

УДК 621.3.011.7**ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ РАСЧЕТА ПЕРЕХОДНЫХ
ПРОЦЕССОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ
SOFTWARE FOR CALCULATING TRANSIENT PROCESSES IN
ELECTRICAL CIRCUITS**

Барабанов С.А., Руденко Е.О.,

студенты по направлению 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника»
ФГБОУ ВО НИ «Российский химико-технологический университет им.

Д.И. Менделеева», г. Новомосковск

Научный руководитель Исаев А.С., канд. техн. наук, доцент кафедры
«Электроснабжение промышленных предприятий»

Аннотация. Рассмотрен расчёт переходного процесса типичной RL-цепи с одним накопителем энергии. Параметры режима определены различными методами. В качестве программного средства использован MathCAD. Отличием работы является непосредственное применение математических методов (операционное и дифференциальное исчисление), включая расчёт в аналитическом виде. Результаты работы рекомендуются к внедрению в учебный процесс при изучении электротехники.

Ключевые слова: дифференциальное уравнение, переходный процесс, операторный метод, преобразование Лапласа, электрическая цепь, MathCAD.

Abstract. This paper examines the calculation of the transient response of a typical RL circuit with a single energy storage device. The operating parameters are determined using various methods. MathCAD is used as the software. A distinctive feature of this work is the direct application of mathematical methods (operational and differential calculus), including analytical calculations. The results are recommended for inclusion in the educational process when studying electrical engineering.

Keywords: differential equation, transient process, operator method, Laplace transform, electrical circuit, MathCAD.

Введение. Расчёт переходных процессов в электроэнергетике имеет важное прикладное значение. Электромагнитные переходные процессы используются для выбора оборудования по условиям существования аварийного режима (токи короткого замыкания), электромеханические – для оценки устойчивости. Теория расчёта переходных процессов в линейных электрических цепях разработана в достаточном объёме (приведена, в частности, в учебном пособии [1]).

Мгновенные значения параметров режима (напряжения на индуктивности и ток через ёмкость) представляют собой производные (соответственно от значений тока и напряжения). Это приводит к необходимости решения дифференциального уравнения (ДУ) – его частное

решение получается с учётом зависимых (параметры докоммутационного режима) и независимых (законы коммутации) начальных условий. Практические методы расчёта режимов традиционно были основаны на линеаризации модели разбиением ее на две составляющие – свободный (обмен энергией между источником и внешней сетью в ходе переходного режима) и принужденный процесс (новый установившийся режим). Современные информационные технологии (прежде всего, развитие пакетов прикладной математики – Matlab, MathCAD, Maple) приводят не только к уменьшению трудоёмкости расчётов, но и к возможности применения непосредственных математических методов [2]. При этом отдельно нужно выделить использование операционного исчисления, позволяющего (на основе преобразования Лапласа) перейти от дифференциальных зависимостей к системе линейных уравнений (СЛАУ) [3].

Целью работы является сравнительный анализ методов расчёта переходного процесса в линейной RL-цепи (рис. 1а), параметры элементов – на рис. 2. Переходный режим вызван коммутацией, приводящей к уменьшению суммарного сопротивления при шунтировании R_0 . Расчёт основан на прямых математических методах (аппарат дифференциального и операционного исчисления).

