

## **ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРЕДПРИЯТИЕМ ДОБЫВАЮЩЕЙ ОТРАСЛИ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ НА ВЫБРОСЫ**

П.Н. Победаш, к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры математики  
Кузбасский государственный технический университет  
г. Кемерово

### **Введение**

Изучение динамики наилучшего (в смысле выбранных критериев качества) функционирования современных эколого-экономических систем (ЭЭС) описывается в большинстве случаев многими параметрами и ограничениями, а также несколькими целевыми функциями. Это объясняется тем, что экономические системы, а тем более ЭЭС, являются сложными системами, что требует разработки соответствующих динамических математических моделей в классе многокритериальных задач оптимального управления. В данной статье представлена содержательная формулировка задачи оптимального управления ЭЭС с предприятием добывающей отрасли, учитывающей ограничения на выбросы загрязнений, возникающие в связи с его производственной деятельностью. Другим реальным инвестором экономического агента указанной ЭЭС является государственное учреждение - налоговый центр. При этом разнонаправленные целевые критерии этих агентов приводят к ситуации конфликта, т.к. цель предприятия - рост своего дохода от продажи произведенной продукции, а цель налогового центра - рост налоговых поступлений от производственной деятельности, что ведет к падению дохода предприятия. В связи с этим построение и исследование таких моделей, позволяющих находить компромиссные (Парето-оптимальные) решения, - актуальная теоретическая и практическая задача.

### **1. Содержательная формулировка задачи**

Рассмотрим следующую задачу оптимального управления ЭЭС, включающей производственное предприятие добывающей отрасли и налоговый центр (НЦ) [2]. Предприятие, имея собственный капитал, предполагает производить продукцию нескольких видов, объем продаж которой не более спроса на эту продукцию. При этом известны следующие технико-экономические характеристики основных производственных фондов (ОПФ), используемых в производстве: стоимость, срок службы, производительность единицы ОПФ и стоимость единицы производимой продукции по всем видам. Нужно найти суммы инвестиций, выделяемые инвестором и предприятием на реализацию рассматриваемого инвестиционного проекта в целом и по каждому виду ОПФ отдельно, таких, что дисконтированные суммы собственных средств указанных

экономических агентов на заданном интервале времени максимизируются. При этом суммы выбросов загрязнений, инициируемых производством продукции, не должны превышать некоторых заданных предельно допустимых величин.

## 2. Математическая формулировка задачи

Математическая постановка сформулированной задачи описывается следующей многокритериальной многошаговой задачей линейного программирования (ММЗЛП):

