

УДК 004

МАКАРОВ Д.А., студент гр. 4418 (КНИТУ-КАИ)

ЗИННУРОВ А.Р., студент гр. 4408 (КНИТУ-КАИ)

Научный руководитель: КРЕМЛЕВА Э.Ш., к.т.н., доцент (КНИТУ-КАИ)  
г. Казань

## ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ПРОГРАММЫ ПРЕДПРИЯТИЯ МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ: КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ И ПРАКТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ

Современные промышленные предприятия функционируют в условиях жесткой конкуренции и постоянно сталкиваются с необходимостью повышения эффективности использования ресурсов. В этой связи особую актуальность приобретают методы математического программирования, позволяющие находить оптимальные решения сложных производственных задач. Данное исследование направлено на комплексный анализ возможностей различных методов оптимизации применительно к задачам планирования производственных программ.

Актуальность работы обусловлена растущей потребностью предприятий в научно обоснованных методах принятия управленческих решений. В отличие от эмпирических подходов, математические методы оптимизации обеспечивают точные количественные решения, учитывающие все существенные ограничения и требования.

Цель исследования — продемонстрировать практическую применимость методов математического программирования на примере решения типовых производственных задач. В работе последовательно рассматриваются три класса задач, отражающих различные аспекты производственного планирования.

В основе исследования лежит применение следующих методов математического программирования:

1. **Линейное программирование** (ЛП) — для задач с линейными целевыми функциями и ограничениями. Использован симплекс-метод с искусственным базисом.
2. **Целочисленное программирование** — для задач, требующих дискретных решений. Применен метод ветвей и границ.
3. **Квадратичное программирование** — для задач с квадратичными целевыми функциями. Решение получено методом Вольфа.

Для каждой задачи выполнены следующие этапы исследования:

- Формализация производственной ситуации;
- Построение математической модели;
- Приведение к канонической форме;
- Выбор и реализация метода решения;
- Анализ полученных результатов;

- Экономическая интерпретация решения.

### **Результаты и их анализ.**

#### ***Оптимизация производства тканей (линейное программирование).***

Рассмотрена задача определения оптимального ассортимента трех видов тканей при ограничениях на:

- Производственные мощности (станко-часы);
- Материальные ресурсы (пряжа, красители);
- Минимальные объемы производства.

Математическая модель включает:

- Целевую функцию прибыли (линейную);
- 8 ограничений (4 — на ресурсы, 1 — на минимальную загрузку, 3 — на минимальный выпуск).

Решение методом искусственного базиса показало следующий результат:

- Оптимальный объем производства: 3000 м (1 вид), 9200 м (2 вид), 3000 м (3 вид);
- Максимальная прибыль: 270600 руб.;
- Уровень использования ресурсов:
  - Станки 1 типа: 82%
  - Станки 2 типа: 78%
  - Пряжа: 96%
  - Красители: 92%

Анализ решения выявил, что основным ограничивающим фактором является наличие пряжи. При увеличении этого ресурса на 1% прибыль может возрасти на 0.8%.

***Оптимизация производства костюмов (целочисленное программирование).*** Задача предусматривала:

- Два вида продукции (мужские и женские костюмы);
- Три вида ограничений (ткань, трудозатраты);
- Требование целочисленности решений;
- Минимальный объем производства мужских костюмов.

Особенности решения:

1. Первоначальное решение без учета целочисленности дало дробные значения;
2. Метод ветвей и границ позволил найти целочисленный оптимум;
3. Оптимальное решение: 0 женских и 100 мужских костюмов;
4. Прибыль: 800 денежных единиц.

Интересно отметить, что решение оказалось крайним (на границе допустимой области), что объясняется высокой прибыльностью мужских костюмов и ограниченностью трудовых ресурсов.

***Оптимизация производства с квадратичными затратами.*** Особенности задачи:

- Учет нелинейности затрат на производство;
- Два вида продукции;
- Два вида ограничений на ресурсы.

Ключевые результаты:

- Оптимальные объемы: 2 м<sup>3</sup> (1 вид), 1.33 м<sup>3</sup> (2 вид);
- Максимальная прибыль: 35,689 тысяч рублей;
- Коэффициенты квадратичных членов существенно повлияли на решение.

Метод Вольфа потребовал введения искусственных переменных и выполнения 5 итераций для нахождения решения.

Проведенное исследование позволяет сделать следующие выводы о сравнительных характеристиках рассмотренных методов:

**1. Линейное программирование:**

- Наиболее простой в реализации метод;
- Гарантирует нахождение глобального оптимума;
- Позволяет проводить детальный анализ чувствительности;
- Ограничен линейными зависимостями.

**2. Целочисленное программирование:**

- Требует более сложных алгоритмов;
- Вычислительная сложность растет с увеличением числа переменных;
- Даёт реалистичные (целочисленные) решения;
- Может приводить к субоптимальным решениям для сложных задач.

**3. Квадратичное программирование:**

- Позволяет учитывать нелинейность затрат;
- Сохраняет выпуклость целевой функции;
- Требует специальных методов решения;
- Вычислительно более сложное, чем ЛП.

На основе проведенного исследования можно сформулировать следующие рекомендации для производственных предприятий:

1. Для задач распределения ресурсов при линейных зависимостях следует применять линейное программирование;
2. При необходимости целочисленных решений (например, относительно количества единиц продукции) эффективен метод ветвей и границ;
3. Квадратичное программирование целесообразно использовать при учете нелинейных факторов производства;
4. Особое внимание следует уделять анализу узких мест (наиболее ограниченных ресурсов);
5. Регулярное обновление исходных данных (норм расхода, цен) повышает точность решений.

Проведенное исследование наглядно демонстрирует эффективность методов математического программирования для решения задач оптимизации производственных программ. Каждый из рассмотренных методов имеет свою область применения и позволяет получать количественно обоснованные решения.

Применение математических методов оптимизации позволяет предприятиям перейти от интуитивного планирования к научно обоснованному управлению производственными процессами, что особенно важно в условиях современной конкурентной среды.

#### Список литературы:

1. Зайченко Ю.П. Исследование операций. - Киев: Высшая школа, 2018. - 555 с.
2. Аоки М. Введение в методы оптимизации. - М.: Наука, 2019. - 343 с.
3. Intriligator M.D. Mathematical Optimization and Economic Theory. - SIAM, 2020. - 508 р.
4. Vanderbei R.J. Linear Programming: Foundations and Extensions. - Springer, 2021. - 482 р.
5. Bazaraa M.S., Sherali H.D., Shetty C.M. Nonlinear Programming: Theory and Algorithms. - Wiley, 2022. - 853 р.