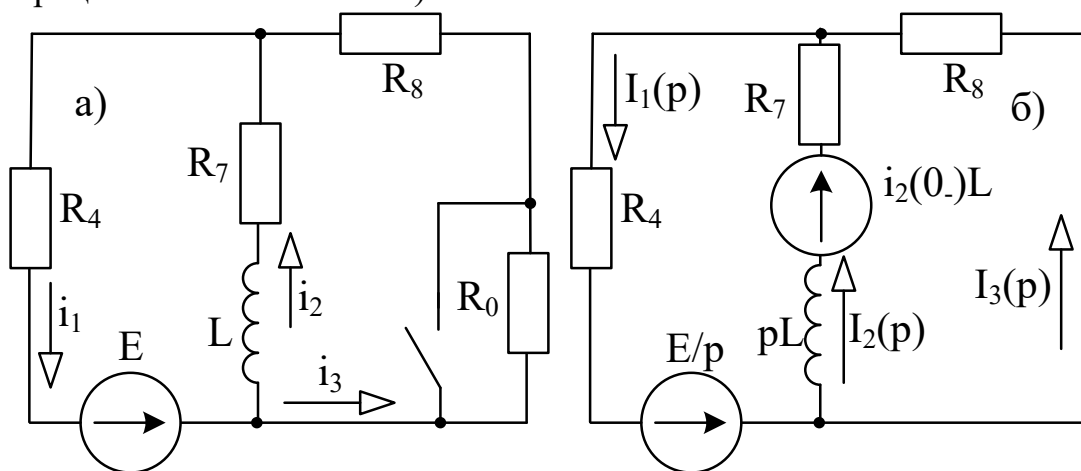


Рисунок 1 – Расчётная схема; а) в исходном виде, б) в операторной форме

В качестве программного средства принят MathCAD – из-за простоты использования (интуитивно понятный интерфейс) при высоких функциональных возможностях. Ранее MathCAD использовался большей частью как высокоинтеллектуальный калькулятор – преимущественно для организации вычислительного процесса (подобная задача решена в работе [4]). Можно сделать следующий шаг – отказаться от теоремы разложения при получении оригиналов функции в пользу функций MathCAD, а также использовать расчёт в аналитической форме средствами символьной математики (подобное выполнено в работе [5] при использовании Matlab).

Результаты. Система уравнений в дифференциальной форме описывающей режим цепи после коммутации имеет вид:

$$\begin{cases} i_1 - i_2 - i_3 = 0 \\ i_1 R_4 + i_2 R_7 + L \frac{di_2}{dt} = e \\ i_1 R_4 + i_3 R_8 = e \end{cases} \quad (1)$$

Решение классическим методом приведено на рис.2. При этом MathCAD используется только для проведения вычислений. Решение уравнений выполнено функцией *Find* в пределах вычислительного блока *Given*. Постоянная интегрирования *A* определена из закона коммутации (неизменность тока через индуктивность).

Исходные данные $E := 86$ $R0 := 72$ $L := 0.15$ $R4 := 16$ $R7 := 32$ $R8 := 18$

Режим до коммутации (зависимые начальные условия)

$$Z0 := R4 + R7 \cdot \frac{(R8 + R0)}{R7 + R8 + R0} \quad IL0 := \frac{E}{Z0} \cdot \frac{R8 + R0}{R7 + R8 + R0} = 1.602$$

Принуждённый режим

$$Z := R4 + R7 \cdot \frac{R8}{R7 + R8} \quad IL := \frac{E}{Z} \cdot \frac{R8}{R7 + R8} = 1.125$$

Корень характеристического уравнения $p := 0$

Суммарное входное сопротивление
Given

$$R4 + \frac{(R7 + p \cdot L) \cdot R8}{R7 + p \cdot L + R8} = 0 \quad p := \text{Find}(p) \quad p = -269.804$$

Главный определитель системы
Given

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ R4 & R7 + p1 \cdot L & 0 \\ R4 & 0 & R8 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{Find}(p1) \rightarrow -269.804$$

Классический метод $A := 0$

Постоянная интегрирования (максимум свободного тока)

Given $IL + A = IL0 \quad A := \text{Find}(A) \quad A = 0.477$

Рисунок 2 – Расчёт параметров режима классическим методом

При составлении расчётной схемы в операторной форме (рис.1б) система (1) преобразуется к СЛАУ вида:

$$\begin{cases} I_1(p) - I_2(p) - I_3(p) = 0 \\ I_1(p)R_4 + I_2(p)(R_7 + pL) = E / p + Li_2(0) \\ I_1(p)R + I_3(p)R_8 = E / p \end{cases}, \quad (2)$$

где $Li_2(0)$ – внутренняя ЭДС накопителя энергии (индуктивность), определяемая по току в начальный момент времени.

Расчёт операторным методом аналитическим решением СЛАУ выполнен дважды – методом обратной матрицы (рис.3) и поисковым решением явно заданных уравнений функцией *Find* (рис. 4). При этом использована символьная математика (панель «Символьные» – на рис. 4). Формирование изображений (в MathCAD показывается как функция от «s») выполнено *laplace*, обратное преобразование – *invlaplace*. Таким образом, мы не прибегаем к теореме разложения (использует функцию $F(p)$ как отношение полиномов, определяя корни из условия равенства нулю производной знаменателя). Полученные различными методами результаты идентичны.

Операторный метод

$$E \text{ laplace} \rightarrow \frac{86}{s} \quad E(s) := \frac{86}{s} \quad E1 := L \cdot IL0 = 0.24$$