$$\begin{aligned}
 x_k(t+1) &= x_k(t) + u_k(t) \quad (k=1, \dots, n; t=0, \dots, T-1), \\
 x_{n+k}(t+1) &= x_{n+k}(t) + u_{2n+k}(t) \quad (k=1, \dots, n; t=T^2, \dots, T-1), \\
 x_{2n+1}(t+1) &= x_{2n+1}(t) + \sum_{k=1}^n u_k(t) \quad (t=0, \dots, T^2-1), \\
 x_{2n+1}(t+1) &= -\sum_{k=1}^n x_k(t)/T_k + x_{2n+1}(t) + \sum_{k=1}^n u_k(t) \quad (t=T^2, \dots, T-1), \\
 x_{2n+2}(t+1) &= -\alpha_2 x_{2n+1}(t) + x_{2n+2}(t) - \sum_{k=1}^n u_k(t) + u_{3n+1}(t) + u_{3n+2}(t) \quad (t=0), \\
 x_{2n+2}(t+1) &= -\alpha_2 x_{2n+1}(t) + x_{2n+2}(t) - \sum_{k=1}^n u_k(t) + u_{3n+1}(t) \quad (t=1, \dots, T^2-1), \\
 x_{2n+2}(t+1) &= \alpha_3 \sum_{k=1}^n x_k(t)/T_k - \theta x_{2n+1}(t) + x_{2n+2}(t) - \sum_{k=1}^n \rho_k u_k(t) + \gamma \sum_{k=1}^n u_{n+k}(t) + u_{2n+1}(t) \quad (t=T^2, \dots, T^1-1), \\
 x_{2n+2}(t+1) &= \alpha_3 \sum_{k=1}^n x_k(t)/T_k - \theta x_{2n+1}(t) + x_{2n+2}(t) - \sum_{k=1}^n \rho_k u_k(t) + \gamma \sum_{k=1}^n u_{n+k}(t) \quad (t=T^1, \dots, T-1), \\
 x_{2n+3}(t+1) &= x_{2n+3}(t) + u_{3n+1}(t) \quad (t=0, \dots, T^1-1), \\
 x_{2n+3}(t+1) &= x_{2n+3}(t) \quad (t=T^1, \dots, T-1); \\
 x_k(0) &= 0 \quad (k=1, \dots, 2n+3); \\
 x_{2n+2}(t) &\geq 0 \quad (t=1, \dots, T), \\
 -\sum_{k=1}^n x_k(t)/T_k - \alpha_2 x_{2n+1}(t) - \sum_{k=1}^n \theta_k u_{n+k}(t) + \alpha_0 \sum_{k=1}^n u_{n+k}(t) &\geq 0 \quad (t=T^2, \dots, T-1), \\
 u_{n+k}(t) &\leq q_k(t+1) \quad (k=1, \dots, n; t=T^2, \dots, T-1), \\
 u_{n+k}(t) &\leq \delta_k x_k(t) \quad (k=1, \dots, n; t=T^2, \dots, T-1), \\
 x_{2n+3}(t) &\leq I_0 \quad (t=T^1), \quad u_{3n+2}(t) \leq K_0 \quad (t=0), \\
 \sum_{k=1}^n c_{jk} x_{n+k}(T) &\leq \bar{c}_j \Delta V \quad (j=1, \dots, J), \\
 u_k(t) &\geq 0 \quad (k=1, \dots, n; t=0, \dots, T-1), \quad u_{n+k}(t) \geq 0 \quad (k=1, \dots, n; t=T^2, \dots, T-1), \\
 u_{2n+k}(t) &\geq 0 \quad (k=1, \dots, n; t=T^2, \dots, T-1) \\
 u_{3n+1}(t) &\geq 0 \quad (t=0, \dots, T^1-1), \quad u_{3n+2}(t) \geq 0 \quad (t=0); \\
 J &= \{J_1, \dots, J_J, J_{J+1}, J_{J+2}\} \rightarrow \max.
 \end{aligned}$$

Здесь

$$J_j = \sum_{k=1}^n c_{jk} x_{n+k}(T) \rightarrow \min \quad (j=1, \dots, J),$$

$$J_{J+1} = -\sum_{t=0}^{T^1-1} \frac{u_{3n+1}(t)}{(1+r)^t} - u_{3n+2}(0) +$$

$$+ \sum_{t=T^2}^{T-1} \left[ \frac{\alpha_3 \sum_{k=1}^n \frac{x_k(t)}{T_k} - \theta x_{n+1}(t) - (1-\alpha_3) \sum_{k=1}^n \theta_k u_k(t) + \gamma \sum_{k=1}^n u_{n+k}(t)}{(1+r)^t} \right] + \frac{\delta x_{2n+1}(T)}{(1+r)^{T-1}},$$

$$J_{J+2} = \sum_{t=T^2}^{T-1} \left[ \frac{-\alpha_3 \sum_{k=1}^n \frac{x_k(t)}{T_k} + \theta x_{2n+1}(t) - \alpha_3 \sum_{k=1}^n \theta_k u_k(t) + \rho \sum_{k=1}^n u_{n+k}(t)}{(1+r)^t} \right]$$

