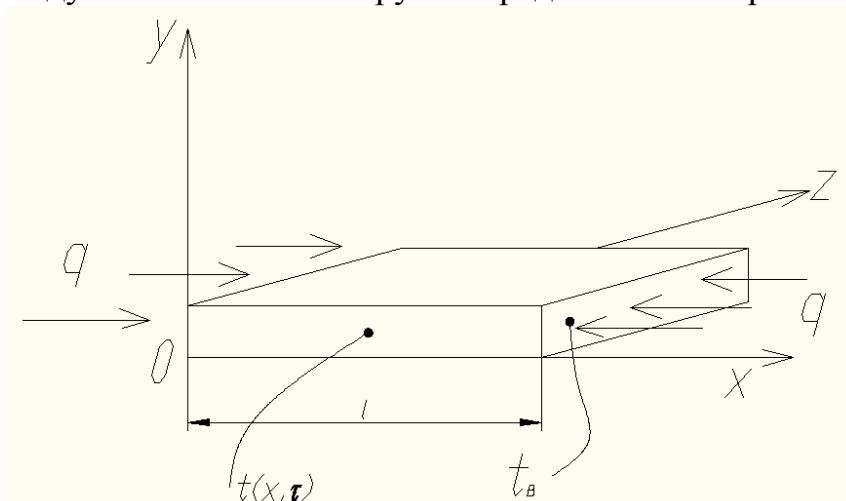


Рис. 1. Расчетная схема теплообмена к постановке задачи в системе горячий воздух – алюминиевый рулон.

Анализ расчетной схемы показывает, что температура листа изменяется только по координате  $X$ . Так как горячий воздух равномерно омывает торцы листа, изменения температуры по координате  $Z$  нет, т.е.  $t \neq f(Z)$ . По координате  $Y$  изменения температуры так же нет  $t \neq f(Y)$ , так как тело термически тонкое. Таким образом, температура листа изменяется только по оси рулона  $t = f(X)$ . Нагрев рулона нестационарный, т.е.  $t = f(X, \tau)$ . Нагрев происходит горячим воздухом с постоянной температурой  $t_B = const$ .

В начальный момент времени нагрева  $\tau = 0$  температура рулона  $t$ , являющаяся функцией координаты  $X$  и времени нагрева  $\tau$ , принимает значение  $t_0$ ,  $t = f(X, \tau) = f(X) = t_0$  [1].

Все это позволяет сформулировать постановку задачи теплообмена в системе горячий воздух – алюминиевый рулон. Постановка задачи включает описание процесса, расчетную схему теплообмена (рис. 1), дифференциальное уравнение теплопроводности, начальные и граничные (1) условия:

$$\begin{cases} \frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \\ t|_{x=0} = t_B \\ t|_{x=l} = t_B \\ t|_{\tau=0} = t_0 \end{cases} \quad (1)$$

Для более компактной записи, удобной для дальнейшего математического анализа, перейдем к безразмерным переменным. В данном случае в процессе нагрева переменными величинами являются время  $\tau$ , координата  $X$ , температура алюминиевого листа  $t$ . Безразмерной переменной, характе-

ризирующей время нагрева, является критерий Фурье  $Fo = \frac{a \cdot \tau}{l^2}$ , где  $a$  - коэффициент температуропроводности;  $\tau$  - время нагрева, ч;  $l$  - ширина рулона, м. Безразмерная координата запишется выражением  $\bar{x} = \frac{x}{l}$ , где  $x$  - продольная координата. Температуру в безразмерном виде запишем как  $T = \frac{t_B - t}{t_B - t_0}$ .

Проведенные преобразования позволяют записать постановку задачи нагрева алюминиевой пластины в безразмерной форме

$$\begin{cases} \frac{\partial T(\bar{x}, Fo)}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 T(\bar{x}, Fo)}{\partial \bar{x}^2} \\ T|_{\bar{x}=0} = 0 \\ T|_{\bar{x}=1} = 0 \\ T|_{Fo=0} = 1 \end{cases} \quad (2)$$

Поскольку поставленная задача имеет нулевые, т.е. однородные граничные условия, это позволяет использовать для ее решения метод Фурье. Используя данный метод, проведя математические преобразования, окончательно решение задачи прогрева алюминиевого листа имеет вид

$$t = t_B - (t_B - t_0) 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(1 - \cos k\pi)}{k\pi} \sin(k\pi \bar{x}) \exp^{-(k\pi)^2 Fo}, \quad (3)$$

где  $k = 1, 5, 9, \dots, \infty$ ,  $\bar{x}$  - безразмерная ширина рулона.

Полученная математическая модель в системе горячий воздух – алюминиевый рулон позволяет исследовать теплообмен при нагреве ленты при термообработке. Исследование проводилось для всего диапазона ширины рулона, предусмотренного ГОСТ 13726-97 от 0,5 до 2,0 м. В процессе исследования задавались промежутки времени и определялось изменение температуры по ширине рулона. Результаты исследования для рулонов шириной 0,5 и 2,0 приведены на рис. 2, 3[2].