Решение СЛАУ методом обратной матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ R4 & s \cdot L + R7 & 0 \\ R4 & 0 & R8 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ E(s) + E1 \\ E(s) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{180 \cdot \left(\frac{86}{s} + 0.24 \right)}{51 \cdot s + 1.376 \times 10^4} + \frac{86 \cdot (3 \cdot s + 640)}{s \cdot (102 \cdot s + 2.752 \times 10^4)} \\ \frac{340 \cdot \left(\frac{86}{s} + 0.24 \right)}{51 \cdot s + 1.376 \times 10^4} - \frac{1.376 \times 10^4}{s \cdot (51 \cdot s + 1.376 \times 10^4)} \\ \frac{86 \cdot (9.375 \times 10^{-3} \cdot s + 3)}{s \cdot (0.319 \cdot s + 86)} - \frac{\frac{86}{s} + 0.24}{0.319 \cdot s + 86} \end{bmatrix}$$

$$\frac{340 \cdot \left(\frac{86}{s} + 0.24027317880794696 \right)}{51 \cdot s + 13760} - \frac{13760}{s \cdot (51 \cdot s + 13760)} \text{ invlaplace} \rightarrow 0.477 \cdot e^{-269.804 \cdot t} + 1.125$$

Рисунок 3 – Расчёт параметров режима операторным методом (решение СЛАУ методом обратной матрицы)

Решение СЛАУ непосредственно

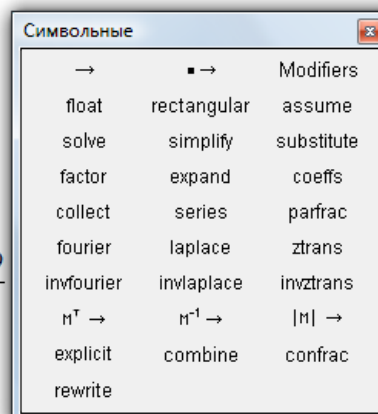
Given

$$I1 - I2 - I3 = 0$$

$$I1 \cdot R4 + I2 \cdot (R7 + s \cdot L) = E(s) + E1$$

$$I1 \cdot R4 + I3 \cdot R8 = E(s)$$

$$\text{Find}(I1, I2, I3) \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1.07655732615894033e17 \cdot s + 2.6875e19}{3.1875e16 \cdot s^2 + 8.6e18 \cdot s} \\ \frac{5.1058050496688729e16 \cdot s + 9.675e18}{3.1875e16 \cdot s^2 + 8.6e18 \cdot s} \\ \frac{7.074710264900663e15 \cdot s + 2.15e18}{3.984375e15 \cdot s^2 + 1.075e18 \cdot s} \end{pmatrix}$$



$$\frac{5.1058050496688729e16 \cdot s + 9.675e18}{3.1875e16 \cdot s^2 + 8.6e18 \cdot s} \text{ invlaplace} \rightarrow \frac{894039735099337 \cdot e^{-\frac{13760 \cdot t}{51}}}{187500000000000} + \frac{9}{8}$$

$$\frac{894039735099337 \cdot e^{-\frac{13760 \cdot t}{51}}}{187500000000000} + \frac{9}{8} \text{ float, 5} \rightarrow 0.47682 \cdot e^{-269.8 \cdot t} + 1.125$$

Рисунок 4 – Расчёт параметров режима операторным методом
(решение СЛАУ методом поиска решения)

ДУ (рис.5) формируется преобразованием системы (1) к новому виду – запись в функции значения тока через индуктивность и его производную (уравнение приведено на рис. 5). Решение ДУ выполнено функцией *Odesolve*. Сравнение графических зависимостей, полученных различными методами, показывает их полное соответствие.

Обсуждение. Сравнивая как инструментальные средства MathCAD и Matlab, нужно сделать вывод о сопоставимости их функциональных вычислительных возможностей (в направлении визуализации результатов Matlab обладает явным преимуществом в виде библиотек Simulink, SimScape, но это актуально для моделирования режима, а не для расчёта его параметров).

Для решения ДУ MathCAD более удобен для пользователя, т.к. ДУ записывается в традиционно принятом виде (Matlab требует запись в форме Коши – относительно производной старшего порядка). Matlab имеет большую функциональность (сравнительный анализ решения ДУ приведен в [6]), позволяя решать ДУ аналитически (в лексике программы – «в символьном виде»). В MathCAD такая возможность в явном виде отсутствует.

Определённым неудобством использования MathCAD является критичность используемого релиза программы – современный РТС Mathcad Prime не открывает файлы форматов предыдущих версий. Также использование программы в РФ затруднено современными геополитическими факторами – правообладатели в настоящее время приостановили распространение и поддержку своих программных продуктов. Возможной альтернативой можно рассматривать SMath Studio [7].

