

УДК-51

## РЕШЕНИЕ СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ НЬЮТОНА

Грибанов Е.Н., к.т.н., доцент  
Веригина И.Ю., студент гр. ИСт-191, II курс  
Кузбасский государственный технический университет  
имени Т.Ф. Горбачева  
г. Кемерово

При решении практических задач иногда возникает потребность численного решения системы нелинейных уравнений. Метод решения таких систем рассмотрен в [1]. В данной статье рассмотрен один из возможных способов численного решения систем нелинейных уравнений. Предложенный в статье метод позволяет находить решение систем нелинейных уравнений с помощью мобильного Excel. С помощью него уменьшается количество затраченного времени на решение. Для нахождения численного решения системы нелинейных уравнений методом Ньютона используем мобильный Excel. Основа решения изложена в [1]. Разберем применение этого метода при решении примера.

Воспользуемся алгоритмом и решим систему уравнений на примере:

$$\begin{cases} 3x^3 + 6y^2 = 25 \\ 3x + 4y = 1 \end{cases}$$

1) Для начала подготовим шаблон, чтобы в дальнейшем решении не путаться в формулах. Данный шаблон представлен на рис. 1.

x
y
f(xy)
g(xy)
f'x(xy)
g'x(xy)
f'y(xy)
g'y(xy)
A
B
C
D

Рис. 1. Шаблон

2) В графическом калькуляторе (Desmos) вводим наши уравнения и получаем их графики (рис. 2.)

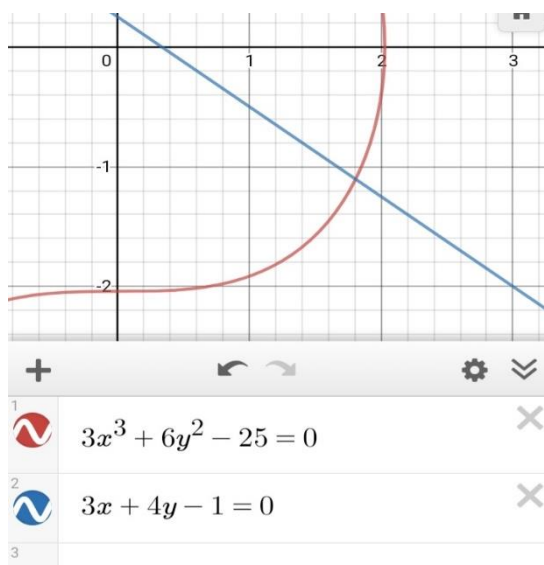


Рис.2. Результат построения графиков

3) Получаем точку (точки) пересечения и берем координаты приближенного значения (рис. 3.)

x	2
y	-2
f(xy)	
g(xy)	
f'x(xy)	
g'x(xy)	
f'y(xy)	
g'y(xy)	
A	
B	
C	
D	

Рис. 3. Приближенные координаты

4) Данные точки подставляем в первое и второе уравнение (рис. 4.)

x	2
y	-2
f(xy)	=3* Q53 ^
g(xy)	
f'x(xy)	

$$f_x = 3 * Q53^3 + 6 * Q54^2 - 25$$

x	2
y	-2
f(xy)	23
g(xy)	=3* Q53 +
f'x(xy)	

$$f_x = 3 * Q53 + 4 * Q54 - 1$$

Рис. 4. Уравнения со значениями x и y

5) Находим производные от x и y в каждом уравнении (рис.5.)