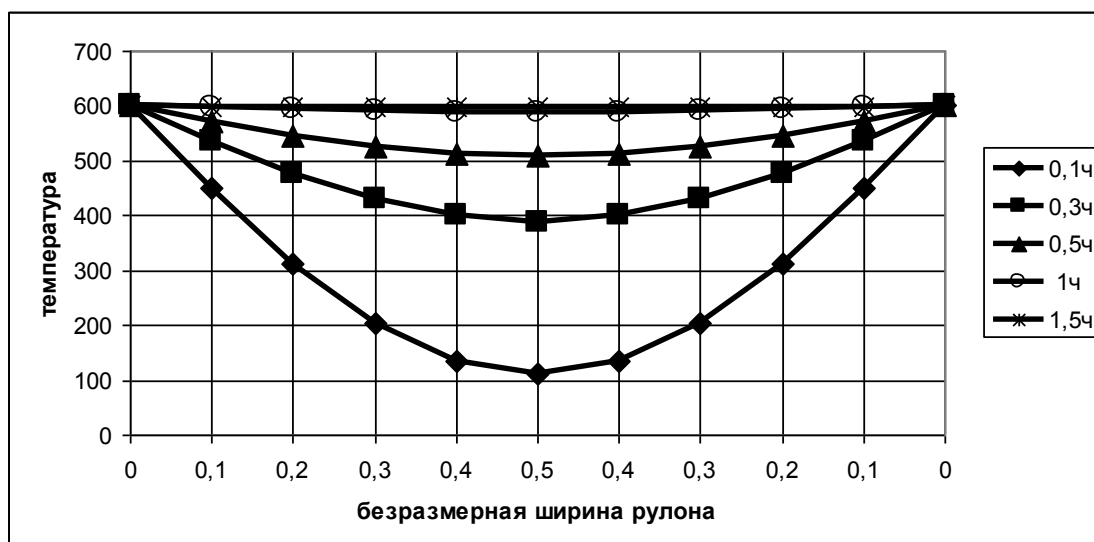


Рис.2. Изменение температуры рулона шириной 0,5 м при нагреве горячим воздухом

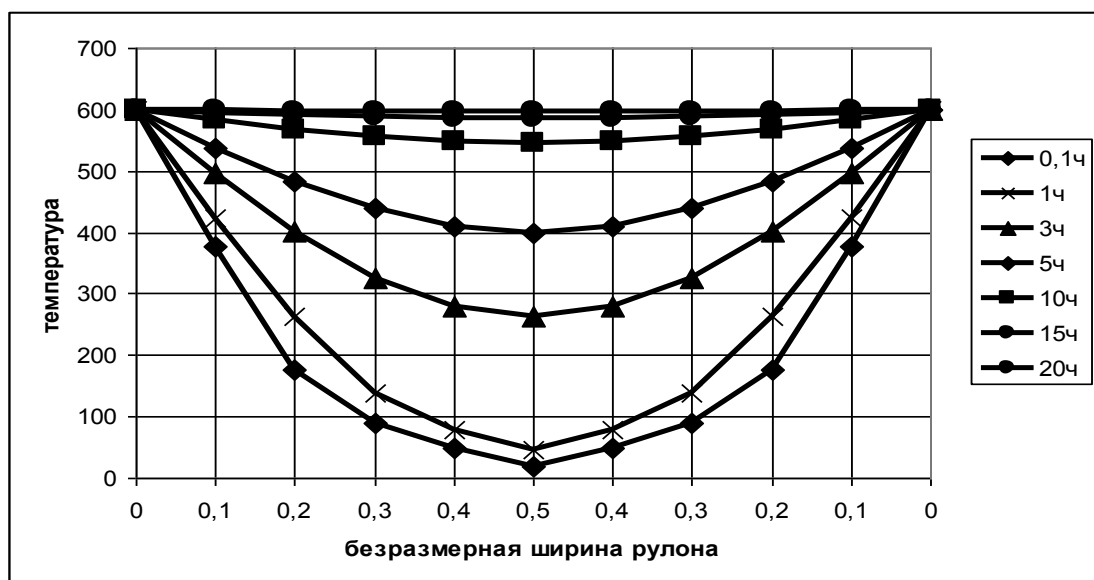


Рис.3. Изменение температуры рулона шириной 2,0 м при нагреве горячим воздухом

### Список литературы:

1. Одинцов М.В. Анализ процесса литья алюминия в кристаллизаторе с подвижным дном [Текст]/ М.В. Одинцов // Технические науки: проблемы и перспективы: материалы междунар. заоч. Науч. конф. (г. Санкт-Петербург, март 2011 г.)./ Под общ. Ред. Г.Д. Ахметовой.- СПб.: Реноме, 2011.- с.126-129.
2. Горшенин, А.С. Совершенствование процесса охлаждения алюминиевых слитков воздухом на основе моделирования регулируемого конвективного теплообмена [Текст] : дис. ... канд. тех. наук : 05.14.04 : защищена 07.11.2013 : утв. 11.03.2014 / Горшенин Андрей Сергеевич. – С., 2013. – 151 с.