Решение ДУ

Given

$$y(0) = I_{L0}$$

$$\left[\left(\frac{-L}{R4} - \frac{L}{R8} \right) \cdot \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) - \left[\left(\frac{R7}{R4} + 1 \right) + \frac{R7}{R8} \right] \cdot y(x) \right] + \frac{E}{R4} = 0$$

$y := \text{Odesolve}(x, 0.05, 100)$

$$il(x) := 0.477 \cdot e^{-269.804 \cdot x} + 1.125$$

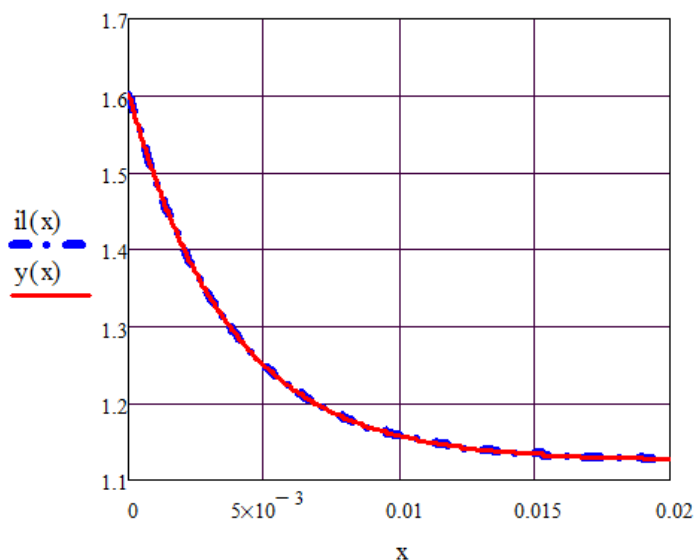


Рисунок 5 – Расчёт параметров режима решением ДУ

Заключение. Выполнен расчёт параметров переходного процесса RL-цепи тремя методами (классический, операторный, непосредственное решение ДУ). Результаты расчётов идентичны, их корректность подтверждается выполнением закона коммутации (ток через индуктивный элемент не изменяется скачком) и общей топологией схемы (свободный процесс затухает, что соответствует возникновению нового устойчивого режима). Для практической реализации оптимальным представляется операторный метод расчёта (рис. 3, 4) – он обладает большей гибкостью (позволяет анализировать переходный процесс и при противоречивых начальных условиях – в ситуации, когда не могут быть одновременно выполнены все законы коммутации) и простотой вычислительных методов (СЛАУ решается методами линейной алгебры).

Результаты работы предлагаются к использованию в учебном процессе в дисциплине «Теоретические основы электротехники» как инструментальное средство для проведения практических занятий.

Список литературы.

1. Миленина, С.А. Электротехника: Учебник и практикум / С.А. Миленина, Н.К. Миленин. – 2-е изд., пер. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2024. – 263 с. – ISBN 978-5-534-05077-6.
2. Мамаева, Н.А. Совершенствование практических компетенций обучающихся с применением методов компьютерного моделирования / Н.А. Мамаева, Г.Г. Макаров, Ю.А. Мазур // Инновационные технологии в педагогике высшей школы: Сборник статей XI межд. межвузовской научно-методической конференции, Санкт-Петербург, 27 декабря 2024 года. – Санкт-Петербург, Петергоф: Военный институт (Железнодорожных войск и военных сообщений), 2025. – с. 15-21.
3. Свердлов, В.И. Применение операторного исчисления в задачах электротехники и электрофизики / В.И. Свердлов, А.Н. Григорьев // Научная сессия НИЯУ МИФИ-2024 по направлению "Инновационные ядерные технологии": Сборник научных трудов всероссийской научно-практической конференции, Снежинск, 31 января – 02 2024 года. – Москва: Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, 2024. – С. 131-135.
4. Ершова, И.В. Применение программного продукта Mathcad для расчетов в электроэнергетике / И.В. Ершова, Е.А. Овчаренко // Актуальные вопросы инновационного развития Арктического региона РФ: Сборник статей VI Всероссийской научно-практической конференции, Северодвинск, 18-30 ноября 2024 года. – Архангельск: Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова, 2025. – С. 662-666.
5. Валицкий, И.М. Использование символьных вычислений для переходных процессов электрических цепей / И.М. Валицкий, А.С. Исаев // Проблемы и перспективы развития энергетики: сборник материалов VII Всероссийской (с международным участием) научн.-практ. конф., Казань, 22-23 октября 2025 года. – Казань: Казанский государственный энергетический университет, 2025. – С. 59-63.
6. Исаев, А.С. Сравнительный анализ методов решения дифференциальных уравнений / А.С. Исаев, А.В. Савельев // Образование и наука: современный вектор развития: материалы III Национальной научно-практической конференции, Керчь, 20-21 мая 2024 года. – Керчь: ФГБОУ ВО «Керченский государственный морской технологический университет», 2024. – С. 35-40.
7. SMath Studio. Официальный сайт: [Электронный ресурс]. URL: <https://smath.com> (Дата обращения: 12.01.2026).