– соответственно суммы накопленных загрязнителей  $j$ -го вида ( $j=1, \dots, J$ ); дисконтированные суммы собственных средств производственного предприятия и НЦ. Здесь  $u_k(t)$  ( $k=1, \dots, n; t=0, \dots, T-1$ ),  $u_{n+k}(t)$  ( $k=1, \dots, n; t=T^2, \dots, T-1$ ),  $u_{2n+k}(t)$  ( $k=1, \dots, n; t=0, \dots, T-1$ ),  $u_{3n+1}(t)$  ( $t=0, \dots, T^1-1$ ),  $u_{3n+2}(t)$  ( $t=0$ ) – стоимость приобретаемых ОПФ, выручка от реализации продукции  $k$ -го типа, количество произведенной в момент  $t$  продукции  $k$ -го вида, внешние и внутренние инвестиции соответственно;  $x_k(t)$  ( $k=1, \dots, n$ ),  $x_{n+k}(t)$  ( $k=1, \dots, n; t=0, \dots, T$ ),  $x_{2n+1}(t)$ ,  $x_{2n+2}(t)$ ,  $x_{2n+3}(t)$  ( $t=0, \dots, T$ ) – соответственно накопленная стоимость всех ОПФ  $k$ -го типа, количество произведенного продукта  $k$ -го вида на момент  $t$ , остаточная стоимость всех ОПФ, текущие денежные средства предприятия и накопленные суммы внешних инвестиций в момент  $t$ ;  $q_k(t+1)$  ( $t=T^2, \dots, T-1$ ),  $V_k, T_k, c_k, P_k$  ( $k=1, \dots, n$ ) – прогнозный спрос в стоимостном выражении для момента  $t+1$ , производительность, срок службы, стоимость единицы ОПФ и стоимость единицы продукции  $k$ -го типа соответственно ( $k=1, \dots, n$ );  $I_0$ ,  $K_0$  – суммы внешних и внутренних инвестиций, выделяемых на весь срок действия ИП;  $\alpha_i$  ( $i=1, \dots, 5$ ) – ставки налогов на добавленную стоимость (НДС), на имущество (НИ), на прибыль (НП) и единый социальный налог (ЕСН) и налог на добычу полезных ископаемых (НДПИ) соответственно;  $\beta$  – доля выручки от реализации, выделяемая на фонд оплаты труда (ФОТ);  $T^1, T^2, T$  ( $1 \leq T^2 \leq T^1 \leq T$ ) – соответственно моменты завершения внешнего инвестирования, начала производства и срок действия ИП;  $\theta = (1-\alpha_3)\alpha_2$ ,  $\alpha_0 = 1 - \alpha_1 - (\alpha_4 + 1)\beta - \alpha_5$ ,  $\gamma = (1-\alpha_3)\alpha_0$ ,  $\theta_k = z_k V_k / c_k$ ,  $\delta_k = P_k V_k / c_k$  ( $k=1, \dots, n$ ),  $z_k$  – оборотные затраты (руб./ед. продукции) по  $k$ -ому виду производства;  $\rho = \alpha_3(1-\beta) + (1-\alpha_3)(\alpha_1 + \alpha_4\beta + \alpha_5)$ ,  $r$  – ставка доходности ИП;  $\delta$  ( $0 \leq \delta \leq 1$ ) – доля остаточной стоимости всех ОПФ на момент  $t=T$  от ее балансовой стоимости, определяемая в общем случае экспертно.  $c_{jk}$  ( $j=1, \dots, J; k=1, \dots, n$ ) – количество  $j$ -го загрязнителя, появляющееся при производстве единицы продукта  $k$ -го типа;  $\bar{c}_j$  ( $j=1, \dots, J$ ) – максимально допустимая концентрация загрязнителя  $j$ -го типа;  $\Delta V \approx 4\pi R h [R + h]$  – объем слоя атмосферы, в котором учитывается накопление загрязнителей, а  $h \approx 20-30$  км – высота этого слоя,  $R \approx 6370-6400$  км – средний радиус Земли;  $J$  – количество видов загрязнителей, выбрасываемых в окружающую среду.

Отметим, что если в предложенной ММЗЛП не рассматривать НДС (включая его в цену продукции), и НДС, а также считать оборотные затраты по каждому виду производимой продукции малыми в сравнении с общими затратами, т.е. полагать  $\alpha_1 = \alpha_5 = 0$ ,  $\theta_k$  ( $k = 1, \dots, n$ ), то получим модель, описанную в работе [1]. Кроме того, предложенная модель обобщает модель из [2], учитывая ограничения на выбросы загрязнителей, накопленных в процессе производства.

#### **Список литературы:**

1. Победаш П.Н. Анализ модели оптимального управления реальными инвестициями на основе операционного подхода / Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского гос. политехнического ун-та. Серия «Информатика. Телекоммуникации. Управление». – № 6 (91). - 2009.– С. 75-81.
2. Медведев, П.Н. Победаш // Материалы I Международного научного конгресса "Фундаментальные и прикладные научные исследования в Америке, ЕС и странах СНГ". – Канада, Торонто. – 30 августа 2014 года. – 2014. – Т.2. – С.75-80.