x	2
y	-2
f(xy)	23
g(xy)	-3
f'x(xy)	36
g'x(xy)	3
f'y(xy)	-24
g'y(xy)	4
A	
B	
C	
D	

$$f_x = 9 * Q53^2$$

FUNCTION

$$f(x) = 3x^3$$

$$f(x) = 3x^3$$

DERIVATIVE

$$f'(x) = 9x^2$$

Рис.5. Производные

б) С помощью формул находим значения A, B, C, D:

$$A = \frac{g'y(xy)}{f'x(xy) * g'y(xy) - f'y(xy) * g'x(xy)}$$

$$B = \frac{-f'y(xy)}{f'x(xy) * g'y(xy) - f'y(xy) * g'x(xy)}$$

$$C = \frac{-g'x(xy)}{f'x(xy) * g'y(xy) - f'y(xy) * g'x(xy)}$$

$$D = \frac{f'x(xy)}{f'x(xy) * g'y(xy) - f'y(xy) * g'x(xy)}$$

x	2
y	-2
f(xy)	23
g(xy)	-3
f'x(xy)	36
g'x(xy)	3
f'y(xy)	-24
g'y(xy)	4
A	0,01852
B	0,11111
C	-0,0139
D	0,16667

$$f_x = \frac{Q60}{(Q57 * Q60 - Q59 * Q58)}$$

Рис. 6. Значения A, B, C, D

7) Находим следующие значения x и y с помощью формул: (рис. 7.)

$$x_{n+1} = x_n - A * f(xy) - B * g(xy)$$

$$y_{n+1} = y_n - C * f(xy) - D * g(xy)$$

x	1,907407407
y	-2 -1,180555556
f(xy)	23
g(xy)	-3
f'x(xy)	36
g'x(xy)	3
f'y(xy)	-24
g'y(xy)	4
A	0,018518519
B	0,111111111
C	-0,01388889
D	0,166666667

$$f_x = K40 - K48 * K42 - K49 * K43$$

x	1,907407407
y	-2 -1,180555556
f(xy)	23
g(xy)	-3
f'x(xy)	36
g'x(xy)	3
f'y(xy)	-24
g'y(xy)	4
A	0,018518519
B	0,111111111
C	-0,01388889
D	0,166666667

$$f_x = K41 - K50 * K42 - K51 * K43$$

Рис. 7. Значения x и y

8) Заполняем значения x и y (рис. 8)

40	2	1,907407407	1,907407407	1,90741	1,90741	1,90741
41	-2	-1,180555556	Заполнение	06	-1,1806	-1,1806
42		23				
46		-24				
47		4				
48		0,018518519				
49		0,111111111				
50		-0,01388889				
51		0,166666667				

Рис. 8. Заполнение

9) Заполняем все оставшиеся значения (рис. 9)



Рис. 9. Заполнение

10) Окончательным ответом будут являться те значения, при которых  $f(xy)$  и  $g(xy)$  будут равны 0 (рис. 10.)

x	2	1,907407407	1,811004646	1,806239	1,806227	1,806227
y	-2	-1,18055556	-1,10825348	-1,10468	-1,10467	-1,10467
f(xy)	23	4,180874676	0,188216066	0,000447	2,53E-09	0
g(xy)	-3	-8,8818E-16	0	0	0	0
f'x(xy)	36	32,74382716	29,51764047	29,36248	29,36212	29,36212
g'x(xy)	3	3	3	3	3	3
f'y(xy)	-24	-14,1666667	-13,2990418	-13,2561	-13,256	-13,256
g'y(xy)	4	4	4	4	4	4
A	0,018518519	0,023058037	0,025321634	0,025442	0,025443	0,025443
B	0,111111111	0,081663879	0,084188368	0,084317	0,084317	0,084317
C	-0,01388889	-0,01729353	-0,01899123	-0,01908	-0,01908	-0,01908
D	0,166666667	0,188752091	0,186858724	0,186762	0,186762	0,186762

Рис. 10. Окончательный ответ.

Приведенный пример решения нелинейных уравнений методом Ньютона показывает доступность применения метода на смартфонах на любой ОС.

### Список литературы:

1. Грибанов Е. Н. Дмитриева С.В. Решение системы нелинейных уравнений методом Ньютона без использования матричного исчисления. Инновационный конвент "Кузбасс: образование, наука, инновации". Материалы Инновационного конвента. Департамент молодежной политики и спорта Кемеровской области. 2019. С. 564-566.